

ДОКЛАД ДЖ. Ш. ХАВТАСИ (АБАСТУМАНИ)

ОБ УЧЕТЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ В ЗВЕЗДНОЙ ФОТОГРАФИЧЕСКОЙ ФОТОМЕТРИИ

Многие вопросы фотографической фотометрии, такие как создание сети стандартов, однородность фотометрических данных, вычисление ошибок измерений, увеличение точности окончательных результатов и другие, тесно связаны и зависят от корректности способа выявления, оценки и учета систематических ошибок.

Рассмотрим вопрос о выявлении и оценке систематической ошибки между двумя сериями измерений, причем безразлично—для случая, когда имеем измерения одного и того же фотонегатива два раза или когда имеем два фотонегатива одной и той же области.

1. Обозначим результаты измерений в первой серии через:

$$x_1, x_2, \dots, x_n,$$

где n —число звезд, и соответственно через

$$x'_1, x'_2, \dots, x'_n$$

результаты измерений тех же звезд во второй серии.

Образум разности

$$x_i - x'_i = d_i \quad (1)$$

и рассмотрим величину d_i , которая есть случайная величина, распределенная нормально вокруг некоторой величины C с дисперсией σ_d , что напомним так:

$$d_i \in N(C, \sigma_d).$$

Если между двумя сериями измерений нет никакого систематического различия (систематической ошибки), то при $n \rightarrow \infty$, $C \rightarrow 0$. Если между сериями измерений существует систематическое различие равное C_0 , то когда $n \rightarrow \infty$, $C \rightarrow C_0$.

Таким образом величина

$$C = \bar{d}_i = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n} \quad (2)$$

может служить нам критерием выявления систематической ошибки. Равенство нулю или отличие от нуля величины \bar{d}_i может указать на отсутствие или наличие систематической ошибки. Однако сама $C = \bar{d}_i$ есть случайная величина распределенная нормально и поэтому требуется её оценка по известным методам. В качестве нулевой гипотезы примем, что нет систематической ошибки, т. е.

$$d_i \in N(0, \sigma_d)$$

и оценим значимость отличия от нуля величины \bar{d}_i . Для практических целей удобно образовать отношение:

$$\frac{\bar{d}_i}{\sigma_d} \approx \frac{\bar{d}_i}{m \sqrt{\frac{2}{n}}},$$

в котором достаточно приближенное знание средней квадратической ошибки $m \cdot \sigma_d$ значимо, если выполняется неравенство:

$$\left| \frac{\bar{d}_i}{m \sqrt{\frac{2}{n}}} \right| > t_\alpha, \quad (3)$$

где t_α берется из таблицы I,

Таблица I

α	$\alpha = 0.32$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.001$
t_α	1.00	1.96	2.58	3.32

в которой уровень значимости α выбирается в соответствии с фотометрической задачей, т. е. чем выше предъявляемое требование и больше требуется надежность результатов и чем меньше мы хотим рисковать при последующих заключениях, тем меньше по абсолютной величине должна быть α .

Таким образом, выявление систематической ошибки выполняется по следующим этапам: а) выбирается уровень значимости α и соответственно по таблице t_α , б) определяется или берется по старым определениям m , в) вычисляется \bar{d}_i и проверяется неравенство (3). Если неравенство (3) выполняется, то делается заключение, что между двумя сериями измерений существует систематическая ошибка и она равна $C = \bar{d}_i$.

2. Если систематическая ошибка выявлена, то возникает ряд вопросов, которые необходимо принять во внимание при дальнейшей обработке фотометрических данных. Такие ошибки имеют ряд последствий, среди которых некоторые достаточно серьезны и могут значительно ухудшить окончательные результаты.

Естественно, что сама величина систематической ошибки определяет насколько она существенна,—следует принять её во внимание или можно ею пренебречь. Однако, следует подчеркнуть, что во-первых, корректнее исключить всякую ошибку, если имеется возможность, и во-вторых, важность величины систематической ошибки зависит от фотометрической

задачи. При создании стандартов систематическая ошибка всякой величины важна, но встречаются задачи, когда ошибку равную $0^m.05$ можно и вовсе не учитывать.

