Литература

1. Кузмин Г. Г. Публ. Тартуск. астр. обс. 1953, **32**, 332.
2. Eddington A. S. Mon. Not. 1916, **76**, 572.
3. Fricke W. Astr. Nachr. 1952, **280**, 193.
4. Кузмин Г. Г., Астрон. ж. 1956, **33**, 27.
5. Henon M. Ann. d'astroph. 1959, **22**, 126; 1960, **23**, 476.

ДОКЛАД Г. М. ИДЛИСА (АЛМА-АТА)

ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ТЕОРЕМА ДИНАМИКИ САМОГРАВИТИРУЮЩИХ ЗВЕЗДНЫХ СИСТЕМ И ИХ ЭРГОДИЧНОСТЬ В СТАЦИОНАРНОМ ОСЕСИММЕТРИЧНОМ СЛУЧАЕ

(Тезисы)

1. Вопреки обычной интерпретации теоремы Джинса, существуют не 6, а 3 и только 3 общего вида фундаментальных независимых первых интеграла движения отдельной звезды, входящие в качестве независимых аргументов в общее выражение для фазовой плотности самогравитирующих звездных систем:

$$\psi=\psi(J_1^*,\ J_2^*,\ J_3^*). \tag{1}$$

2. Эти фундаментальные интегралы должны быть независимы по обобщенным импульсам и по декартовым компонентам скорости.

3. Скобки Пуассона для любой пары фундаментальных интегралов должны тождественно обращаться в нуль.

4. Каждой конкретной функциональной форме этих фундаментальных интегралов соответствует однозначно определенный градиент потенциала, декартовы компоненты которого находятся в результате решения системы линейных алгебраических кинетических уравнений с отличным от нуля определителем, и определенная фазовая плотность, входящая в качестве искомой подинтегральной функции в трехмерное интегральное уравнение Пуассона с определенным свободным членом и с определенным отличным от нуля — ядром.

5. Для любой самогравитирующей звездной системы с данным потенциалом фундаментальные интегралы сами могут рассматриваться в качестве соответствующих новых обобщенных импульсов, сопряженные которым новые обобщенные координаты не входят в новую функцию Гамильтона, т. е. являются циклическими. Поэтому искомые фундаментальные интегралы, в силу их единственности, в принципе всегда могут быть найдены с помощью известного в теоретической механике общего метода преобразования исходных канонических переменных к новым, чтобы все новые обобщенные координаты (и время) были циклическими.

6. Рассматриваемые фундаментальные интегралы являются зависимыми по обобщенным и декартовым координатам.

7. Обязательное существование трех фундаментальных интегралов означает, что наблюдаемая трехосность распределения пекулярных скоростей звезд в Галактике должна быть общим правилом, а не результатом каких бы то ни было особенностей в строении или эволюции нашей звездной системы.

8. В стационарном осесимметричном случае один фундаментальный интеграл движения отдельной звезды является интегралом энергии и

связан со стационарностью системы, второй — интеграл кинетического момента, соответствующий симметрии относительно некоторой оси, а третий для своего существования, вопреки общераспространенным, утверждениям, не требует каких бы то ни было специальных ограничений стационарного осесимметричного потенциала самогравитирующих звездных систем, но его конкретная функциональная форма зависит от характера потенциала, всегда соответствуя зеркальной симметрии этих систем относительно экваториальной плоскости.

9. Стационарные осесимметричные самогравитирующие звездные системы с произвольным потенциалом могут, вопреки широко распространенным утверждениям, рассматриваться как эргодические тогда и только тогда, когда принимают во внимание наряду с интегралом энергии не только интеграл кинетического момента относительно оси симметрии, но и соответствующий всегда существующий и единственный третий независимый стационарный осесимметричный однозначный фундаментальный интеграл движения отдельной звезды. Эти три интеграла определяют область, заполняемую орбитой рассматриваемой звезды в текущей меридианальной плоскости и имеющую вид криволинейного прямоугольного четырехугольника, вписанного в овальный контур нулевой меридианальной скорости. Контопулос нашел соответствующие вершины такого четырехугольника эмпирически в результате непосредственного приближенного вычисления двух галактических орбит (Солнца и другой звезды) на электронной счетной машине, но координаты этих вершин определяются с точностью до 1% аналитически путем замены точного третьего фундаментального интеграла квадратичным квазиинтегралом.

