Цитированная литература

1. Хатисов А.Ш. Исследование возможности применения 70-см менискового телескопа Абастуманской обсерватории для астрометрических работ. Бюлл. Абастум. астрофиз. обс. 1971, 40, 185.
2. Киладзе Р.И. Опыт определения лучевых скоростей звезд с помощью объективной призмы, установленной перед 70-см менисковым телескопом. Бюлл. Абастум. астрофиз. обс. 1959, 24, 35.
3. Курс астрофизики и звездной астрономии, т.I, под ред. А.А.Михайлова. Москва.1973.
4. Бронникова Н.М., Киселев А.А. Фотографические наблюдения Венеры в Пулкове на 26" рефракторе. Изв. ГАО (Пулково). 1973, № 191.
5. Корн Г. и Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. 1968. М.

აბასთუმნის ასტროფიზიკური ობსერვატორიის ბიულეტენი №48, 1977
БЮЛЛЕТЕНЬ АБАСТУМАНСКОЙ АСТРОФИЗИЧЕСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ №48, 1977

О РОЛИ ОКОЛОПЛАНЕТНОГО РОЯ ЧАСТИЦ В ВОЗНИКНОВЕНИИ СУТОЧНОГО ВРАЩЕНИЯ

Р.И.КИЛАДЗЕ

Изучение процесса приобретения вращательного момента планетой при ее росте за счет малых частиц, движущихся вокруг Солнца в направлении, совпадающем с направлением орбитального движения планеты, сводится к исследованию ограниченной задачи трех тел.

В.А.Артемьев [1] заметил, что если малые частицы движутся по достаточно вытянутым эллипсам, то задачу можно свести к совокупности двух задач двух тел, что дает возможность получить аналитическое решение. Суть метода заключается в том, что траектория малой частицы рассматривается состоящей из двух кеплеровских эллипсов: изучается движение малой частицы в гравитационном поле только Солнца или только планеты в зависимости от того, движется частица вне сферы действия планеты или в ее пределах. На границе сферы действия происходит гладкое „сшивание" этих двух эллипсов.

На основе описанного выше метода В.А.Артемьевым [1,2] было проведено численное решение некоторых частных случаев задачи данного типа. Попытка решить задачу аналитически была предпринята нами [3] . Все упомянутые выше работы, однако, не были свободны от недостатков. В частности, в работах [1,2] для плотности частиц принимался закон:

$$\sigma V = const , \qquad (1)$$

что, по-видимому, привело к явно завышенным значениям кинетического момента. Подробнее об этом будет сказано ниже, при выводе формулы (5).

В работе [3] эта ошибка была устранена, однако в решении задачи были отброшены члены, которые при более детальном изучении вопроса оказались не столь малыми, как считалось раньше.

Настоящая статья является обобщением работы [3] в нескольких направлениях: ряды вычислены с большим количеством членов, исследован случай малых значений радиуса планеты, произведена оценка остаточного члена и пр.

П о с т а н о в к а з а д а ч и. Как и в [3], движение частиц будем рассматривать во вращающейся системе координат, жестко связанной с ситемой Солнце-планета. За единицы массы, длины и времени примем суммарную массу системы, расстояние планеты от Солнца и время обращения планеты вокруг Солнца, деленное на 2π , соответственно.

Далее, будем считать, что планета окружена сферой действия радиуса R, внутри которой движение частицы определяется гравитационным полем, в то время, как за ее пределами частица движется вокруг Солнца в плоскости движения планеты („эклиптики") в прямом направлении по кеплеровскому эллипсу. На границе сферы действия вектор скорости частиц будем считать непрерывно меняющимся.

Не ограничивая общности, можно считать, что масса планеты μ гораздо меньше единицы. В этом случае существуют три определения радиуса сферы действия планеты [4].

Не вдаваясь пока в подробности этих определений, заметим, что во всех трех случаях можно писать:

$$1 \gg \mu \sim R^n, \tag{2}$$

где показатель степени n может принимать значения:

$$n = 2,\ 2\tfrac{1}{2},\ 3 \tag{3}$$

При этих условиях вне сферы действия планеты справедливы формулы теоретической астрономии, приведенные в [5]:

$$\rho = a(1 - e\cdot\cos E), \tag{4}$$

$$V_\tau = \frac{\sqrt{a(1-e^2)}}{\rho} - \rho, \tag{5}$$

$$V_\rho = \frac{\sqrt{a}\cdot e\cdot\sin E}{\rho}, \tag{6}$$

где ρ, a, e и E обозначают радиус-вектор, большую полуось, эксцентриситет и эксцентрическую аномалию, а V_ρ и V_τ :-радиальную и тангенциальную составляющие скорости, соответственно.

Для вычисления поверхностной плотности σ частиц, движущихся по одинаковым эллипсам, случайным образом ориентированным в пространстве, разделим плоскость „эклиптики" на ряд кольцевых зон шириной $d\rho$. Очевидно, время, требуемое частице для пересечения каждой зоны в одном направлении (время нахождения частицы внутри каждой зоны) будет равно $\frac{d\rho}{|V_\rho|}$. Эта величина с точностью до постоянного множителя равна вероятности нахождения частицы внутри кольцевой зоны, т.е. равна суммарной массе частиц, одновременно заключенных в пределах этого кольца. Так как площадь такого кольца равна $2\pi\rho d\rho$, то поверхностная плотность вещества внутри каждой кольцевой зоны будет пропорциональна величине $|2\pi\rho V_\rho|^{-1}$.

Подставляя в последнее выражение значение V_ρ из (6), после нормирования получаем:

$$\sigma = \frac{m}{4\pi^2 a^2 e\,|\sin E|} \tag{7}$$

где m обозначает суммарную массу частиц данного сорта (т.е. частиц, движущихся по равновеликим орбитам со случайной ориентацией в плоскости „эклиптики").

Формула (7) дает величину поверхностной плотности вещества, движущегося в одну сторону относительно Солнца. Такой поток в дальнейшем мы будем называть нисходящим или восходящим, в зависимости от того, движутся частицы к Солнцу или от Солнца.