В дальнейшем мы рассмотрим ряд вопросов, которые касаются некоторых последствий систематической ошибки на разных этапах фотографической фотометрии.

3. При оценке средней квадратической ошибки одного измерения (определения) путём сравнения звёздных величин на двух или нескольких фотонегативах, если между этими рядами измерений существует систематическая ошибка, средняя квадратическая ошибка должна вычисляться не по обычной, а по формуле:

$$m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - C)^2}{2(n-1)}}, \quad (4)$$

в которой исключается систематическая ошибка C , численная величина которой обычно вычисляется по формуле (2). Разности d_i вычисляются по формуле (1); n число звёзд. Когда между сериями измерений нет систематической ошибки, т. е. $C=0$, то формула (4) превращается в обычную формулу для средней квадратической ошибки.

4. В фотографической фотометрии величины звёзд определяются обычно на нескольких фотонегативах и затем выводятся средние значения, что и считается каталожным значением данной звезды. Если между фотонегативами существует систематическая ошибка, можно сказать, что различаются нульпункты этих фотонегативов.

Строго говоря, каждый фотонегатив имеет свой нульпункт и если для какого-нибудь центра мы имеем k фотонегативов, очевидно можно написать:

$$x_{ji} = a_j + X_i + \Delta x_{ji}, \quad (5)$$

где x_{ji} измеренная звёздная величина i звезды на j -ом фотонегативе, a_j нульпункт j -го фотонегатива, X_i истинное, свободное от ошибок, значение i -й звезды, и Δx_{ji} случайная ошибка. Осредняя по j получим:

$$\bar{x}_i = \bar{a} + X_i, \quad (6)$$

где

$$\bar{x}_i = \frac{\sum_{j=1}^k x_{ij}}{k}, \quad \bar{a} = \frac{\sum_{j=1}^k a_j}{k}$$

и допускается, что

$$\frac{\sum_{j=1}^k \Delta x_{ji}}{k} \approx 0.$$

Таким образом, когда между фотонегативами данного центра существует систематическая ошибка, что то же самое, что наличие у них раз-

ных нульпунктов, осреднением звёздных величин мы создаем нульпункт всего центра a , который является средним от нульпунктов отдельных фотонегативов. Наличие систематических ошибок не увеличивает случайные ошибки, не искажает точности.

Однако систематическая ошибка между фотонегативами искажает величину средней квадратической ошибки, если она вычислена обычным методом. Действительно, вычитая равенство (6) из равенства (5), получим:

$$x_{ji} - \bar{x}_i = a_j - \bar{a} + \Delta x_{ji}.$$

Возводя в квадрат, суммируя по j и деля на $k-1$, получим:

$$m_z^2 = m_a^2 + m_{\Delta x}^2.$$

Действительную точность наших измерений характеризует величина $m_{\Delta x}$ однако мы можем вычислить лишь m_z , которая завышена на член m_a , характеризующий разброс нульпунктов отдельных фотонегативов. Таким образом, определенная нами m_z завышена, она не характеризует истинную точность и поэтому, для определения точности наших измерений целесообразно использовать способ исключаящий систематическую ошибку, т. е. формулу (4).

5. Обычно фотометрически исследуемая область состоит из некоторого количества центров фотографирования и для каждого центра получается несколько (4—6) фотонегативов для определения звёздных величин. Очевидно, каждый центр имеет свой нульпункт, который со своей стороны является средним от нульпунктов отдельных фотонегативов принадлежащих данному центру. Так что, если исследуемая область состоит из r центров фотографирования, мы будем иметь совокупность нульпунктов:

$$a_1, a_2, \dots, a_s, \dots, a_r.$$

Взвешенная средняя

$$a = \frac{\sum_{s=1}^r n_s k_s a_s}{\sum_{s=1}^r n_s k_s}.$$

где n_s число звёзд и k_s число фотонегативов s -го центра, есть нульпункт всего каталога, вокруг которого распределены нульпункты a_s отдельных центров. По общим соображениям это распределение должно быть нормальным. Особо важное значение имеет величина дисперсии σ_a^2 , так как к естественному разбросу звёздных величин добавляется разброс нульпунктов отдельных центров и этим ухудшается точность всего каталога. Это можно проиллюстрировать следующим образом. Для того чтобы обеспечить неравенство

$$|a_s - a| < \frac{\sigma_a}{2},$$

понадобится не менее 16 фотонегативов для каждого центра. Так что, если σ_a сколько-нибудь значительная величина, разброс нульпунктов будет большим и каталог будет неоднородным. Было бы желательно приведение всех центров к одному нульпункту, что можно осуществить с помощью дополнительных, промежуточных фотопластинок, на которых будут изображения звезд соседних центров.