ДОКЛАД Г. Г. КУЗМИНА (ТАРТУ)

К ТЕОРИИ ТРЕТЬЕГО ИНТЕГРАЛА ДВИЖЕНИЯ ЗВЕЗД

При стационарном осесимметричном потенциале имеются два кон-
сервативных изолирующих (однозначных) интеграла движения звезд—
интеграл энергии и интеграл площадей. Если же наложить на потен-
циал некоторое дополнительное ограничение, то можно получить, как
известно, еще третий интеграл такого типа [1]. Интеграл квадратичен
относительно скоростей, но отличается от интеграла энергии.

Однако, третий интеграл удается получить и в общем случае осевой
симметрии в форме ряда по степеням координат и скоростей.
Если зафиксировать значения интеграла площадей I то задача о
движении звезды сводится к двумерной, причем роль потенциала играет

$$\Phi'=\Phi-\frac{1}{2}\ \frac{I^2}{R^2},$$

где R—расстояние от оси симметрии и Φ—потенциал в обычном
смысле.

Чтобы получить разложение для третьего интеграла, представляем
Φ' в виде (2)

$$\Phi'=\Phi'_0+\Phi'_1,$$

где Φ'_0—потенциал, для которого третий интеграл известен. Этот по-
тенциал и соответствующее движение уместно назвать невозмущенны-
ми. Из условия неизменности значения интеграла движения получаем
тогда для искомого интеграла L ряд

$$L = L_0 + L_1 + L_2 + \dots, \tag{3}$$

причем

$$L_n = -\int_0^t \nabla_v L_{n-1} \cdot \nabla_r \Phi'_1 dt, \tag{4}$$

где ∇_v—набла по скоростям, ∇_r—набла по координатам и t—время. Интегрирование происходит вдоль невозмущенной орбиты.

Для Φ' используем ряд

$$-2\Phi' = a_{00} + a_{20}\Delta R^2 + a_{02}z^2 + a_{30}\Delta R^3 + a_{12}\Delta R z^2 + \dots, \tag{5}$$

где z —возвышение над плоскостью симметрии (существование которой предполагаем), а ΔR отсчитывается от максимума Φ'.

Полагая

$$-2\Phi'_0 = a_{00} + a_{20}\Delta R^2 + a_{02}z^2, \tag{6}$$

и соответственно

$$L_0 = v_z^2 + a_{02}z^2, \tag{7}$$

получаем следующее разложение для L

$$L = v^2_z + a_{02}z^2 + \frac{2a_{12}}{4a_{02} - a_{20}}[zv_R v_z - \Delta R(v^2_z - a_{02}z^2)] + \dots \tag{8}$$

Здесь v_R и v_z— компоненты скорости по R и z.

Нами получен еще член четвертого порядка относительно координат и скоростей, но вследствие своей громоздкости он здесь не приводится. Относительно скоростей этот член квадратичен, как и предыдущие члены.

Аналогичный ряд был получен недавно Контопулосом [2].

Является ли интеграл L изолирующим? Другими словами, проходит ли фазовая орбита в изоэнергетическом пространстве вдоль некоторой поверхности или же она заполняет все изоэнергетическое пространство? Ответ на этот вопрос дает известная теорема Пуанкаре [3]
о существовании однозначных интегралов. Согласно теореме Пуанкаре,
вообще говоря, не существует однозначных интегралов, независимых от
интеграла энергии. Доказательство теоремы состоит в выводе ряда для
интеграла методом, в известной мере аналогичным вышеизложенному.
Но вместо обычных координат и скоростей вводятся канонические переменные так, чтобы координаты и скорости зависели от новых коордиnат периодически. Интеграл ищется в виде двойного ряда Фурье, причем оказывается, что он является просто функцией интеграла энергии,
т. е. сводится к последнему.

Контопулос в своей работе приходит, правда, к заключению о не-
применимости теоремы Пуанкаре в данном случае. Однако, возмож-
ность доказать теорему зависит от выбора новозмущенного потенциала.
Если его взять в таком «вырожденном» виде, как это сделано выше и
как это делает Контопулос, то получаем интеграл, независимый от ин-
теграла энергии, а вопрос об его изолируемости остается открытым.
Для доказательства теоремы нужно взять невозмущенный интеграл в
более общем виде, а именно

$$\Phi'_0 = \varphi_1(\Delta R) + \varphi_2(z), \tag{9}$$

где функции φ_1 и φ_2 не являются квадратичными и отличаются друг от друга.

