

ასეთი ტიზო პუნქტის მდგრადული გრძელვისათვის მიღებულია პირვეპირი ცი-  
სარიცხვებს, მაგრამ კონცენტრი მიღებულის ანამეტოვე წილშენერობათა ასა-  
სენჯარ ყურძელებულ პუნქტის ფაზების რაოდის ტანის სამრეცის მიუ-  
ხვე ანამდენოვე რაოდისათვის მეტადი.

კუთხევა სასურა, რომ მომარინა პანგლიტი გარემონტული იყო მცირე ნა-  
ძლევაშის განდანიღი ქრისტიანი, რომელიც ნაშეტსაც წარმოადგენს ორანგეზეა-  
რიში; ამიტომ თანამდებობას პულტუ პანგლიტს ნერი მცუნუ ახასიათებს.

## ON THE ROLE OF NEARPLANETARY PARTICLES' SWARMS IN THE ORIGIN OF SPIN

R. I. KILADZE  
(Summary)

The investigation of origin of planets' rotation during their growth at the expense of small particles moving around the Sun on the elliptical orbits is carried out.

For great eccentricities the problem may be divided into two problems of two bodies: beyond the limits of planets' sphere of activity one can study particles' motion in gravitation field of the Sun, and within this sphere their trajectories may be continued, taking into account only planets' gravitation field.

So we receive direct rotation of planets but explanation of their modern angular momenta is possible only assuming that during the time of growth planets had effective radii at least ten times greater than they have today.

Such a condition could exist if young planets were surrounded by particles' swarms, the remnants of which represent satellites. It is not accidental that planets without satellites rotate slowly.

## Цитированная литература

1. Артемьев А.В. О раскручивании планет эллиптически движущимися частицами. Астрон. вести. 1969, 3, № I, 18.
  2. Артемьев А.В. К вопросу о происхождении осевого вращения планет. Уч. зап. Горьковск. пед. ин-та. 1969, вып. 98, 98.
  3. Киладзе Р.И. О роли роя мелких частиц в возникновении планет. Сообщ. АН Груз. ССР. 1974, 75, № I, 69.
  4. Чеботарев Г.А. Гравитационные сферы больших планет, Луны и Солнца. АХ. 1963, 40, № 5, 812.
  5. Киладзе Р.И. К вопросу о суточном вращении планет. III Болл. Абст. ст. астрофиз. обсерв. 1970, № 39, 103.
  6. Giulii R.T. On the Rotation of the Earth Produced by Gravitational Accretion of Particles. Icarus. 1968, 8, no.2, 301.

# НЕЛИНЕЙНЫЕ СПЕКТРЫ КОСМИЧЕСКИХ РАДИОИСТОЧНИКОВ И ПЛАЗМЕННЫЕ ТУРБУЛЕНТНЫЕ КОМПТОНОВСКИЕ РЕАКТОРЫ

С.А.КАЦЛАН<sup>\*)</sup>, Р.Д.ЛОМАДЗЕ

§ I. Линейные и нелинейные спектры космических источников радиоизлучения. Одним из наиболее важных результатов наблюдений космических радиоисточников явилось открытие степенного характера их спектров излучения в широком интервале частот. Такие спектры называют линейными, имея в виду, что на графике с логарифмическими шкалами зависимость спектральной интенсивности излучения  $I_\omega$  от частоты  $\omega$  изображается прямой линией.

$$\ln I_w = \text{const} - d \ln w, \quad (I.I)$$

где  $\alpha$  - спектральный индекс. У разных источников индекс  $\alpha$  может быть различным, но, как правило, его значение близко к 0,7.

Известно, что вид  $I_\omega$  (I.I) определяется степенной функцией распределения релятивистских электронов  $f_e$  по энергиям  $\varepsilon$ :

$$f_\varepsilon \sim \varepsilon^{-\gamma} \quad (1.2)$$

причем показатель  $\chi$  связан со спектральным индексом соотношением

$$d = \frac{X-1}{9},$$

справедливым как для случая синхротронного излучения, так и для излучения при конгломеровском рассеянии.

Таким образом, проблема интерпретации линейных спектров радиоизлучения космических источников сводится к объяснению формирования в них распределений быстрых частиц (1.2). Построить на этот счет надежную теорию, однако, еще не удалось: при всех попытках (начиная с известного механизма Ферми) трудно было получить определенное значение  $\gamma$ , почти не зависящее от разнообразных физических условий внутри радиоисточников.

\* Научно-исследовательский радиофизический институт, г.Горький

К объяснению данного факта, вероятно, наиболее близка модель плазменного турбулентного реактора (изложение теории см. в [1-3]), где требуемая функция (I.2) возникает при стохастическом ускорении релятивистских электронов плазменными волнами и запертых в реакторе электромагнитным излучением. Здесь главная трудность в том, что для реальных космических условий получаются лишь небольшие отрезки степенного распределения частиц. Но, тем не менее, эта теория (ее основы приводятся ниже) представляет собой самую разработанную модель радиоисточника, приводящую к излучению линейных спектров, и в дальнейшем мы будем основываться на ее выводах.

Хотя "линейный" участок спектра часто занимает по частоте несколько октав, все же всегда имеются и заметные отклонения от этого закона. Иногда они могут быть связаны с тем, что наблюдается наложение спектров излучения источников, которые не удается разрешить современными средствами радиоастрономии. В остальных случаях, т.е. при простых по структуре источниках, спектры с такими искажениями можно называть нелинейными, поскольку на графике ( $\ln I_\omega$ ,  $\ln \omega$ ) они отображаются кривой линией.

По виду этих кривых можно различать их положительную (вогнутые) и отрицательную (выпуклые) кривизну. Иными словами, спектрами с отрицательной кривизной обладают те источники, у которых с увеличением частоты спектральная интенсивность излучения начинает спадать круче, чем по степенному закону. У спектров с положительной кривизной спадание  $I_\omega$  с ростом  $\omega$  замедляется.

Для появления отрицательной кривизны спектров существует много причин. Например, известно, что у некоторых космических радиоисточников в области высоких частот происходит завал спектральной интенсивности. Эффект является следствием того, что электроны с большой энергией быстрее высвечиваются, и поэтому при некотором ее значении функция распределения испытывает излом или даже обрыв. На низких частотах также наблюдаются завалы спектров. Они могут быть вызваны поглощением радиоизлучения в межзвездной и межгалактической средах, в самом источнике, реабсорбией синхротронного излучения, влиянием плазмы на это излучение (эффект Цытовича-Разина, обзор см. в [4,5]). Вполне возможно и то, что при низких энергиях функция распределения быстрых частиц также заваливается, но, и это следует подчеркнуть, отрицательную кривизну спектров в низкочастотной области можно объяснить и со степенным распределением электронов.

Сложнее здесь обстоит дело с интерпретацией положительной кривизны, т.е. более быстрого, чем по (I.1), возрастания спектральной интенсивности излучения при уменьшении частоты. В серии работ С.Я.Брауде и его сотрудников [5-7] были исследованы низкочастотные радиоспектры 261 космического источника и в 92 случаях обнаружены искажения такого рода. В статьях [6-7] было предположено, что  $f_\varepsilon$  в этих источниках отличается от степенной.

В работе [6] была предложена следующая аппроксимация функции распределения релятивистских электронов:

$$\begin{cases} f_\varepsilon \sim \varepsilon^{-\gamma} \exp \left[ \eta (\varepsilon_{\min}/\varepsilon)^2 \right] & \varepsilon > \varepsilon_{\min}, \\ f_\varepsilon = 0 & \varepsilon < \varepsilon_{\min}, \end{cases}$$

где  $\gamma$ ,  $\eta$  и  $\varepsilon_{\min}$  подбираются путем подгонки к данным наблюдений рассчитанного с этой функцией спектра синхротронного излучения. Примеры такой подгонки даны на Рис. I, взятым из [6] (различные знаки соответствуют данным разных авторов; спектры нормированы по частоте на максимум спектральной интенсивности; здесь видно, что участки с положительной кривизной четко проявляются).