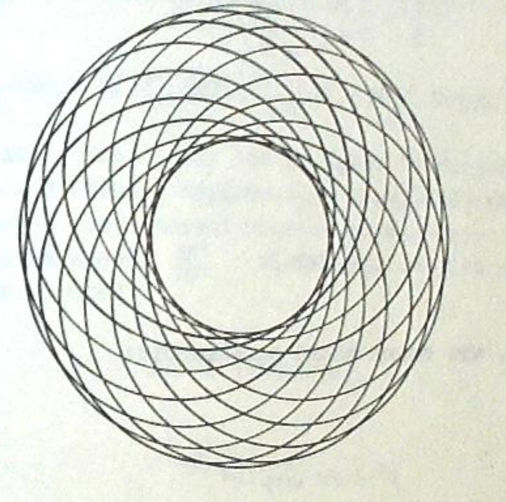

Рис.I.

Из (7) видно, что поверхностная плотность вещества стремится к бесконечности при $\sin E = 0$, т.е. на границах зоны возможного движения, являющихся геометрическим местом перигелиев и афелиев рассматриваемых эллипсов.

В справедливости такого результата легко убедиться, взглянув на „розетку" составленную из одинаковых эллипсов (рис.I). Видно, что вблизи огибающих семейства эллипсов линии лежат плотнее, чем в промежутках между ними.

Далее, введем полярные координаты r и φ с началом в центре планеты (рис.2); азимут будем отсчитывать от направления вектора движения планеты в сторону вращения координатной системы. В дальнейшем нам надобятся также углы α и β, определение которых ясно из рис.2; тут же показан вектор скорости частиц $\vec{V}$.

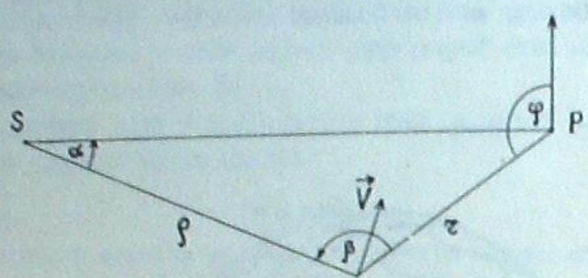

Рис.2.

Легко показать, что имеют место зависимости:

$$\rho^2 = 1 - 2r \cdot \sin\varphi + r^2 , \tag{8}$$

$$\rho \cdot \sin\beta = -\cos\varphi , \tag{9}$$

$$\rho \cdot \cos\beta = r - \sin\varphi , \tag{10}$$

$$\rho \cdot \sin\alpha = -r \cdot \cos\varphi , \tag{11}$$

$$\rho \cdot \cos\alpha = 1 - r \cdot \sin\varphi . \tag{12}$$

Из рис.2 видно, что радиальную и тангенциальную (относительно планеты) составляющие V_r и V_t вектора $\vec{V}$ можно выразить следующим образом:

$$V_r = V_t \cdot \sin\beta - V_\rho \cdot \cos\beta , \tag{13}$$

$$V_t = V_r \cdot \cos\beta + V_\rho \cdot \sin\beta \tag{14}$$

Планетоцентрический момент частицы единичной массы при этом равен:

$$q = r \cdot V_t + r^2 \tag{15}$$

Подставляя в (I3) и (I5) значения V_r, V_ρ, $\sin\beta$, $\cos\beta$ и V_t из (5), (6), (9), (I0) и (I4), для точек, находящихся на границе сферы действия планеты, получим:

$$V_r = \frac{\cos\varphi\left[\rho^2 - \sqrt{a(1-e^2)}\right] + (\sin\varphi - R)\sqrt{a}\, e \cdot \sin E}{\rho^2} , \tag{16}$$

$$q = \frac{R(\sin\varphi - R)\left[\rho^2 - \sqrt{a(1-e^2)}\right] - R\sqrt{a}\, e \cdot \sin E \cdot \cos\varphi}{\rho^2} + R^2 \tag{17}$$

Здесь, как и в дальнейшем (если это не будет оговорено особо), все величины относятся к частицам, пересекающим сферу действия планеты.

Планетоцентрический кинетический момент частиц, пересекающих сферу действия планеты за время $\frac{\Pi^2}{m}$ в пределах ее дуги $d\varphi$ и их общая масса соответственно равны :

$$dQ = \frac{\Pi^2}{m} 6 V_r\, q R d\varphi , \tag{18}$$

$$dM = \frac{\Pi^2}{m} 6 V_r\, d\varphi . \tag{19}$$

Так как мы условились рассматривать задачу двух тел в окрестности планеты, то отсюда автоматически (в силу существования интеграла площадей) вытекает постоянство величины q за время движения частицы в пределах сферы действия планеты.

Оценим величину погрешности, появляющейся из-за этого допущения. С этой целью рассмотрим систему уравнений движения частицы в задаче трех тел:

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\dot{y} = \dfrac{\partial \Omega}{\partial x} , \\ \ddot{y} + 2\dot{x} = \dfrac{\partial \Omega}{\partial y} . \end{cases} \tag{20}$$

Если начало координат поместить в центр планеты, а ось X совместить с направлением Солнце-планета, то потенциальная функция Ω принимает вид:

$$\Omega = \frac{(x+1-\mu)^2}{2} + \frac{1-\mu}{\rho} + \frac{\mu}{r} . \tag{21}$$

Дифференцируя выражение для кинетического момента частицы единичной массы:

$$Q = x\dot{y} - \dot{x}y + \tau^2, \tag{22}$$

с использованием (20) и (21), легко получить:

$$\frac{dQ}{dt} = (1-\mu)y\left(\frac{1}{\rho^3} - 1\right). \tag{23}$$

Переходя к полярным координатам, с точностью до кубических членов относительно τ можно писать:

$$\frac{dQ}{dt} = 3(1-\mu)\tau^2 \sin\varphi\cos\varphi < \frac{3}{2}\tau^2 \tag{24}$$

С другой стороны, так как скорость движения частицы в сфере действия является убывающей функцией от τ, то для интервала времени движения частицы от границы сферы действия до перипланетной точки можно написать:

$$T < \frac{R}{V}, \tag{25}$$

где V обозначает абсолютную величину скорости частицы на границе сферы действия планеты.