Неизолирующий характер третьего интеграла должен проявляться в том, что полученный нами ряд расходится. Ряд повидимому, действительно, расходится, поскольку в знаменателях его коэффициентов фигурируют разности, которые могут быть очень малыми, так что даже некоторые члены сколь угодно высоких порядков могут быть большими. Дело, повидимому, обстоит так, что чем больше членов мы учитываем в ряде, тем более сложной получается поверхность, содержащая фазовую орбиту и, в конце концов, оказывается, что поверхность и вместе с тем и орбита заполняют все изоэнергетическое пространство.

По теореме Пуанкаре третий интеграл не является изолирующим в общем случае. Но в частных случаях он может быть изолирующим. Таким частным случаем является случай, когда существует квадратичный интеграл. Кроме того, интеграл является изолирующим для периодических орбит. Можно указать на два типа таких орбит в двумерной проблеме. К первому типу относятся орбиты $z=0$. Движения по такой орбите представляют собой колебания вдоль отрезка прямой $z=0$. Периодические орбиты второго типа — это искривленные отрезки, симметричные относительно прямой $z=0$ и пересекающие ее перпендикулярно. В существовании орбит такого типа можно убедиться из простых соображений, на которых мы, однако, не будем останавливаться.

В общем случае третий интеграл как неизолирующий, конечно, не пригоден в качестве аргумента фазовой плотности. Однако, вместо точного, но неизолирующего интеграла, можно пользоваться приближенным квазиинтегралом, изолирующим по своей форме, но постепенно меняющим свое значение. Квазиинтеграл следует взять в такой форме,
чтобы фазовая точка находилась по возможности дольше вблизи по-
верхности изоэнергетического пространства, определяемой интегралом
при его некотором фиксированном значении. Форма интеграла тем луч-
ше определена и тем медленнее изменяется его значение, чем ближе рас-
сматриваемый случай к случаю, когда существует изолирующий инте-
грал. Сюда относятся орбиты с небольшими ΔR и z, т. е. орбиты, близ-
кие к круговым в трехмерной проблеме. Для таких орбит квазиинтегра-
лом может служить сумма некоторого числа первых членов полученно-
го нами ряда, причем практически можно ограничиться членами квад-
ратичными относительно скоростей.

Изменение значения квазиинтеграла ограничено только его физи-
ческими возможными значениями и происходит, как можно думать,
крайне сложным образом, носящим квазистохастический характер.
Соответствующие изменения фазовой плотности можно, по-видимому,
трактовать аналогично тому, как это следует делать при учете влияния
иррегулярных сил, т. е. как диффузию фазовых точек.

Применение квазиинтегралов в форме суммы первых членов ряда
(8) приводит к уже известному из теории квадратичного интеграла ре-
зультату о наклоне эллипсоида скоростей к галактической плоскости в
точках, лежащих вне ее [1]. Для z-градиента угла наклона α одной
из осей эллипсоида, лежащей в меридианной плоскости, получается
формула

$$\left(\frac{d\alpha}{dz}\right)_{z=0} = -\frac{a_{12}}{4a_{02} - a_{20}}. \tag{10}$$

Так как a_{02} значительно больше a_{20} и приблизительно пропорциональ-но плотности массы при $z=0$, а a_{12} равно производной a_{02} по R, то формула (10) принимает вид

$$R\left(\frac{\partial\alpha}{\partial z}\right)_{z=0} \approx -\frac{1}{4}\left(\frac{\partial \ln\rho}{\partial \ln R}\right)_{z=0}, \tag{11}$$

где ρ — плотность массы. В окрестностях Солнца ρ изменяется грубо как R^{-4}, так что $R\frac{\partial\alpha}{\partial z}$ близко к единице. Как нами уже в свое время отмечалось [4], z-градиент наклона эллипсоида скоростей влияет на скорость центроида. Учитывая этот градиент, получаем статистическое уравнение движения в галактической плоскости в виде

$$\bar{v}_\theta^2 + q\sigma_R^2 = v_c^2, \tag{12}$$

где $\bar{v}_\theta$ — скорость центроида, v_c — круговая скорость, а

$$q = -\left[\frac{\partial \ln\rho\sigma_R^2}{\partial \ln R} + \left(1 - \frac{\sigma_\theta^2}{\sigma_R^2}\right) + R\frac{\partial\alpha}{\partial z}\left(1 - \frac{\sigma_z^2}{\sigma_R^2}\right)\right]_{z=0} \tag{13}$$

причем σ_r, σ_θ, σ_z — дисперсии компонентов скоростей, а ρ — плотность массы или численная плотность в зависимости от определения скорости центроида и дисперсий.