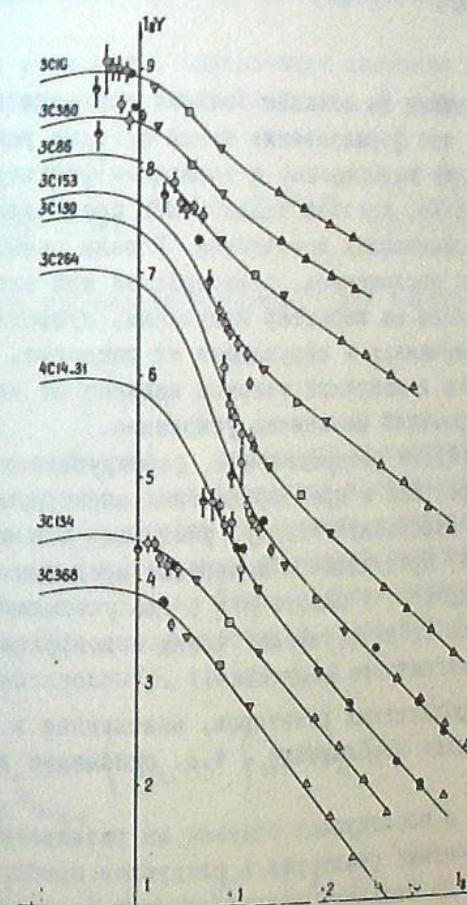


РИС. I

анализируя результаты указанной аппроксимации, авторы [6] нашли, что параметры  $\gamma$  и  $\eta$  лежат в пределах  $1.6 \leq \gamma \leq 3.4$  и  $0 \leq \eta \leq 16$ . Среднее значение показателя  $\gamma \approx 2.6$  и среднее значение коэффициента  $\eta \approx 2.3$ . Величина  $\epsilon_{\min}$  определяется при такой подгонке хуже, и в работе [6] получены различные значения от  $\epsilon_{\min} \approx 16 m_e c^2$  до  $\epsilon_{\min} \approx 600 m_e c^2$ . Средняя по многим источникам  $\epsilon_{\min} \approx 180 m_e c^2$ .

Можно думать, что различия параметров в разных источниках реальны, хотя частично они могут быть связаны и с ошибками наблюдений. В [6, 7] на основе определений  $\gamma$ ,  $\eta$  и  $\epsilon_{\min}$  оцениваются и физические условия в источниках. По-видимому, такие выводы еще преждевременны. Более надёжным является заключение, что во многих космических радиоисточниках образуется примерно одинаковое распределение быстрых частиц:

$$f_\epsilon \sim \epsilon^{-1.6} \exp \left[ \left( 240 m_e c^2 / \epsilon \right)^2 \right]. \quad (1.3)$$

Установленные наблюдениями не слишком большие вариации параметров  $\gamma$  и  $\eta$  показывают, что формирование такой функции распределения должно быть более или менее инвариантно к вариациям физических условий. Это основное требование, которое должно быть предъявлено к теории ускорения частиц в космических источниках. Завалы спектра на низких частотах, связанные с поглощением, реабсорбцией или влиянием коэффициента преломления среди на характер излучения, существенно зависят от условий в радиоисточниках и окружающем их веществе, в то время как положительная кривизна и линейный участок зависят от них меньше и более тесно связаны с физикой механизма ускорения.

Как при вычислении функции распределения, формирующейся в плазменном турбулентном реакторе, так и при определении спектра излучения, необходимо решать самосогласованную задачу, учитывая все поправки одинакового порядка малости, приводящие к появлению кривизны спектров. Это не было сделано, например, в работе [7], где учитывались поправки в  $f_\epsilon$ , но не учитывались соответствующие члены в коэффициентах диффузии и плотности электромагнитного излучения.

Теория плазменных турбулентных реакторов, изложенная в [1-3], рассматривает только первое приближение, т.е. описывает лишь линейные спектры.

В настоящей работе и в последующих статьях мы развиваем последовательную теорию турбулентных реакторов в следующем приближении. Именно в этом случае можно получить точную картину нелинейных спектров. Особенное внимание уделяется решению самосогласованных задач, с полным учетом всех поправок одинакового порядка.

В этой первой работе исследуется плазменный турбулентный реактор, основанный на механизме комптоновского рассеяния. В следующей статье будет рассмотрен синхротронный реактор.

§ 2. Основные соотношения плазменного турбулентного реактора. Рассмотрим систему, в которой имеется обычная "холодная" двухкомпонентная плазма в турбулентном состоянии и некоторая примесь релятивистских частиц. Будем считать систему настолько большой, что в ней имеет место реабсорбция электромагнитного излучения, генерируемого быстрыми электронами в синхротронном или в комптоновском механизме. Тогда при обмене энергией между запертым излучением, плазменной турбулентностью и релятивистскими частицами у последних устанавливается вполне определённое распределение по энергиям.

Наибольшей простой отличается теория реактора, в котором работает всего один механизм взаимодействия электронов и электромагнитного излучения.

Диффузионное уравнение, описывающее изменение изотропной функции распределения частиц по величине импульса  $p$ , имеет вид:

$$\frac{\partial f_p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial p} \left[ \frac{dp}{d\epsilon} A f_p + p^2 D \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{f_p}{p^2} \right) \right]. \quad (2.1)$$

Нормируем  $f_p$  на плотность релятивистских электронов:

$$n_* = \int dp f_p.$$

Параметр  $A = -dc/dt$  описывает систематические потери энергии частиц на излучение, а диффузионный коэффициент  $D$  — её стохастическое изменение в процессах поглощения и испускания волн. Обе эти величины определяются механизмом взаимодействия электронов и излучения. Мы выпишем их для случая конверсии плазменных волн в электромагнитные при комптоновском рассеянии. Если считать турбулентность и поле излучения изотропными, то (см. [1])

$$A(p) = \frac{1}{\Omega^2 c^3 \omega_{pe}} \int d\omega \omega^3 \int dk W_k \bar{u}, \quad (2.2)$$

$$D(p) = \frac{1}{c^2 \omega_{pe}} \int d\omega \omega W_\omega \int dk W_k \bar{u}. \quad (2.3)$$

Здесь  $\omega_{pe}$  — ленгмюровская частота,  $W_k$  и  $W_\omega$  — спектральные плотности энергии плазменных и электромагнитных волн соответственно в шкалах волновых чисел и частот, а  $\bar{u}(\kappa, \omega, \varepsilon)$  — вероятность рассматриваемого процесса, усредненная по углам.

Выражение для  $W_k$  в теории турбулентного плазменного реактора обычно считается заданным — для его определения, вообще говоря, необходимо знать условия турбулизации плазмы.

Величина  $W_\omega$  находится из соотношения:

$$W_\omega = \frac{J_\omega}{|\mu(\omega)|}, \quad (2.4)$$

где спектральная мощность излучения

$$J_\omega = \frac{\omega^3}{\pi^2 c^3 \omega_{pe}} \int dp f_p \int dk W_k \bar{u} \quad (2.5)$$

и коэффициент реабсорбции его тем же механизмом

$$\mu(\omega) = \frac{\omega}{c \omega_{pe}} \int dp p^2 \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{f_p}{p^2} \right) \int dk W_k \bar{u}. \quad (2.6)$$

Если теперь подставить (2.5) и (2.6) в (2.4), затем (2.4) в (2.3) и далее (2.2) и (2.3) в (2.1), то получается одно уравнение для определения функции распределения релятивистских электронов.

Особый интерес представляет стационарный случай  $\partial f_p / \partial t = 0$ . Тогда уравнение упрощается и однозначно определяет  $f_p$ .

Можно ожидать, что в общем виде решение такого уравнения зависит от выбора  $W_k$  и  $\bar{u}$  — величины, конкретно описывающей взаимодействие быстрых частиц с электромагнитными и плазменными волнами. Однако, как оказалось, если вероятность эффекта зависит от частоты излучения и импульса электронов в виде

$$\bar{u} \sim \omega^{-3} \varphi(\omega/p^2), \quad (2.7)$$

где  $\varphi$  — функция только одного аргумента, то форма спектра плазменных волн не играет роли. Здесь существуют три независимых решения (см., например, [3]) стационарного уравнения:

$$f_p \sim p^2 \exp(-\text{const.} p), \quad (2.8)$$

$$f_p \sim p^{-3}, \quad (2.9)$$

$$f_p \sim p^{-2}$$

Первые два из них отвечают равенству нулю выражения в квадратных скобках в (2.1), а когда оно равно постоянной, отличной от нуля, справедливо третье.

Решение максвелловского типа (2.8), строго говоря, имеет место и при более общих предположениях, чем (2.7). Оно сразу следует из уравнения, если выполнено условие

$$\frac{dp}{d\varepsilon} \frac{A}{D} = \text{const.}$$

Далее, (2.10) получается в том случае, когда есть инъекция электронов на функции распределения в области малых энергий и их сток в противоположной области, т.е. это решение соответствует потоку частиц по оси энергии. Величина этого потока однозначно определяется параметрами реактора и поэтому не может быть выбрана произвольно. По этой же причине здесь фиксирована и концентрация релятивистских электронов. Описанная ситуация вряд ли осуществляется в действительности в силу жесткости налагаемых условий. Наконец, решение (2.9) представляется наиболее интересным с точки зрения интерпретации спектров. Оно является стационарным, хотя и не равновесным. Последним будет максвелловское распределение частиц, но для его установления требуется больше времени, и поэтому в космических радиоисточниках в первую очередь должна складываться функция  $f_p \sim p^{-3}$ . Для перехода к равновесию обычно не хватает времени существования источника.