С использованием неравенств (24) и (25) для верхней границы изменения кинетического момента частицы при ее движении в пределах сферы действия планеты находим:

$$|\Delta Q| = \left|\int_0^T \frac{dQ}{dt}\,dt\right| < \frac{3R^3}{2V}. \tag{26}$$

Следовательно, если

$$V \gg R, \tag{27}$$

то величину q, определенную из (17), можно считать постоянной с точностью до членов третьей степени относительно R.

В дальнейших вычислениях мы поэтому ограничимся членами, соответствующими членам порядка R^2 в (17).

Подставляя в (18) выражения (4), (7), (16) и (17), получим:

$$dQ = \frac{R^2}{4a^{3}\rho^2}\left\{\frac{(\sin\varphi - R)\left[\frac{2a(1-e^2)}{\rho^2} - \frac{2}{\rho} + \frac{1}{a} - 2\sqrt{a(1-e^2)} + \rho^2\right] + R\left[\rho^2 - \sqrt{a(1-e^2)}\right]}{\sqrt{-a(1-e^2) + 2\rho - \frac{\rho^2}{a}}}\cos\varphi \pm \right.$$

$$\left. \pm \left[\cos^2\varphi - \sin^2\varphi + 2R\sin\varphi - R^2\right]\left[\frac{\sqrt{a(1-e^2)}}{\rho^2} - 1\right] + R(\sin\varphi - R)\right\} d\varphi. \tag{28}$$

Неопределенный интеграл по $d\varphi$ от (28) выражается в элементарных функциях и имеет вид:

$$Q' = \left[-\frac{\rho^2}{24} - \frac{5a\rho}{48} + \frac{1+R^2}{8} - \frac{1}{8a} + \frac{\sqrt{a(1-e^2)}}{4} - \frac{11a^2}{48} - \frac{a^2e^2}{12} - \frac{1-R^2}{8a^2\rho(1-e^2)} - \frac{1-R^2}{8a\rho}\right] e\,|\sin E| \pm$$

$$\pm \left[\frac{a^2}{8} + \frac{3a^2e^2}{16} - \frac{1+a(1+R^2)}{8a} - \frac{\sqrt{a(1-e^2)}}{4}\right] E \pm \left[\frac{\sqrt{1-e^2}}{4a} + \frac{R^2}{4a^2} - \frac{1-R^2}{8a^3(1-e^2)^{3/2}}\right] \vartheta \pm$$

$$\pm \frac{1+\sqrt{a(1-e^2)}}{4a^2}\alpha \pm \frac{\rho^2 + \sqrt{a(1-e^2)}}{4a^2\rho}\sin\alpha + C, \tag{29}$$

где через ϑ обозначена истинная аномалия:

$$\sin\vartheta = \frac{\sqrt{1-e^2}\,\sin E}{1 - e\cos E}. \tag{30}$$

Аналогично, для суммарной массы этих частиц из (19) получаем:

$$dM = \frac{R}{4a^{3/2}\rho^2}\left\{\frac{\rho^2 - \sqrt{a(1-e^2)}}{\sqrt{-a(1-e^2) + 2\rho - \frac{\rho^2}{a}}}\cdot\cos\varphi \pm \sin\varphi \mp R\right\} d\varphi, \tag{31}$$

$$M' = \frac{1}{4}\left\{e\,|\sin E| \mp E \pm \frac{\vartheta}{a^{3/2}} \pm \frac{\alpha}{a^{3/2}}\right\} + C. \tag{32}$$

В формулах (28), (29), (31) и (32) верхние и нижние знаки относятся к случаю восходящего и нисходящего потоков, соответственно.

П р е д е л ы и н т е г р и р о в а н и я. Интегрирование (28) и (31) следует распространить на частицы, перипланетные расстояния которых меньше радиуса планеты, который обозначим через τ_0. Очевидно, в общем случае

$$0 \leqslant \tau_0 < R. \tag{33}$$

При нахождении границ интегрирования мы сталкиваемся с двумя основными случаями, впервые отмеченными Джоли [6].

Если планета движется целиком внутри зоны возможного движения частиц, то мы имеем случай "симметричных" (по терминологии Джоли) орбит; при этом вещество выпадает на планету в виде двух потоков. Обозначим азимуты точек пересечения касательных к планете орбит со сферой действия планеты через φ_k:

$$k = 1,\ 2,\ 3,\ 4. \tag{34}$$

Порядок нумерации этих точек показан на рис. 3

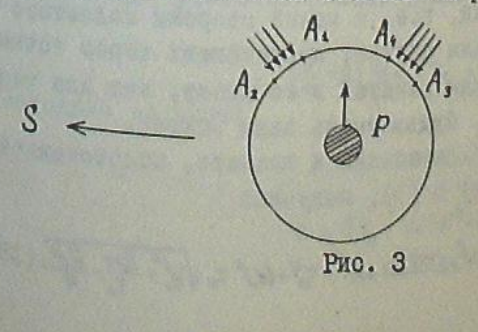

Рис. 3

Если планета движется вблизи границы зоны возможного движения частиц таким образом, что частично выходит за ее пределы, то в этом случае эти два потока объединяются в один „несимметричный" поток (с двумя границами).

Для почти круговых орбит возможен также третий случай - существование многих (до четырех) потоков. Этот случай, однако, мы исключим из рассмотрения, так как применяемый нами метод годен лишь для случая больших эксцентриситетов.

Несколько позднее мы выведем критерий, позволяющий исключить последний случай.

„Симметричные" орбиты. Рассмотрим случай, когда вещество выпадает на планету в виде двух потоков, имеющих, естественно, четыре границы (рис.3).

Для вычисления азимутов $\varphi_1, \dots, \varphi_4$ воспользуемся интегралами энергии и площадей, которые, как было показано выше, справедливы внутри сферы действия планеты в пределах принятой нами точности.

Интеграл энергии запишем в виде:

$$V_r^2 = (1-\mu)\left(\rho^2 + \frac{2}{\rho}\right) + \mu\left(r^2 + \frac{2}{r}\right) - C. \tag{35}$$

Индекс r означает, что величина V_r относится к точке, отстоящей на расстоянии r от планеты.