Литература

1. Кузмин Г. Г. Публ. Тартуск. астр. обс. 1953, **32**, 332.
2. Contopoulos G. Zs. f. Astroph. 1960, **49**, 273.
3. Poincaré H. Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste, Paris, 1892.
4. Кузмин Г. Г. Изв. АН. ЭстССР, 1953, **2**, 368.

ДОКЛАД Т. А. АГЕКЯНА (ЛЕНИНГРАД)
ПРОБЛЕМА ИРРЕГУЛЯРНЫХ СИЛ В ЗВЕЗДНЫХ СИСТЕМАХ*

ДОКЛАД Г. М. ИДЛИСА (АЛМА-АТА)
О ГИПОТЕЗЕ О ПРОИСХОЖДЕНИИ МАГЕЛЛАНОВЫХ ОБЛАКОВ ИЗ ГАЛАКТИКИ В РЕЗУЛЬТАТЕ ЕЕ СТОЛКНОВЕНИЯ С ВНЕГАЛАКТИЧЕСКОЙ ТУМАННОСТЬЮ NGC 55 И ДИНАМИКЕ СВЕРХГАЛАКТИКИ

1. В 1958 г. автором была выдвинута и проанализирована гипоте-за о происхождении Магеллановых Облаков из Галактики в результа-те ее столкновения с некоторой посторонней галактикой, и найдено, что ожидаемые современные характеристики такой искомой галактики совпадают с соответствующими наблюдательными данными для вне-галактической туманности NGC 55. Эти результаты суммированы в таб-лице.

* По сообщению докладчика, содержание доклада будет опубликовано в Астрономическом журнале.

№	Характеристики	Искомая галактика	NGC 55	Примечания
1	Галактические координаты	$l_x = 289 \div 298°$ $b_x < -57°$	$l = 295°$ $b = -77°$	Других ярких галактик в этой области нет
2	Лучевая скорость отн-но Галактики	$v_{rr} \simeq 200$ км/сек	$174 + 50$ км/сек	
3	Расстояние	$r \simeq 0.8$ мпс	~ 1 мпс	
4	Тип	Неправильная магеллани-ческая структура	$SP(c)m$	Одиночные галактики магелланического типа аномальны
5	Ориентация	С ребра	С ребра	
6	Направление вытянутости	Приблизительно с запа-да на восток	С запада на восток	Точнее, с северо-запада на юго-восток

2. При этом было предсказано, что галактика NGC 55, отождествляе-мая с искомой, должна обладать по отношению к прямому орбиталь-ному гиперболическому движению относительно Млечного Пути обрат-ным осевым вращением, т. е. ее лучевые скорости должны возрастать с северо-запада на юго-восток.

3. Кроме того, для массы этой галактики следовало ожидать вели-чину, промежуточную между массами нашей Галактики и Магеллано-вых Облаков, т. е. порядка 10^{10} $M_\odot$.

4. В настоящее время эти чисто теоретические предсказания мож-но считать уже подтвержденными соответствующими недавними непо-средственными наблюдательными данными, опубликованными Вокуле-ром в 1959 г. А именно, вдоль большой оси галактики NGC 55, простираю-щейся по Гершелю, Дункану и Эвансу, с северо-запада на юго-восток под углом 20° к направлению запад-восток, лучевые скорости возрас-тают на 20 км/сек на угловую минуту с северо-запада на юго-восток, приводя при наблюдаемом эффективном диаметре 50′ и удалении $r \simeq 1$ мпс к массе порядка $2 \cdot 10^{10}$ $M_\odot$, причем центр яркости, находящийся посредине между так называемым ядром и более слабой конденса-цией, имеет лучевую скорость относительно Галактики $V_r = 160 \pm 15$ км/сек.

5. Аномальная по типу, размерам и яркости массивная галактика NGC 55, по-видимому, случайно проектируется на край более далекой группы галактик в области южного галактического полюса (в Скульп-торе) и необоснованно связывается Вокулером с этой расширяющей-ся ассоциацией галактик.

6. С другой стороны, вероятность того, что у яркой /$m \simeq 8{,}0$/ галак-тики NGC 55 координаты, лучевая скорость, расстояние, тип, ориента-ция, направление вытянутости, направление осевого вращения и мас-са случайно оказались искомыми, — эта вероятность, равная произ-ведению соответствующих вероятностей, имеет практически ничтож-ную величину:

$$10^{-2} \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \simeq 10^{-8}.$$

Очевидно, совпадение наблюдаемых характеристик галактики NGC 55 с ожидаемыми характеристиками искомой галактики, в результате