Особых замечаний требует тот факт, что в плазменном турбулентном реакторе образуется распределение (2.9), а не несколько более общее  $f_p \sim p^{-3}$ . Этот вывод следует из вида (2.7). С другой стороны, известно, что взаимодействие излучения с ультрарелятивистскими электронами как в синхротронном механизме, так и в комптоновском рассеянии при конверсии плазменных волн различных типов, действительно, приводит к вероятности такого вида. Данный вопрос подробно рассматривался в работах [8-10], где показана универсальность функции  $f_p \sim p^{-3}$ . Даже учет неизотропности системы не меняет ее [9].

В последнее время было, однако, показано, что случай  $\gamma < 3$  можно получить, если учесть комптоновское рассеяние быстрых электронов на низкочастотном электромагнитном излучении, созданном теми же частицами [11, 12]. Здесь отличие  $\gamma$  от 3 зависит от отношения плотности энергии электромагнитного излучения к плотности энергии турбулентных плазменных волн в комптоновском реакторе или к плотности магнитной энергии в синхротронном реакторе. Эта возможность также будет учтена ниже.

Возвращаясь к общей теории реактора, следует отметить, что вероятность процесса вида (2.7) имеет место только в том случае, когда рассматривается ускорение ультрарелятивистских частиц в механизмах тормозного типа. Если учитывать неполную релятивизацию, т.е. поправки порядка  $m_e c/p$ , то условие (2.7) нарушается. Также оно не имеет места при черенковском ускорении.

Отсюда очевидно, что нелинейные спектры можно получить при учёте неполного релятивизма частиц и если принять во внимание некоторые другие (кроме комптоновского рассеяния) механизмы взаимодействия излучения с быстрыми частицами. Это и будет сделано в последующих параграфах.

**§ 3. Плазменный турбулентный реактор для случая комптоновского рассеяния на релятивистских частицах при малых скоростях ленгмюровских волн.** В данном параграфе исследуется модель реактора, в котором ускорение частиц происходит при комптоновском рассеянии излучения на электронах с энергией, не слишком сильно превышающей их энергию покоя. Предполагается также, что фазовые скорости плазменных волн много меньше скорости света. Обобщение на случай больших фазовых скоростей нетрудно провести.

Здесь мы ограничимся только комптоновским рассеянием (диффузия частиц по энергиям при черенковском излучении, ионизационные потери и другие явления будут учтены в следующем параграфе). Разумеется, такая модель является сильной идеализацией, но она позволит изучить физику явления, описать метод расчёта более сложных реакторов. Кроме того, плазменные реакторы с турбулентностью на больших волновых числах до сих пор вообще не рассматривались.

Вероятность конверсии ленгмюровских волн с малыми фазовыми скоростями в электромагнитные волны при рассеянии на надтепловых электронах плазмы была впервые получена А. Гайдитисом и В. Н. Цытовичем [13] в наиболее общем виде. В дальнейшем, как правило, использовалось лишь её упрощенное выражение, справедливое для случая ультрарелятивизма. Исходя из общей формулы, мы нашли и следующий член разложения вероятности в ряд по величине  $m_e c/p$  (подробности вывода даны в Приложении I). Переходя в (П.1.1) и (П.1.2) от энергии частицы к импульсу ( $\varepsilon = cp [1 + \frac{1}{2} (m_e c/p)^2 + \dots]$ ), имеем

$$\bar{u} = \frac{(2\pi)^3 e^4 \omega_{pe} p^2}{4 c^2 m_e^4 \omega^4} q_2 \left[ \frac{8}{3} - 8q_2 + \frac{16}{3} q_2^3 - 8q_2^2 \ln q_2 + \left( \frac{m_e c}{p} \right)^2 \left( \frac{7}{3} - 8q_2 - 13q_2^2 + \frac{56}{3} q_2^3 - 24q_2^2 \ln q_2 \right) + \dots \right]. \quad (3.1)$$

$$0 \leq q_2 = \frac{\omega}{2ck} \left( \frac{m_e c}{p} \right)^2 \leq 1 + \frac{1}{4} \left( \frac{m_e c}{p} \right)^2.$$

Выражение (3.1) показывает, действительно, что только первое приближение вероятности по  $m_e c/p$  имеет форму (2.7) и, соответственно, лишь для ультрарелятивистских электронов справедливы общие выводы относительно (2.9) и 2.10).

Поэтому решение уравнения (2.1) в рассматриваемом случае неультрарелятивистских энергий частиц следует искать, по крайне мере, в виде двухчленной функции распределения электронов по импульсам. Учитывая, что в вероятности (3.1) поправка порядка  $(m_e c/p)^2$ , будем предполагать, что функция распределения имеет вид

$$\xi_p = K p^{-\gamma} \left[ 1 + E \left( \frac{m_e c}{p} \right)^2 + \dots \right], \quad (3.2)$$

где  $K$  — нормировочный множитель, а параметр  $E$  определяет влияние на  $\xi_p$  неполной релятивизации частиц. Разумеется, это решение справедливо, пока  $E (m_e c/p)^2 \ll 1$ , но сама величина  $E$  может быть и много больше единицы.

При всех расчетах следует задавать форму спектра плазменных волн  $W_k$ . В теории турбулентных плазменных реакторов она пока выбирается произвольно (см. выше). Удобнее всего характеризовать турбулентность эффективной температурой при помощи соотношения

$$W_k = \frac{k^2 T_{eff}}{2\pi^2}. \quad (3.3)$$

Строго говоря,  $T_{eff}$  зависит от волнового числа  $k$ , но этой зависимостью будем пренебречь.

Сами вычисления, в принципе, не сложны, но громоздки. Они описываются в Приложении 2, а здесь мы приведём сразу окончательные формулы. Известные выражения используемых ниже функций  $\xi(\gamma)$  содержатся в Приложении 3.

Подстановка (3.2) в (П.2.2) и (П.2.3) даёт

$$J_\omega = \xi_1(\gamma) \left\{ 1 + [\xi_2(\gamma) + E \xi_3(\gamma)] \frac{ckd}{\omega} + \dots \right\} \times \\ \times \frac{2^{\frac{1+\gamma}{2}} \omega_{pe}^{4-\gamma} K_d^{\frac{3+\gamma}{2}} T_{eff} K}{\pi^{\frac{3}{2}} c^{\frac{4+\gamma}{2}} m_e^{\frac{\gamma-1}{2}} n_e^{\frac{\gamma-2}{2}} \omega^{\frac{\gamma-1}{2}}}, \quad (3.4)$$

$$\mu(\omega) = -\xi_4(\gamma) \left\{ 1 + [\xi_5(\gamma) + E\xi_6(\gamma)] \frac{ck_d}{\omega} + \dots \right\} \times \\ \times \frac{\frac{2+\gamma}{2} \omega_{pe}^4 k_d^2 T_{eff} K}{\frac{\gamma+2}{2} m_e n_e \omega^2} ,$$

где  $K_d = \omega_{pe}/3v_{te}$  — волновое число, выше которого существенно затухание Ландау для ленгмюровских волн ( $v_{te}$  — тепловая скорость электронов). Отсюда, согласно (2.4), получаем спектральную плотность энергии излучения:

$$W_\omega = \xi_7(\gamma) \left\{ 1 + [\xi_8(\gamma) + E\xi_9(\gamma)] \frac{ck_d}{\omega} + \dots \right\} \times \\ \times \frac{m_e \omega^{5/2}}{\sqrt{2\pi^2 c^3 \sqrt{k_d}}} . \quad (3.5)$$

Таким образом, в первом приближении имеет место обычная зависимость  $W_\omega \sim \omega^{5/2}$ , а при учёте отклонения частиц от ультрарелятивизма добавляется ещё слагаемое  $\sim \omega^{3/2}$ . Подставляя (3.5), (3.3) и (3.1) в (2.3) (см. (II.2.1)), находим:

$$D = \xi_{10}(\gamma) \left\{ 1 + [\xi_{11}(\gamma) + E\xi_{12}(\gamma)] \left( \frac{m_e c}{P} \right)^2 + \dots \right\} \times \\ \times \frac{e^2 \omega_{pe}^2 T_{eff}}{\pi^2 N_d c^3} \left( \frac{P}{m_e c} \right)^3 \quad (3.6)$$

(здесь  $N_d = n_e (v_{te}/\omega_{pe})^3$  — дебаевское число).