Постоянную C опредилим, подставляя в (35) выражения (4), (5), (6) для границы сферы действия планеты (где $r = R$).

Отбрасывая члены порядка малости выше μ, получим:

$$C = \frac{2\mu}{R} + \frac{1}{a} + 2\sqrt{a(1-e^2)} - 3\mu. \tag{36}$$

После подстановки (8) и (36) в (35) и разложения в ряд по степеням r с принятой нами ранее точностью имеем:

$$V_r^2 = 3 + \frac{2\mu}{r} - \frac{2\mu}{R} - \frac{1}{a} - 2\sqrt{a(1-e^2)}. \tag{37}$$

Так как в перипланетной точке частица движется тангенциально (по отношению к планете), то в этом случае (15) принимает вид:

$$q = r^2 \pm r V_r. \tag{38}$$

Знак в (37) ставится в зависимости от знака кинетического момента, сообщаемого планете частицей, т.е. с какой стороны подлетает частица к планете. В частности, для частиц, пролетающих через точки A_1 и A_3 (рис.3), следует ставить знак „минус" в то время, как для частиц, пролетающих через точки A_2 и A_4, будем иметь знак „плюс".

Следовательно, для орбит, касательных к планете, подстановкой (17) и (37) в (38), с учетом (2) и (3), получим:

$$\frac{R(\sin\varphi_k - R)\left[\rho_k^2 - \sqrt{a(1-e^2)}\right] - R\sqrt{a}\, e \sin E_k \cos\varphi_k}{\rho_k^2} + R^2 = r_0^2 + (-1)^k r_0 \sqrt{V_0^2 + \frac{2\mu}{r_0} - \frac{2\mu}{R}}. \tag{39}$$

где V_0 обозначает скорость, которую имела бы частица во вращающейся системе координат на единичном расстоянии от Солнца, в отсуствии планеты:

$$V_0 = \sqrt{3 - 2\sqrt{a(1-e^2)} - \frac{1}{a}}. \tag{40}$$

Подставляя в (39) значения ρ и $\sin E$, полученные из (8) и (4), после несложных преобразований получим уравнение четвертой степени относительно $\sin\varphi_k$:

$$3R^2 \sin^4\varphi_k + \left[V_0^2 - 4RN + R^2\right]\sin^2\varphi_k + 2\left\{\left[1-\sqrt{a(1-e^2)}\right](N-2R) - RN^2 + 3R^2N\right\}\sin\varphi_k + N^2(1+R^2) + 2R\left[1-\sqrt{a(1-e^2)}\right](R-N) + a(1-e^2) - 2 + \frac{1}{a} = 0, \tag{41}$$

где введены обозначения:

$$N = R - \frac{r_0^2}{R} - (-1)^k \frac{r_0 V_0}{R}, \tag{42}$$

$$r_0 = r_0\sqrt{1 + \frac{2\mu}{V_0^2}\left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{R}\right)}. \tag{43}$$

Учитывая тот факт, что N может иметь два значения, уравнение (41) в общем случае может иметь восемь действительных корней, что соответствует четырем потокам, выпадающим на планету.

Достаточным условием для исключения такого случая будет неотрицательность коэффицента квадратичного члена (41):

$$V_0^2 - 4RN + R^2 \geq 0. \tag{44}$$

Действительно, в силу положительности коэффициента первого члена в (41) знак может измениться не более двух раз. Следовательно, количество положительных корней уравнения (41) не превосходит двух. Заменив в (41) $\sin\varphi_k$ на величину $-\sin\varphi_k$, мы аналогичным рассуждением придем к выводу, что количество отрицательных корней (41) также не превосходит двух, причем оба случая взаимосвязаны таким образом, что сумма этих двух цифр всегда будет равна двум.

Следовательно, при выполнении условия (44), количество действительных корней уравнения (41) не превосходит двух для каждого значения величины N.

Подставляя в (44) значения V_0 и N из (40) и (42), а также заметив, что при небольших эксцентриситетах с планетой могут сталкиваться частицы, удовлетворяющие условию:

$$\left|\frac{1}{a} - 1\right| \leq e + r_0, \tag{45}$$

окончательно получим:

$$e \geq 3r_0 + \sqrt{12R^2 + 28r_0^2 + 16r_0\sqrt{3R^2 + \frac{2\mu}{r_0} - \frac{2\mu}{R}}}. \tag{46}$$

Нетрудно видеть, что условие (44) и, следовательно, (46) являются частным случаем (27). Они с достаточной степенью точности определяют нижнюю границу эксцентриситета, для которого пригодны наши расчеты.

В дальнейшем мы будем считать условие (46) всегда выполненным.

При этих условиях решение уравнения (4I) можно представить в виде:

$$\sin\varphi_k = \frac{(2R-N)V_0\cos\varphi_0 + RN^2 - 3R^2N \pm \sqrt{(V_0^2-N^2)\left[V_0^2\sin^2\varphi_0 - 2RN(2-V_0\cos\varphi_0) + R^2(1-2V_0\cos\varphi_0-N^2)\right] + 3R^2V_0^2(\cos^2\varphi_0-\sin^4\varphi_0)}}{V_0^2-4RN+R^2}, \qquad (47)$$

где введено обозначение:

$$\cos\varphi_0 = \frac{1-\sqrt{a(1-e^2)}}{V_0}, \qquad (48)$$

Нетрудно видеть из (47), (полагая $\tau_0=0$), что φ_0 является приближительным значением азимута точки пересечения „нулевой" орбиты (т. е. орбиты, проходящей через центр планеты) со сферой действия планеты.

Знак „плюс" перед радикалом в (47) относится к восходящему потоку (k = I,2), знак „минус" - к нисходящему (k=3,4). В случае необходимости учета последнего члена, содержащего $\sin^4\varphi_k$, искомую величину находим из (47) последовательными приближениями.