б. При выборе числа звезд n , для определения некоторых характеристик каталога, мы должны руководствоваться следующими соображениями: n должно обеспечить приближенно-нормальное распределение эмпирических характеристик, наперед требуемое их приближение к генеральным характеристикам и право—вторые заменить первыми.

Если средняя квадратическая ошибка m вычислена по n звездам, то её приближение к генеральной M , т. е. к средней квадратической ошибке, вычисленной по всем N звездам каталога, зависит от n . Потребуем, что это приближение было меньше ε , т. е.

$$|m - M| < \varepsilon$$

и определим n , обеспечивающее это неравенство для разных ε . Такие значения n даны в таблице II для разных уровней значимости α и в которой ε выражено в единицах $m: q = \frac{\varepsilon}{m}$.

Таблица II

q	$\alpha=0.05$	$\alpha=0.01$	$\alpha=0.001$
0.05	768	1332	2204
0.1	192	332	551
0.2	48	84	138
0.3	21	37	62
0.4	18	21	35
0.5	8	14	22

Таблица III

p	$\alpha=0.05$	$\alpha=0.01$	$\alpha=0.001$
0.05	3074	5326	8818
0.1	769	1332	2205
0.2	193	333	552
0.3	86	148	245
0.4	48	84	138
0.5	31	54	88

При выявлении систематической ошибки, естественно, что, чем большая требуется уверенность и чем меньше такая ошибка по абсолютной величине, тем большее число звезд n потребуется. В таблице III даны значения n для разных значений $p = \frac{d_i}{m}$, т. е. систематической ошибки, выраженной в единицах m .

III ЗАСЕДАНИЕ

4 октября, вечер

а) Группа наблюдательной звездной астрономии

ДОКЛАД Л. П. МЕТИК (КРЫМ)

О ПРОСТРАНСТВЕННОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ЗВЕЗД И ПОГЛОЩАЮЩЕЙ МАТЕРИИ В СОЗВЕЗДИИ ЛЕБЕДЯ (ЦЕНТР ОБЛАСТИ $\alpha=22^{\circ}44'$, $\delta=+45^{\circ}$)*

(Тезисы)

Определены спектральные классы, фотографические величины и показатели цвета 3404 звезд в участке $7 \times 7^{\circ}$. Обсуждается пространственное распределение звезд и межзвездного вещества.

Вопросы.

Л. В. Мирзоян. Поглощение определено по избыткам цвета? Каково значение множителя?

Л. П. Метик. Да. 2,7.

ДОКЛАД Л. Н. ЯВОРСКОЙ (КИЕВ)

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕЖЗВЕЗДНОГО ПОГЛОЩЕНИЯ В S_{A40} **

(Тезисы)

Составлен каталог фотографических и фотовизуальных величин 3100 звезд в участке в 9 кв. град. Построены графики зависимости общего поглощения от исправленного расстояния.

Вопросы.

П. Н. Холопов. Сравнены ли результаты с данными Л. П. Метик, насколько участки совпадают?

Л. Н. Яворская. Нет.

ДОКЛАД Э. С. БРОДСКОЙ (КРЫМ)

СПЕКТРЫ, ФОТОГРАФИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ И ПОКАЗАТЕЛИ ЦВЕТА В НЕСКОЛЬКИХ УЧАСТКАХ МЛЕЧНОГО ПУТИ***

* Зачитан И. И. Проник. Содержание доклада см. в Изв. Крым. астрофиз. общ.

** По сообщению докладчика, содержание доклада будет опубликовано в изданиях ГАО АН УССР, 4.

*** Зачитан И. И. Проник. Содержание см. в Изв. Крым. астрофиз. общ. 26.