Выпишем, наконец, выражение для коэффициента  $A$  (см. Приложение 2), не зависящего от  $\gamma$ :

$$A = \frac{2 e^2 \omega_{pe}^2 T_{eff}}{3^6 \pi^2 N_d m_e c^3} \left( \frac{P}{m_e c} \right)^2 \left[ 1 + \frac{3}{2} \left( \frac{m_e c}{P} \right)^2 + \dots \right] \quad (3.7)$$

Из сравнения (3.7) с формулой (4.7) следует условие, при котором можно пренебречь потерей энергии электроном на ионизацию:

$$\frac{T_{eff}}{m_e c^2} > 3^5 \pi^2 N_d A$$

(о величине  $A$  см. § 4).

Теперь подставим (3.2), (3.6), и (3.7) в уравнение (2.1) при  $\partial f_p / \partial t = 0$ . Легко заметить, что величины  $N_d$  и  $T_{eff}$  сокращаются в подтверждение слабой зависимости параметров функции распределения релятивистских частиц от характеристик плазменной турбулентности.

Рассматриваем случай, когда выражение в квадратных скобках в (2.1) равно нулю. Группируя члены низшего и следующего порядков малости по  $m_e c / P$ , находим два условия:

$$3^6 (2+\gamma) \xi_{10}(\gamma) = 2 \quad (3.8)$$

$$E = \frac{2 - \xi_{11}(\gamma)}{\frac{2}{2+\gamma} + \xi_{12}(\gamma)} .$$

Первое из них однозначно определяет параметр  $\gamma$ , а второе —  $E$  в зависимости от  $\gamma$ .

Нетрудно видеть, что решением уравнения (3.8) является  $\gamma = 3$  в согласии с общей теорией. Для параметра  $E$  при  $\gamma = 3$  соответственно имеем:

$$E \approx -1.42 .$$

Итак, в самосогласованном плазменном турбулентном реакторе при учёте только комптоновского рассеяния плазменных волн с большими волновыми числами на релятивистских электронах с конверсией их в электромагнитные волны (и обратного процесса) образуется универсальное распределение частиц по импульсам вида

$$\xi_p \approx K_p^{-3} \exp \left[ -1.42 \left( \frac{m_e c}{P} \right)^2 + \dots \right] . \quad (3.9)$$

Подчеркиваем, что в рамках сделанных предположений оно является полным самосогласованным решением.

Разумеется, запись (3.9) в форме произведения степенной функции на экспоненту, пока показатель последней мал, эквивалентна (3.2). Но мы выбрали её для того, чтобы сделать явным отклонение функции распределения от линейности в указанном выше смысле.

Если здесь учесть и комптоновское рассеяние электронов на низкочастотном излучении соответственно с результатами работ [II, 12], то можно получить и  $\gamma \neq 3$ . Но оказалось, что параметр  $E$  почти не зависит от выбора  $\gamma$  (при  $\gamma = 2,5$   $E = -1,73$  и при  $\gamma = 2$   $E = -1,75$ ). Поэтому можно считать, что учет неполной релятивистизации частиц в турбулентном комптоновском реакторе приводит к созданию их распределения

$$f_p = K p^{-\gamma} \exp \left[ -1,72 \left( \frac{m_e c}{p} \right)^2 + \dots \right].$$

Переходя от импульса к энергии электронов, получаем

$$f_\varepsilon = K_1 \varepsilon^{-\gamma} \exp \left[ \left( \frac{1+\gamma}{2} - 1,72 \right) \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 + \dots \right].$$

Это есть универсальное распределение релятивистских частиц по энергиям с учетом отклонения от ультрарелятивизма.

В выражениях для  $f_p$  мы видим отрицательную кривизну. Но нетрудно убедиться, что спектр возникающего здесь излучения обладает положительной кривизной. В самом деле, самосогласованный спектр описывается формулой (3.4), где вклад неполного релятивизма частиц от функции их распределения дается отрицательным членом с  $E$ , но он компенсируется членом с  $\xi_2(\gamma)$ , происходящим от влияния неполной релятивизации на саму вероятность конверсии.

Самосогласованное решение (т.е. при  $\gamma = 3$ ) даёт спектр излучения

$$I_\omega \sim \omega^{-1} \exp \left( 0,14 \frac{c k_d}{\omega} + \dots \right) = \omega^{-1} \exp \left( 0,046 \frac{c \omega_{pe}}{\nu_{te} \omega} + \dots \right).$$

Когда здесь численный коэффициент мал, в случае, если  $\nu_{te} \ll c$ , можно получить спектры с положительной кривизной и на частотах, заметно превышающих ленгмировскую частоту  $\omega_{pe}$ . Таким образом, самосогласованный комптоновский реактор может привести к некоторому повышению интенсивности излучения перед её завалом на очень низких частотах. Условия для этого не слишком жёсткие.

В самом деле, требование  $\omega \gg \omega_{pe}$  означает  $\nu_{te} \ll 0,046 c$ , т.е.  $T_e \ll 10^7$  град, что вполне возможно. Концентрация электронов в реакторе следует из наблюдаемой частоты заметной положительной кривизны (согласно [5 - 7]), это  $\omega/2\pi \approx 10 - 50$  МГц):

$$n_e \ll 10^6 - 3 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3}.$$

Правда, условия заметно ухудшаются, если  $\gamma < 3$ . Подставляя в (3.4)  $\gamma = 2,5$  и  $\gamma = 2$ , находим спектры

$$I_\omega \sim \omega^{-0,75} \exp \left( 0,022 \frac{c \omega_{pe}}{\nu_{te} \omega} + \dots \right),$$

$$I_\omega \sim \omega^{-0,50} \exp \left( 0,0036 \frac{c \omega_{pe}}{\nu_{te} \omega} + \dots \right)$$

соответственно. Здесь для объяснения наблюдаемой положительной кривизны требуется более низкая температура плазмы в реакторе.

Паконец, существенным ограничением является и то, что учитывалось лишь комптоновское рассеяние — т.е. рассматривался реактор с одним механизмом взаимодействия излучения и вещества. В реальных условиях необходим, конечно, учёт ионизационных потерь и черенковского ускорения. Поэтому полученные здесь выводы скорее следует рассматривать как принципиальный анализ физики плазменных реакторов, а не как реальную попытку объяснения нелинейных спектров космических источников радиоизлучения.

§ 4. Комптоновский реактор при учёте различных механизмов взаимодействия частиц с волнами. Постановка рассматриваемой здесь задачи, в общем, аналогична предыдущей. Учитываются ионизационные потери, тормозное излучение при столкновении быстрых электронов с плазменными волнами и ускорение частиц в черенковском механизме. С другой стороны, мы перестаем обращать внимание на эффекты неполной релятивистизации частиц.

Как станет видно из дальнейшего, теперь функция распределения электронов будет иметь два дополнительных члена:

$$f_p = K p^{-\gamma} \left[ 1 + E \left( \frac{m_e c}{p} \right)^2 + F \left( \frac{m_e c}{p} \right)^3 \right]. \quad (4.1)$$

Расчет спектральной мощности излучения, коэффициента реабсорбции и спектральной плотности энергии электромагнитных волн проводится так же, как и в предыдущем параграфе. Окончательно получаем:

$$J_\omega = \xi_1(\gamma) \left[ 1 + E \xi_3(\gamma) \frac{c k_d}{\omega} + F \sqrt{2} \xi_{13}(\gamma) \left( \frac{c k_d}{\omega} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \times \\ \times \frac{2^{\frac{1+\gamma}{2}} \omega_{pe}^4 k_d^{\frac{3+\gamma}{2}} T_{eff} K}{\Im^{\frac{3}{2}} c^{\frac{7+\gamma}{2}} m_e^{\gamma-1} n_e^2 \omega^{\frac{\gamma-1}{2}}}, \quad (4.2)$$

$$\mu(\omega) = -\xi_4(\gamma) \left[ 1 + E \xi_6(\gamma) \frac{c K_d}{\omega} + F \sqrt{2} \xi_{14}(\gamma) \left( \frac{c K_d}{\omega} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \times \\ \times \frac{2^{\frac{9+\gamma}{2}} \omega_{pe}^{4-\gamma} K_d^{\frac{4+\gamma}{2}} T_{eff} K}{\pi c^{\frac{4+\gamma}{2}} m_e n_e \omega^{\frac{4+\gamma}{2}}} ,$$

$$W_\omega = \xi_7(\gamma) \left[ 1 + E \xi_9(\gamma) \frac{c K_d}{\omega} + F \sqrt{2} \xi_{15}(\gamma) \left( \frac{c K_d}{\omega} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \times \\ \times \frac{m \omega^{\frac{5}{2}}}{\sqrt{2} \pi^2 c^{\frac{3}{2}} \sqrt{K_d}} , \quad (4.3)$$

где новые функции  $\xi_{13}(\gamma)$ ,  $\xi_{14}(\gamma)$  и  $\xi_{15}(\gamma)$  приведены в Приложении 3.