Подставив в(29) значения φ_k из (47) с использованием (8), (II), (I2), (30) и (48), получаем величину кинетического момента, привносимую планете частицами, движущимися по орбитам с заданной величиной большой полуоси и эксцентриситета:

$$Q' = \frac{\tau_0^2\tau_0}{a^2|\sin\varphi_0|} - \frac{\left[1+\sqrt{a(1-e^2)}\right]z_0^3}{3a^3|\sin\varphi_0|^3}, \qquad (49)$$

При выводе (49) использовался также ряд, получающийся из (4) с применением (8):

$$\sin E = \frac{V_0\sin\varphi_0}{\sqrt{a}\,e}\left\{1+\frac{R(1-a)}{aV_0^2\sin^2\varphi_0}\sin\varphi+\cdots\right\}. \qquad (50)$$

Аналогичным путем можно найти из (32) полную массу вещества, привносимого частицами за то же время:

$$M' = \frac{z_0}{a^2|\sin\varphi_0|}. \qquad (5I)$$

Рассмотрим теперь случай „несимметричных" орбит.

„Несимметричные" орбиты. Пределы интегрирования (47), как было сказано выше, относятся к случаю „симметричных" орбит. Если, однако, $\sin\varphi_0$ мало, - что соответствует случаю:

$$a \approx \frac{1}{1\mp e}, \qquad (52)$$

то одной из границ потока станет граница возможных движений частиц. Одновременно, для положительных N (k =I,3) выражение, стоящее под радикалом в (47), становится отрицательным и уравнение (4I) будет

иметь вещественные корни только для отрицательных N, т.е. у потоков, изображенных на рис. 3, останутся только границы A_2 и A_4. В этом случае мы имеем объединение двух потоков в один „несимметричный" поток.

Из сказанного вытекает, что в случае „несимметричных" потоков пределы интегрирования (28) зависят от величины большой полуоси орбит.

Учитывая (52), для „асимметричных" потоков удобно ввести малую величину z :

$$z = a(1\pm e) - 1; \qquad (53)$$

Верхний знак в (53) относится к случаю движения планеты вблизи перигелия частиц, нижний знак относится к движению вблизи афелия.

Формулы (40) и (47) в этом случае принимают вид:

$$V_0 = \left|1-\sqrt{1\mp e}\right|; \qquad (54)$$

$$\sin\varphi_k = \frac{\pm(-1)^k z_0 + 2\rho\sqrt{(-1)^k z_0 \pm z}}{R} \quad (k=1,2); \qquad (55)$$

$$\sin\varphi_k = \frac{\pm(-1)^k z_0 - 2\rho\sqrt{(-1)^k z_0 \pm z}}{R} \quad (k=3,4), \qquad (56)$$

где введено обозначение:

$$\rho = \frac{\sqrt{e(R^2-z_0^2)}}{\sqrt{2}\,V_0}. \qquad (57)$$

Для установления искомых пределов интегрирования обратимся к геометрической картине явления, схематически изображенной на рис. 4 и 5.

На рис. 4 пунктирной линией изображена граница зоны возможных движений частиц (геометрическое место перигелиев): там же показана планета (заштрихованный круг) и сфера действия. Для простоты будем считать, что частицы движутся вдоль отрезков прямых, показанных стрелками.

В случае „симметричных" потоков (рис.4а) их границы будут находиться в точках A_I, A_2, A_3, A_4; перигелии соответствующих орбит поместятся в точках B_I, B_2, B_3, B_4.

Мысленно увеличивая орбиты частиц в размерах (т.е. перемещая их вправо относительно планеты) мы увидим, что в некоторый момент точка A_0- граница потока: ее место занимает точка A_0- граница возможных движений частиц (рис. 4б).

Нетрудно видеть, что в точке A_0 будет выполнено условие:

$$\sin E = 0. \qquad (58)$$

Далее, точки A_I и A_3 (также как и точки B_I и B_3) приблизятся друг к другу и в момент касания планеты к сплошной линии сливаются: происходит объединение двух потоков (рис.4в). Дальнейшее изменение

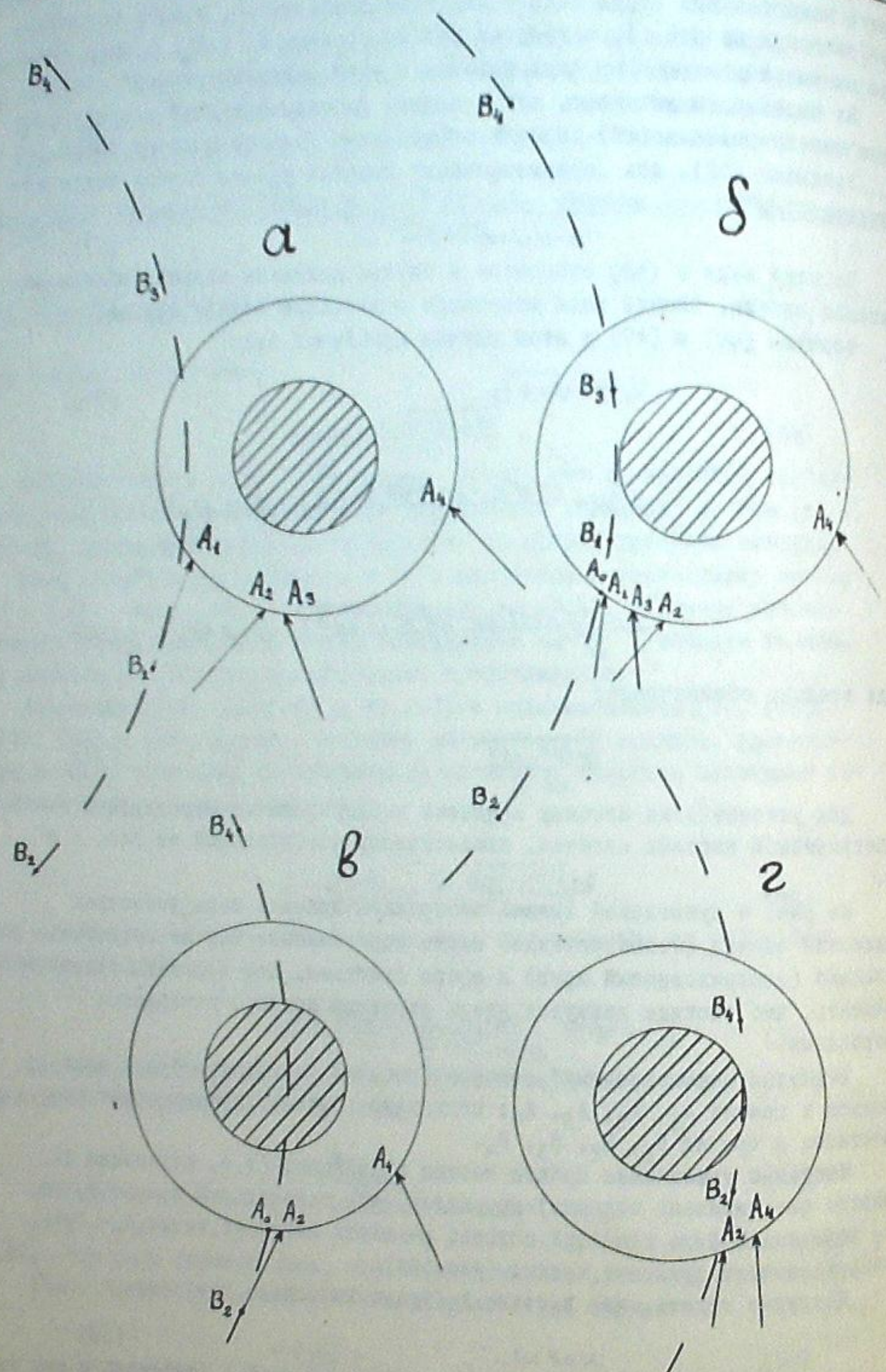

Рис. 4

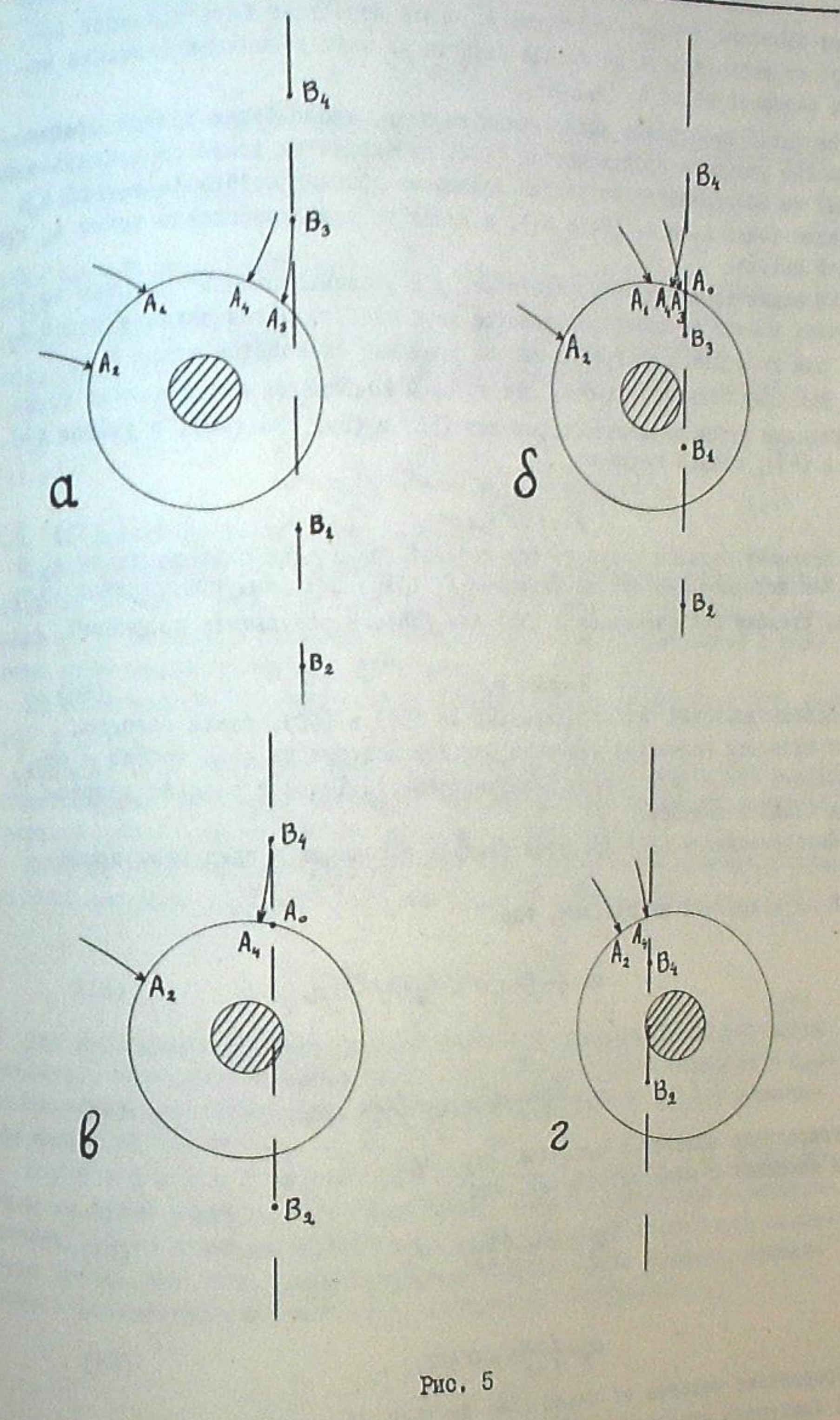

Рис. 5

орбит приводит к тому, что точка A_0 опять перестает быть границей потока: ее место вплоть до выхода планеты из зоны возможных движений частиц занимает точка A_2 (Рис 4г).

На рис.5 изображена аналогичная картина, наблюдаемая вблизи афелия. Мысленно уменьшая орбиты частиц (т.е. перемещая их влево относительно планеты) мы последовательно увидим замещение границы потока A_3 точкой A_0, слияние точек A_I и A_3 (B_I и B_3), а вслед за тем становление точки A_4 границей потока.