Последнее слагаемое в (4.3) даёт вклад в коэффициент диффузии электронов по оси импульсов, который нельзя вычислять по формуле (П.2.1) — здесь следует пользоваться (П.2.4). В дальнейшем логарифмическую зависимость этой части  $D$  от  $p$  мы учитывать не будем и примем её постоянной, обозначая выражение в квадратных скобках (П.2.4) через  $\Lambda_1$ .

В итоге имеем:

$$D = \xi_{10}(\gamma) \left[ 1 + E \xi_{12}(\gamma) \left( \frac{m_e c}{p} \right)^2 + F \xi_{16}(\gamma) \Lambda_1 \left( \frac{m_e c}{p} \right)^3 \right] \times \\ \times \frac{e^2 \omega_{pe}^2 T_{eff}}{\pi^2 N_d c^3} \left( \frac{p}{m_e c} \right)^3 . \quad (4.4)$$

Эта величина описывает ускорение частиц только при комптоновском рассеянии. Между тем, как хорошо известно (см., например [I, 14]), в плазменной турбулентности с фазовыми скоростями, малыми по сравнению со скоростью света, имеет место и эффективное ускорение при черенковском механизме излучения и поглощения плазменных волн. Здесь диффузийный коэффициент с  $W_K$ , определяемой (3.3), равен

$$D = \frac{e^2 \omega_{pe}^2 T_{eff}}{c^3} \ln \frac{c K_d}{\omega_{pe}} , \quad (4.5)$$

где вообще отсутствует зависимость от импульса частиц. Объединяя (4.4) и (4.5), запишем окончательно

$$D = \xi_{10}(\gamma) \left\{ 1 + E \xi_{12}(\gamma) \left( \frac{m_e c}{p} \right)^2 + \left[ F \xi_{16}(\gamma) \Lambda_1 + \right. \right. \\ \left. \left. + \xi_{14}(\gamma) \pi^2 N_d \ln \frac{c K_d}{\omega_{pe}} \right] \left( \frac{m_e c}{p} \right)^3 \right\} \frac{e^2 \omega_{pe}^2 T_{eff}}{\pi^2 N_d c^3} \left( \frac{p}{m_e c} \right)^3 \quad (4.6)$$

Обратимся теперь к механизмам потерь, которые следует учитывать в физической теории турбулентных плазменных реакторов.

В рамках рассматриваемого здесь приближения в формуле (3.7) необходимо пренебречь поправкой порядка  $(m_e c/p)^2$

Кроме того, как это отмечено в [II, 12], важно иметь в виду следующее. Релятивистские электроны испытывают комптоновское рассеяние не только на плазменных волнах, но и на низкочастотных электромагнитных волнах. Этот эффект приводит дополнительно как к потерям энергии частиц, так и к их ускорению. В [II] показано, что указанное ускорение мало, особенно для больших энергий, где  $D \sim p^{-2}$ , и принимать его во внимание мы не станем. С другой стороны, соответствующие дополнительные потери энергии могут быть заметными. Их учёт, вообще говоря, зависит от характера распределения энергии и в излучении, и в плазменной турбулентности. Однако, если полная плотность энергии электромагнитных волн  $W^t$  невелика относительно полной плотности энергии плазменных волн  $W^e$ , то эти потери отличаются от потерь при рассеянии на плазменных волнах множителем  $2W^t/W^e$ . Поэтому вместо (3.7) запишем

$$A = \frac{2 e^2 \omega_{pe}^2 T_{eff}}{3 \pi^2 N_d m_e c^3} \left( \frac{p}{m_e c} \right)^2 \left( 1 + 2 \frac{W^t}{W^e} \right).$$

Однако комптоновским рассеянием не исчерпываются потери энергии релятивистскими электронами в реакторе. Очевидно, что необходимо учесть ионизационные потери, описываемые формулой

$$\Lambda = \frac{e^2 \omega_{pe}^2}{c} \Lambda_1, \quad (4.7)$$

где  $\Lambda = \ln(3m_e v_{te}^3 / e^2 \omega_{pe})$  — кулоновский логарифм.

Наконец, при движении частиц в турбулентной с малыми фазовыми скоростями плазме есть еще один вид потерь — так называемое турбулентное тормозное излучение, рассмотренное впервые В.Н.Цитовичем (см. [10], также [1]). Этот процесс соответствует излучению при столкновении частиц и волн. Здесь для спектра (3.3) имеем

$$\Lambda = \frac{e^2}{\hbar c} \frac{m_e c \omega_{pe} T_{eff}}{2 \cdot 3^4 \pi^2 N_d p} \Lambda_2.$$

Через  $\Lambda_2$  мы обозначили величину  $\ln(2p/m_e c) - 1$ . Так же как в случае  $\Lambda_1$ , не будем принимать во внимание изменение этой величины с импульсом электрона.

Заметим, что фигурирующие в последних формулах члены с  $\Lambda$ ,  $\Lambda_1$  и  $\Lambda_2$  обязаны дальнодействию кулоновских сил. В реальных условиях космической плазмы все они велики (порядка нескольких десятков).

Собирая все потери энергии релятивистской частицей, получаем

$$\begin{aligned} \Lambda = & \frac{2e^2 \omega_{pe}^2 T_{eff}}{3^6 \pi^2 N_d m_e c^3} \left(\frac{p}{m_e c}\right)^2 \left[ 1 + 2 \frac{W^t}{W_e} + \right. \\ & \left. + \frac{3^6 \pi^2}{2} N_d \Lambda \frac{m_e c^2}{T_{eff}} \left(\frac{m_e c}{p}\right)^2 + \frac{3^2 m_e c^2}{2^2 \hbar \omega_{pe}} \Lambda_2 \left(\frac{m_e c}{p}\right)^3 \right]. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Таким образом, коэффициент диффузии и выражение для потерь энергии содержат слагаемые одинакового порядка малости по  $m_e c/p$ .

Дальнейший расчет проводится по рецепту, уже использованному в § 3. В диффузионное уравнение (2.1) при  $\partial f_p / \partial t = 0$  и равенстве нулю выражения в квадратных скобках подставляются величины (4.1), (4.6) и (4.8). Приравнивая соответствующие члены, находим три алгебраических уравнения, определяющих параметры  $\gamma$ ,  $E$  и  $F$ :

$$3^6 (2+\gamma) \xi_{10}(\gamma) = 2 \left( 1 + 2 \frac{W^t}{W_e} \right), \quad (4.9)$$

$$E = \frac{\pi^2 N_d \Lambda \frac{m_e c^2}{T_{eff}}}{\xi_{10}(\gamma) [2 + (2+\gamma) \xi_{12}(\gamma)]},$$

$$F = - \frac{\left( 2 + \gamma - \frac{m_e c^2 \Lambda_2}{2 \cdot 3^4 \pi^2 \hbar \omega_{pe} N_d \ln \frac{c k_d}{\omega_{pe}}} \right) \pi^2 N_d \ln \frac{c k_d}{\omega_{pe}}}{\xi_{10}(\gamma) [3 + (2+\gamma) \xi_{16}(\gamma) \Lambda_1]}.$$

Отличие (4.9) от (3.8) состоит в наличии члена  $2 W^t / W_e$ . Его учет позволяет получить значения  $2 \leq \gamma \leq 3$ . Этот вопрос подробно рассмотрен в работах [9, II], и поэтому мы не будем на нем останавливаться, а как и раньше, рассмотрим разные случаи выбора  $\gamma$ .

Поскольку  $\Lambda_1 \gg 1$ , а численный коэффициент перед этой величиной в выражении для  $F$  при рассматриваемых значениях  $\gamma$  заключен в пределах между -6 и -9, в квадратных скобках можно пренебречь первым слагаемым (тройкой). Тогда, вводя новые обозначения числовых коэффициентов, зависящих от  $\gamma$ , запишем решение уравнения реактора для функции распределения быстрых электронов по импульсам в виде

$$\begin{aligned} f_p = & K p^{-\gamma} \exp \left[ -a(\gamma) N_d \Lambda \frac{m_e c^2}{T_{eff}} \left( \frac{m_e c}{p} \right)^2 + \right. \\ & \left. + b(\gamma) \left( 2 + \gamma - \frac{m_e c^2 \Lambda_2}{2 \cdot 3^4 \pi^2 \hbar \omega_{pe} N_d \ln \frac{c k_d}{\omega_{pe}}} \right) N_d \frac{\ln \frac{c}{3 v_{te}} \left( \frac{m_e c}{p} \right)^3}{\Lambda_1} \right], \end{aligned} \quad (4.10)$$

где для величин  $a(\gamma)$  и  $b(\gamma)$  имеем следующие значения:

$\gamma$	$a(\gamma)$	$b(\gamma)$
3	$271,84 \pi^2$	$211,07 \pi^2$
2,5	$233,03 \pi^2$	$186,21 \pi^2$
2	$186,60 \pi^2$	$153,70 \pi^2$

Таблица показывает, что коэффициенты  $a(\gamma)$  и  $b(\gamma)$  не очень сильно меняются в зависимости от  $\gamma$ , и поэтому без большой потери для общности можно принять  $a(\gamma) \approx 2,5 \cdot 10^3$  и  $b(\gamma) \approx 2 \cdot 10^3$ .