Мы видим таким образом, что переход к „несимметричным" потокам во всех случаях влечет за собой объединение двух потоков путем слияния точек A_I и A_3. При этом одной из границ потока временно становится точка A_0.

Величину большой полуоси, при которой появляется или исчезает точка A_0, находим путем совместного решения (58) и (55) или (56), с учетом (4), (8) и (43), откуда получим:

$$z = \pm(-1)^k z_0 \pm \rho^2 \tag{59}$$

Величину большой полуоси, при которой происходит слияние точек A_I и A_3, или исчезновение потока (слияние A_2 с A_4) находим, приравнивая нулю член, стоящий под радикалом в (55) или (56). В результате получаем:

$$z = \pm(-1)^k z_0 \tag{60}$$

Восемь значений z, определенных из (59) и (60), таким образом, делят интервал возможных значений большой полуоси на семь частей и ограничивают его с двух сторон. Перенумеруем эти точки в порядке возрастания большой полуоси.

Интегрирование (28) при этом следует выполнять в следующих пределах.

В двух крайних интервалах, где

$$a_1 = \frac{1 - z_0}{1 + e} \leqslant a \leqslant \frac{1 - z_0 + \rho^2}{1 + e} = a_2 \tag{6I}$$

и

$$a_7 = \frac{1 + z_0 - \rho^2}{1 - e} \leqslant a \leqslant \frac{1 + z_0}{1 - e} = a_8 , \tag{62}$$

интегрирование ведется в пределах $[\varphi_2 , \varphi_4]$.

В соседних с ними интервалах, где

$$a_2 \leqslant a \leqslant \frac{1 + z_0}{1 + e} = a_3 \tag{63}$$

и

$$a_6 = \frac{1 - z_0}{1 - e} \leqslant a \leqslant a_7 , \tag{64}$$

интегрирование ведется от линии (58) до φ_2 и φ_4.

В следующих интервалах, где

$$a_3 \leqslant a \leqslant \frac{1 + z_0 + \rho_2^2}{1 + e} = a_4 \tag{65}$$

и

$$a_5 = \frac{1 - z_0 - \rho^2}{1 - e} \leqslant a \leqslant a_6 , \tag{66}$$

интегрирование выполняется от линии (57) до φ_3 и φ_4, а также в пределах $[\varphi_1 , \varphi_2]$.

И, наконец, в интервале

$$a_4 \leqslant a \leqslant a_5 \tag{67}$$

имеем случай „симметричных" орбит с интегрированием в пределах $[\varphi_1 , \varphi_2]$ и $[\varphi_3 , \varphi_4]$.

Подставляя в (29) значения ρ, φ_0, V_0, φ_k, полученные из (8), (48), (54), (55), (56), и (58), для интервалов (63) и (64) получим:

$$Q'' = \frac{V_0^2 (1 \pm e)^{\frac{3}{2}} (z_0 \mp 2z) \sqrt{2e(z_0 \pm z)}}{6e} , \tag{68}$$

т.е. Q'' имеет порядок равный порядку $z_0^{\frac{3}{2}}$.

Легко убедиться, что в интервалах (6I), (62), (65), и (66) Q имеет такой же порядок малости, однако, так как ширина этих интервалов порядка R^2, то после повторного интегрирования по da результат с принятой нами точностью будет равен нулю.

По этой причине мы не приводим выражение Q'' для интервалов (6I), (62), (65) и (66).

Формула (68) дает величину кинетического момента, приносимого „несимметричными" потоками вблизи внутренней границы возможных движений (верхний знак) или ее внешней границы (нижний знак).

Из (32) аналогичным путем находим, что полная масса вещества, приносимая „несимметричными" потоками за то же время, равна

$$M'' = \frac{V_0 (1 \pm e)}{2} \sqrt{\frac{z_0 \pm z}{2e}} . \tag{69}$$

Для нахождения полного момента количества движения и полной массы вещества, приносимого всеми частицами, движущимися по эллипсам с одинаковыми эксцентриситетами, следует (49), (5I), (68) и (69) проинтегрировать по da от a_1 до a_8.

С у м м а р н ы й к и н е т и ч е с к и й м о м е н т. В дальнейшем мы будем считать, что среди орбит, имеющих одинаковые эксцентриситеты, орбиты с любыми величинами больших полуосей встречаются одинаково часто. При этом условии величина кинетического момента, приносимого „симметричными" потоками, выражается интегралом:

$$Q_s = \int_{a_4}^{a_5} Q' da = \int_{a_4}^{a_5} \left\{ \frac{z_0^2 z_0}{|\sin\varphi_0|} - \frac{\left[1 + \sqrt{a(1 - e^2)}\right] z_0^3}{3|\sin^3\varphi_0|} \right\} \frac{da}{a^{\frac{3}{2}}} \tag{70}$$

Интегрируя второе слагаемое (70) по частям, с использованием (48), (54), (65), (66), и (67) находим:

$$Q_s = -\frac{\sqrt{2}\, r_0^{5/2}}{6} J_3 + (J_1 - J_2)\, r_0^3 \tag{71}$$

где введены обозначения:

$$J_1 = \int\limits_{\frac{1}{1+e}}^{\frac{1}{1-e}} \frac{\sqrt{V_0^2 + 2\mu(1/r - 1/R)}}{V_0 |\sin\varphi_0|} \frac{da}{a^{3/2}}, \tag{72}$$

$$J_2 = -\int\limits_{\frac{1}{1+e}}^{\frac{1}{1-e}} \frac{[1 - a(1-e^2)]\sqrt{V_0^2 + 2\mu(1/r_0 - 1/R)}}{6e^2 V_0 |\sin\varphi_0|} \Big\{ 5a(1-e^2) - 2\sqrt{\frac{1-e^2}{a}} - \frac{3}{a} - \tag{73}$$

$$-2\mu\sqrt{a(1-e^2)}\,(1/r_0 - 1/R)\Big\} \frac{da}{a^{3/2}},$$

$$J_3 = \frac{1}{\sqrt{e}} \left\{ \sqrt{\frac{1-e}{\sqrt{1+e}-1}} \left[(\sqrt{1+e} - 1)^2 + 2\mu(1/r_0 - 1/R) \right]^{5/4} + \sqrt{\frac{1+e}{1-\sqrt{1-e}}} \left[(1 - \sqrt{1-e})^2 + 2\mu(1/r_0 - 1/R) \right]^{5/4} \right\} \tag{74}$$