Вычисляем спектральную интенсивность излучения, созданного частицами с распределением (4.10) (формула (4.2)) —

$$I_\omega \sim \omega^{-\frac{\gamma-1}{2}} \exp \left[ -c(\gamma) N_d \Lambda \frac{m_e c^2}{T_{eff}} \frac{c \omega_{pe}}{v_{te} \omega} + \right]$$

$$+ d(\gamma) \left( 2 + \gamma - \frac{m_e c^2 \Lambda_2}{2 \cdot 3^4 \pi^2 \hbar \omega_{pe} N_d \ln \frac{c}{3v_{te}}} \right) N_d \frac{\ln \frac{c}{3v_{te}}}{\Lambda_1} \left( \frac{c \omega_{pe}}{v_{te} w} \right)^{\frac{3}{2}}.$$

(4.II)

Здесь

$\gamma$	$c(\gamma)$	$d(\gamma)$
3	$35,68 \pi^2$	$12,56 \pi^2$
2,5	$23,84 \pi^2$	$8,17 \pi^2$
2	$13,18 \pi^2$	$4,35 \pi^2$

Ниже мы примем  $c(\gamma) \approx 2,5 \cdot 10^2$ ,  $d(\gamma) \approx 10^2$ .

Обсудим следствия результатов (4.IO) и (4.II). Видно, что функции  $f_p$  и  $I_\omega$  с уменьшением соответственно импульса и частоты отклоняются от степенных, причем сначала обе приобретают отрицательную кривизну (члены с  $(m_e c/p)^2$  и  $(\omega_{pe}/v_{te})^2$ ). Дальнейший их ход зависит от выполнения неравенства

$$\frac{(2+\gamma) 2 \cdot 3^4 \pi^2 \hbar \omega_{pe} N_d \ln \frac{c}{3v_{te}}}{m_e c^2 \Lambda_2} < 1. \quad (4.II)$$

Если оно оказывается в силе, то отрицательная кривизна сохраняется и при меньших значениях  $p$  и  $\omega$ . В этом случае в рамках рассматриваемой модели реактора нельзя получить спектры с положительной кривизной. Однако при выполнении обратного (4.II) неравенства как в функции распределения электронов, так и в спектральной интенсивности излучения появляется положительная кривизна (члены с  $(m_e c/p)^3$  и  $(\omega_{pe}/v_{te} \omega)^{\frac{3}{2}}$ ). Точка перегиба соответствует значениям:

$$p \approx \frac{(2+\gamma) b(\gamma)}{a(\gamma)} \frac{\ln \frac{c}{3v_{te}}}{\Lambda \Lambda_1} \frac{T_{eff}}{c} \approx \frac{4 \ln \frac{c}{3v_{te}}}{\Lambda \Lambda_1} \frac{T_{eff}}{c},$$

$$\omega \approx \omega_{pe} \frac{c}{v_{te}} \left[ \frac{(2+\gamma) d(\gamma)}{c(\gamma)} \frac{\ln \frac{c}{3v_{te}}}{\Lambda \Lambda_1} \frac{T_{eff}}{m_e c^2} \right]^2 \approx$$

$$\approx \omega_{pe} \frac{c}{v_{te}} \left( \frac{2 \ln \frac{c}{3v_{te}}}{\Lambda \Lambda_1} \frac{T_{eff}}{m_e c^2} \right)^2.$$

К сожалению, здесь существуют жесткие ограничения на параметры плазменного турбулентного комптоновского реактора. Дело в том, что развитая теория справедлива, если отклонения от степенных спектров малы. Однако благодаря присутствию в (4.IO) и (4.II) очень большого числа Дебая  $N_d$ , указанное условие может быть выполнено лишь для столь же высокого значения эффективной температуры ленгмировской турбулентности. Из-за этого частота перегиба попадает в область, далекую от интересующих нас частот радиодиапазона.

В следующей работе мы рассмотрим синхротронный реактор, после чего будет возможность сделать определенные выводы об интерпретации нелинейных спектров космических радиоисточников в рамках механизма формирования распределения релятивистских электронов в плазменных турбулентных реакторах.

#### Приложение I

Усредненная по угловым переменным вероятность превращения плазменных волн с волновыми числами  $k \gg \omega_{pe}/c$  в высокочастотные ( $\omega \gg \omega_{pe}$ ) поперечные волны при комптоновском рассеянии на надтепловых электронах в плазме выглядит следующим образом (см. также [1]) — для удобства записи ниже мы сохраним принятое в [13]  $c = 1$  —

$$\bar{u} = \frac{(2\pi)^3 e^4 \omega_{pe} \epsilon^2}{4 m_e^4 \omega^4} \Phi(\xi, q) \quad (\text{II.I.I})$$

где  $\xi = \epsilon/m_e$ ,  $q = \omega/(1-v)/kv$  (последний параметр представляет собой отношение частоты излученной волны к максимальному из возможных при данных  $K$  и скорости электрона  $v$  ее значений,  $q \leq 1$ ), а безразмерная функция  $\Phi$  с помощью обозначений  $\chi = (1-v)/vq$ ,  $x_{max} = v\chi$ ,  $x_{min} = 1-v$  записана:

$$\Phi(\xi, q) = \Psi(\xi, q, x_{max}) - \Psi(\xi, q, x_{min}),$$

$$\Psi(\xi, q, x) = \frac{1}{\xi^6 v^3 (1+v) \chi^4 q} \left\{ -x - \frac{x^2}{x} - \right.$$

$$- \frac{1}{2v^4 \chi^2} \left[ 3x + \frac{1}{x} \left( x^2 v^2 - \frac{3-2v^2}{\xi^2} \right) \right] -$$

$$- \frac{v^2 \chi^2}{x^2} \left( 1 - \frac{1}{3x \xi^2} \right) - 2 \left( 3-2v^2 \right) \ln x \Big\}.$$

Выразим  $\Phi$  через  $v$  и  $q$  ( $\xi = (1-v^2)^{-\frac{1}{2}}$ ):

$$v(1+v)^2 q \left( -q(1-q) + \frac{1-q}{v^2} - \right. \\ \left. - \frac{1+v}{2v^4} \left\{ 3(1-v)q(1-q) - (1-q)[1-v - (1+v)(3-2v^2)q^2] - \right. \right. \\ \left. \left. - q^2 \left( 1 - \frac{1+v}{3}q \right) + \frac{2-v}{3} + 2(3-2v^2)q^2 \ln q \right\} \right).$$

Используя для релятивизма разложение в ряд  $v = 1 - \frac{1}{2}(m_e/\epsilon)^2 - \frac{1}{8}(m_e/\epsilon)^4 + \dots$ , получаем во втором приближении (тогда  $q = q_1 \times [1 + \frac{3}{4}(m_e/\epsilon)^2]$ ,  $q_1 = (\omega/2k)(m_e/\epsilon)^2$ )

$$\Phi = q_1 \left[ \frac{8}{3} - 8q_1 + \frac{16}{3}q_1^3 - 8q_1^2 \ln q_1 + \right. \\ \left. + \left( \frac{m_e}{\epsilon} \right)^2 \left( \frac{7}{3} - 16q_1 - 21q_1^2 + \frac{104}{3}q_1^3 - 40q_1^2 \ln q_1 \right) \right]. \quad (\text{П.1.2})$$

Найдем коэффициент диффузии  $D$  для степенного спектра электромагнитных волн

$$W_\omega = C \omega^\gamma \quad \omega \leq \omega_*$$

Подставим  $W_\omega$ , определяемую (3.3), и вероятность (П.1.1) в (2.3) и интегрируем по  $q_2$ :

$$-\frac{\pi e^4 m_e^2 C T_{\text{eff}}}{2^3 p^4} \int d\omega \omega^\gamma \left\{ -\frac{4}{3q_2^2} + \frac{8}{q_2} + \frac{16}{3}q_2 - 4(\ln q_2)^2 + \right. \\ \left. + \left( \frac{m_e}{p} \right)^2 \left[ -\frac{4}{6q_2^2} + \frac{8}{q_2} + \frac{56}{3}q_2 - 13 \ln q_2 - 12(\ln q_2)^2 \right] \right\} \quad (*)$$

Определим пределы интегрирования. Ввиду того, что  $q_2$  не может быть больше  $1 + \frac{1}{4}(m_e/p)^2$ , следует различать три возможные ситуации. Во-первых,  $\omega_* < 2\omega_{pe}(p/m_e)^2 [1 + \frac{1}{4}(m_e/p)^2]$  (значение  $\omega_{max} = 2k(p/m_e)^2 [1 + \frac{1}{4}(m_e/p)^2]$ , соответствующее  $k = \omega_{pe}$ ).

При этом разрешено взаимодействие всего спектра плазменных пульсаций с излучением любой частоты — выражение в фигурных скобках надо брать на границах  $(\omega/2\omega_{pe})(p/m_e)^2$ ,  $(\omega/2k_d)(p/m_e)^2$ , а по частоте интегрировать от нуля (имеем в виду  $\gamma > 1$ ) до  $\omega_*$ . Далее, когда выполняется обратное неравенство и одновременно  $\omega_* < 2k_d(p/m_e)^2$   $[1 + \frac{1}{4}(m_e/p)^2]$  (наибольшая  $\omega_{max}$  при предельном волновом числе продольных волн), необходимо вычислять сумму двух интегралов: одного — с заменой в предыдущем на верхнем пределе  $\omega_*$  на  $2\omega_{pe}(p/m_e)^2$   $[1 + \frac{1}{4}(m_e/p)^2]$ , и второго — с границами  $1 + \frac{1}{4}(m_e/p)^2$ ,  $\omega/2k_d(m_e/p)^2$  по переменной  $q_2$  и  $2\omega_{pe}(p/m_e)^2 [1 + \frac{1}{4}(m_e/p)^2]$ ,  $\omega_*$  по  $\omega$ . Наконец,  $\omega_* > 2k_d(p/m_e)^2 [1 + \frac{1}{4}(m_e/p)^2]$ . Этот случай отличается от второго тем, что на верхний предел последнего интеграла вместо  $\omega_*$  ставится  $2k_d(p/m_e)^2 [1 + \frac{1}{4}(m_e/p)^2]$ .

При  $p/m_e > (\omega_*/2\omega_{pe})^{1/2}$ , пренебрегая членами высших порядков малости по  $U_{te}$  и  $m_e/p$ , получаем

$$D = \frac{2\pi e^4 k_d^2 T_{\text{eff}} C \omega_*^{\gamma-1}}{3(\gamma-1)m_e^2} \left[ 1 + \frac{7}{8} \left( \frac{m_e}{p} \right)^2 \left( 1 - \frac{72}{21} \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\omega_*}{k_d} \right) \right].$$

Отметим независимость этого выражения в первом приближении от импульса электрона. Если  $\omega_* \ll k_d$ , то последним членом можно пренебречь.

В промежуточном случае результат громоздкий, и выписывать его мы не станем.

Когда выполнено  $p/m_e < (\omega_*/2k_d)^{1/2}$ , оказывается, что основной вклад в диффузионный коэффициент вносит второй интеграл (первый имеет относительно него порядок  $U_{te}^{\gamma-1}$ ). Складывая, имеем

$$D = \frac{\pi (2+\gamma+\gamma^2) 2^{1+\gamma} e^{1+\gamma} k_d T_{\text{eff}} C}{(\gamma-1) \gamma (1+\gamma)^3 (2+\gamma) m_e^2} \left( \frac{p}{m_e} \right)^{2\gamma-2} \times \\ \times \left[ 1 + \frac{8-6\gamma+11\gamma^2+\gamma^3}{4(2+\gamma+\gamma^2)} \left( \frac{m_e}{p} \right)^2 \right]. \quad (\text{П.2.1})$$

Вычисление величины (2.2), очевидно, соответствует  $\gamma=2$  в третьем из разобранных только что случаев — окончательная формула приведена в § 3.

Аналогичным образом рассчитывается коэффициенты (2.5) и (2.6) со степенной функцией распределения быстрых частиц

$$f_p = K p^{-\delta} \quad p > p_*$$

При интегрировании необходимо помнить, что продольная волна может конвертироваться в поперечную на электронах, у которых импульс не меньше значения, определяемого соотношением  $(p/m_e)^2 [1 + \frac{1}{4} (m_e/p)^2] = \omega/2k$ . Следовательно, существуют следующие варианты:  $p_* > \max p_{min}$ , отвечающего  $k = \omega_{pe}$  (любая из ленгмюровских волн может переходить в излучение данной частоты, рассеиваясь на любом электроне), или  $p_{min}$  (при  $k = k_d$ )  $< p_* < \max p_{min}$  и  $p_* < \min p_{min}$ . Границы интегрирования по  $q_2$  совпадают в соответствующих случаях с теми, что были описаны в связи с вычислением коэффициента диффузационного ускорения. По  $\omega$  пределы таковы: для первого случая - от  $p_*$  до  $\infty$  (здесь  $\gamma$  подразумевается больше единицы), для следующего - в первых интегралах от  $\max p_{min}$  до  $\infty$ , во вторых - от  $p_*$  до  $\max p_{min}$ , а для третьего случая надо в последних интегралах вместо  $p_*$  на нижнем пределе брать  $\min p_{min}$ .

При  $\omega < 2\omega_{pe}(p_*/m_e)^2$  результат вычислений таков:

$$J_\omega = \frac{\omega_{pe}^{4/2} k_d^2 T_{eff} K}{2^3 3 \pi^3 (\gamma-1) n_e^{1/2} p_*^{1/2}} \left[ 1 + \frac{7(\gamma-1)}{8(1+\gamma)} \left( \frac{m_e}{p_*} \right)^2 \left( 1 - \frac{72}{21} \frac{\omega}{k_d} \right) \right],$$

$$\mu(\omega) = - \frac{(2+\gamma) \omega_{pe}^{4/2} k_d^2 T_{eff} K}{2^2 3 \pi \gamma n_e^{1/2} p_*^{1/2} \omega^{1/2}} \left[ 1 + \frac{7\gamma}{8(2+\gamma)} \left( \frac{m_e}{p_*} \right)^2 \left( 1 - \frac{72}{21} \frac{\omega}{k_d} \right) \right].$$

Основное значение спектральной мощности излучения оказывается независящим от частоты. При  $\omega \ll k_d$  в обоих выражениях можно отбросить последние слагаемые.

В другом предельном случае -  $\omega > 2k_d(p_*/m_e)^2$  - отношение первого интеграла ко второму для  $J_\omega$  порядка  $v_{te}^{1/2}$ , а для  $\mu(\omega)$  -  $v_{te}^{-1/2}$ . Здесь получаем:

$$J_\omega = \frac{(11+4\gamma+\gamma^2) 2^{1+\gamma} \omega_{pe}^{4/2} k_d^2 T_{eff} K}{\pi^3 (\gamma^2-1) (3+\gamma)^3 (5+\gamma) m_e^{1/2} n_e^{1/2} \omega^{1/2}} \times \\ \times \left[ 1 + \frac{(\gamma-1)(3+\gamma)^2 (21\gamma+135\gamma+31\gamma^2+\gamma^3)}{4(5+\gamma)^2 (7+\gamma)(11+4\gamma+\gamma^2)} \frac{k_d}{\omega} \right], \quad (\text{II.2.2})$$

$$\mu(\omega) = - \frac{(16+6\gamma+\gamma^2) 2^{2+\gamma} \omega_{pe}^{4/2} k_d^2 T_{eff} K}{\pi \gamma (4+\gamma)^3 (6+\gamma) m_e^{1/2} n_e^{1/2} \omega^{1/2}} \times \\ \times \left[ 1 + \frac{\gamma(4+\gamma)^2 (384+200\gamma+34\gamma^2+\gamma^3)}{4(6+\gamma)^2 (8+\gamma)(16+6\gamma+\gamma^2)} \frac{k_d}{\omega} \right]. \quad (\text{II.2.3})$$

$$\mu(\omega) = - \frac{(16+6\gamma+\gamma^2) 2^{2+\gamma} \omega_{pe}^{4/2} k_d^2 T_{eff} K}{\pi \gamma (4+\gamma)^3 (6+\gamma) m_e^{1/2} n_e^{1/2} \omega^{1/2}} \times$$

$$\times \left[ 1 + \frac{\gamma(4+\gamma)^2 (384+200\gamma+34\gamma^2+\gamma^3)}{4(6+\gamma)^2 (8+\gamma)(16+6\gamma+\gamma^2)} \frac{k_d}{\omega} \right].$$

Остановимся отдельно на коэффициенте  $D$  в первом приближении для спектра излучения, пропорционального частоте.

Очевидно, вопрос сводится к вычислению интеграла в (\*) при  $\gamma=1$  с учетом первых четырех слагаемых в фигурных скобках. На нижний предел интегрирования по  $\omega$  вместо нуля (во избежании логарифмической необходимости) мы поставим частоту  $\omega_{pe}$ . Тогда для случаев  $p/m_e > (\omega_*/2\omega_{pe})^{1/2}$  и  $p/m_e < (\omega_*/2k_d)^{1/2}$  имеем соответственно:

$$D = \frac{2\pi e^{4/2} k_d^2 T_{eff} C}{3 m_e^2} \ln \frac{\omega_*}{\omega_{pe}},$$

$$D = \frac{2\pi e^{4/2} k_d^2 T_{eff} C}{3 m_e^2} \left[ \ln \frac{2k_d}{\omega_{pe}} \left( \frac{p}{m_e} \right)^2 - \frac{25}{12} \right]. \quad (\text{II.2.4})$$

Зависимость последнего выражения от импульса электронов, очевидно, слабая. Под знаком логарифма мы видим отношение максимальной из возможных при данном  $p$  частот излучения, соответствующей  $k = k_d$ , к  $\omega_{pe}$ .

### Приложение 3

$$\xi_1(\gamma) = (11+4\gamma+\gamma^2)/(\gamma^2-1)(3+\gamma)^3(5+\gamma),$$

$$\xi_2(\gamma) = (\gamma-1)(3+\gamma)^2(21\gamma+135\gamma+31\gamma^2+\gamma^3)/4(5+\gamma)^2(7+\gamma)(11+4\gamma+\gamma^2),$$

\* В [1] приводятся величины  $J_\omega$  и  $\mu(\omega)$  для  $W_K$  общего вида, полученные с помощью вероятности процесса в первом приближении и  $\xi_P = (\gamma(\gamma^2-1)n_* p_*^{1/2} p^2)/(2(p_*+p)^2 + \gamma)$  ( $n_*$  - плотность релятивистских частиц). Коэффициент поглощения отличается от нашего линиальным множителем  $\gamma$  в знаменателе.

$$\xi_3(\gamma) = 2 \xi_1(2+\gamma)/\xi_1(\gamma),$$

$$\xi_4(\gamma) = (16 + 6\gamma + \gamma^2)/\gamma(4+\gamma)^3(6+\gamma),$$

$$\xi_5(\gamma) = \xi_2(1+\gamma),$$

$$\xi_6(\gamma) = 2 \xi_4(2+\gamma)/\xi_4(\gamma),$$

$$\xi_7(\gamma) = \xi_1(\gamma)/\xi_4(\gamma),$$

$$\xi_8(\gamma) = \xi_2(\gamma) - \xi_5(\gamma).$$

$$\xi_9(\gamma) = \xi_3(\gamma) - \xi_6(\gamma),$$

$$\xi_{10}(\gamma) = 2^{5/4} 3 \xi_7(\gamma)/3^6 5 \cdot 7^3,$$

$$\xi_{11}(\gamma) = [(619/4) + (3^2 7^2 23 \xi_8(\gamma))/5^2] / 2 \cdot 43,$$

$$\xi_{12}(\gamma) = 3^2 7^2 23 \xi_9(\gamma) / 2 \cdot 5^2 43,$$

$$\xi_{13}(\gamma) = 2 \xi_1(3+\gamma)/\xi_1(\gamma),$$

$$\xi_{14}(\gamma) = 2 \xi_4(3+\gamma)/\xi_4(\gamma),$$

$$\xi_{15}(\gamma) = \xi_{13}(\gamma) - \xi_{14}(\gamma),$$

$$\xi_{16}(\gamma) = 3^2 5 \cdot 7^3 \xi_{15}(\gamma) / 2^6 43,$$

$$\xi_{17}(\gamma) = [\xi_{10}(\gamma)]^{-1}.$$

102000000 00200000000000 00000000000000  
00 0000000 000000000000 0000000000000000

С.А.Каплан, Р.Д.Ломадзе

(Резюме)

Дано второе приближение к теории комптоновского турбулентного реактора с электронами, не являющимися сверхсверхсветлыми. Показано, что в этом случае можно рассмотреть различные механизмы взаимодействия электронов с плазмой. Рассчитаны спектры излучения, генерируемые в различных комбинациях, в зависимости от различных параметров. Показано, что спектр излучения в реакторе с различными механизмами может отличаться от спектра излучения в обычном комптоновском реакторе. Показано, что спектр излучения в реакторе с различными механизмами может отличаться от спектра излучения в обычном комптоновском реакторе.

NONLINEAR SPECTRA OF COSMIC RADIOSOURCES  
AND PLASMA TURBULENT COMPTON REACTORS

S.A.KAPLAN AND R.D.LOMADZE

(Summary)

A second approximation to the theory of the Compton turbulent reactor is developed. The case has been investigated when the electrons cannot be considered as ultrarelativistic. A reactor with different mechanisms has been calculated. The Compton scattering, Cherenkov acceleration, bremsstrahlung of electrons "colliding" with plasma waves and ionization losses were taken into account. We show that in such reactors the nonlinear spectra of radiation with positive curvature can be obtained, i.e. a more steep increase of spectral intensity with decrease of frequency than in the case of usual power spectra.

## Цитированная литература

1. Каплан С.А., Пытovich В.Н. Плазменная астрофизика. М. 1972.
2. Norman C.A., ter Haar D. Phys. Rep. Phys. Lett. C. 1975, 12, 307.
3. Norman C.A. Preprint Oxford. 1974, N 44.
4. Каплан С.А., Пикельнер С.Б. Межзвездная среда. М. 1963.
5. Брауде С.Я., Йук И.Н., Лебедева О.М., Мень А.В., Рябов Б.П. Препринт ИРД АН УССР. 1970, N 3.
6. Braude S.Ya., Ryabov B.P., Zhouck I.N. Astroph. Sp. Sci. 1971, 12, 349.
7. Braude S.Ya., Kaner E.A. Astroph. Sp. Sci. 1973, 20, 59.
8. Николаев А.Н., Пытovich В.Н., Чихачев А.С. ИЭТФ. 1973, 64, 877.
9. Николаев А.Н., Пытovich В.Н., Чихачев А.С. Астрофизика. 1976, 12, 107.
10. Taytovich V.N. Ann. Rev. Astron. Astroph. 1973, 11, 363.
11. Николаев А.Н., Пытovich В.Н. Астрофизика (в печати).
12. Phetick C.J., Taytovich V.N. Astroph. Sp. Sci. (in press).
13. Галлитис А., Пытovich В.Н. ИЭТФ. 1964, 46, 1726.
14. Пытovich В.Н. Теория турбулентной плазмы. М. 1971.

НЕЛИНЕЙНЫЕ СПЕКТРЫ КОСМИЧЕСКИХ РАДИОИСТОЧНИКОВ  
И СИНХРОТРОННЫЙ РЕАКТОР

Р.Д.ЛОМАДЗЕ

Как и статья [1], данная работа связана с проблемой интерпретации нелинейности низкочастотных радиоспектров космических источников.

Согласно последним данным, опубликованным в обзоре [2], примерно 14 % из исследованных в диапазоне от 10 до 1400 МГц спектров 267 дискретных радиоисточников /галактики, квазары, неотождествленные объекты/ на декаметровых волнах обнаруживают искажения степенной зависимости интенсивности излучения от частоты

$$I_\omega \sim \omega^{-\alpha}, \quad (1)$$

справедливой для широкого диапазона радиочастот, причем 10 % в промежутке 10 - 25 МГц отвечают более быстрому росту  $I_\omega$  с уменьшением  $\alpha$ , а 4 % - более медленному, чем по (1). О таких спектрах говорят как о нелинейных, поскольку на графике с логарифмическими шкалами в указанной области спектра происходит отклонение прямой линии, изображающей закон (1), в первом случае вверх с образованием вогнутости /положительная кривизна/, а во втором - вниз /выпуклость, отрицательная кривизна/.

Наилучшее приближение к линейной части спектров для радиогалактик, квазаров и неотождествленных объектов дает значения спектрального индекса, равные соответственно 0,86, 0,89 и 0,96. Параметр  $\alpha$  связан простым соотношением

$$\alpha = \frac{\chi - 1}{2}$$

с показателем степенной функции распределения по энергиям

$$f_\varepsilon \sim \varepsilon^{-\chi}, \quad (2)$$

релятивистских электронов, которым приписывают излучение спектра (1). Наблюдаемые значения  $\alpha$  означают близость  $\chi$  к 3, что хорошо согласуется с выводом теоретической модели плазменных турбулентных реакторов /ПТР/.

В настоящей статье излагается попытка получения низкочастотных нелинейностей спектра излучения быстрых частиц при помощи второго