Кинетический момент, привносимый „несимметричными" потоками, получается интегрированием (69) с использованием (43), (54), (6I), (62), (63), и (64):

$$Q_a = \int\limits_{a_2}^{a_3} Q'' da + \int\limits_{a_6}^{a_7} Q'' da = \frac{4}{15} J_3\, r_0^{5/2} \tag{75}$$

Полный момент количества движения, привносимый всеми потоками, равен сумме (7I) и (75):

$$Q = \left(\frac{4}{15} - \frac{\sqrt{2}}{6}\right) J_3\, r_0^{5/2} + (J_1 - J_2)\, r_0^3. \tag{76}$$

С у м м а р н а я м а с с а. Величина суммарной массы, привносимой „симметричными" потоками, получается интегрированием (5I), с учетом (43), (48), (54), (65) и (66):

$$M_s = \int\limits_{a_4}^{a_5} M' da = J_1 r_0 - \frac{\sqrt{2}}{2} J_3\, r_0^{5/2}. \tag{77}$$

Аналогично, для массы вещества, приносимого „несимметричными" потоками, из (69) получаем:

$$M_a = \int\limits_{a_2}^{a_3} M'' da + \int\limits_{a_6}^{a_7} M'' da = \frac{2}{3} J_3\, r_0^{5/2}. \tag{78}$$

Полную массу, выпавшего на планету вещества, получим суммированием (77) и (78):

$$M = J_1 r_0 + \left(\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) J_3\, r_0^{5/2}. \tag{79}$$

У ч е т т о л щ и н ы с л о я. Формулы (76) и (79) дают величину кинетического момента и массы вещества, выпавшего на планету, если его радиус намного превосходит толщину слоя, внутри которого движутся частицы.

Для вычисления этих величин в случае слоя конечной толщины поступим следующим образом.

Плоскостями, параллельными плоскости „эклиптики", разделим планету на слои толщины dh.

Очевидно, на высоте h над плоскостью „эклиптики" радиус сечения планеты равен:

$$r = \sqrt{r_0^2 - h^2}. \tag{80}$$

Подстановкой (80) в (76) и (79) мы с точностью до постоянного множителя (который можно приравнять единице соответствующим подбором единиц измерения) получим кинетический момент и массу, приобретаемые этим слоем:

$$dQ = \left[\left(\frac{4}{15} - \frac{\sqrt{2}}{6}\right) J_3 (r_0^2 - h^2)^{5/4} + (J_1 - J_2)(r_0^2 - h^2)^{3/2} \right] dh; \tag{8I}$$

$$dM = \left[J_1 (r_0^2 - h^2)^{1/2} + \left(\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) J_3 (r_0^2 - h^2)^{5/4} \right] dh, \tag{82}$$

откуда интегрированием по dh в пределах $\left[-r_0,\ r_0\right]$ получаем:

$$Q=\left(\frac{4}{15}-\frac{\sqrt{2}}{6}\right)\frac{\sqrt{\pi}\,\Gamma(9/4)}{\Gamma(11/4)}J_3 r_0^{7/2}+\frac{3}{8}\pi(J_1-J_2)r_0^4\ , \tag{83}$$

$$M=\frac{\pi}{2}J_1 r_0^2+\left(\frac{2}{3}-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\frac{\sqrt{\pi}\,\Gamma(7/4)}{\Gamma(9/4)}J_3 r_0^{5/2}\ . \tag{84}$$

Делением (83) на (84) находим удельный кинетический момент, приобретаемый планетой за счет частиц, движущихся по орбитам с заданным эксцентриситетом:

$$\frac{Q}{M}=0.0246\frac{J_3}{J_1}r_0^{3/2}+0.75\left(1-\frac{J_2}{J_1}+0.0012\frac{J_3^2}{J_1^2}\right)r_0^2\ . \tag{85}$$

С л у ч а й м а л ы х r_0. Как известно, радиусы планет малы по сравнению с радиусами сфер действия.

При выполнении условия:

$$r_0<<\frac{\mu}{V_0^2}\ , \tag{86}$$

выражения (72), (73) и (74) значительно упрощаются и принимают вид:

$$J_1=\pi\sqrt{\frac{2\mu}{r_0}}\ , \tag{87}$$

$$J_2=\frac{\sqrt{1-e}}{3e^2}\left[K\left(\frac{2e}{1+e}\right)-(1+e)E\left(\frac{2e}{1+e}\right)\right]\left(\frac{2\mu}{r_0}\right)^{3/2}+\left\{\frac{\pi}{2}+\frac{2(1+e)\sqrt{1-e}}{3e^2}\left[E\left(\frac{2e}{1+e}\right)-(1-e)K\left(\frac{2e}{1+e}\right)\right]\right\}\left(\frac{2\mu}{r_0}\right)^{1/2}, \tag{88}$$

$$J_3=\frac{1}{\sqrt{e}}\left[\sqrt{\frac{1-e}{\sqrt{1+e}-1}}+\sqrt{\frac{1+e}{1-\sqrt{1-e}}}\right]\left(\frac{2\mu}{r_0}\right)^{5/4}\ , \tag{89}$$

где символами K и E обозначены полные эллиптические интегралы первого и второго рода.

Функции I_2 и I_3 стремятся к бесконечности при неограниченном уменьшении эксцентриситета. Однако, так как на эту последнюю величину наложено (46), то I_2 и I_3 и, следовательно, $\frac{Q}{M}$ будут ограничены сверху.

Разлагая (88) и (89) в ряд по степеням эксцентриситета и подставив их

вместе с (87) в (85), получим:

$$\frac{Q}{M}=\frac{0.0373(\mu r_0)^{3/4}}{e}+\frac{3}{16}r_0^2-\frac{\mu r_0}{16}+\frac{0.0021}{e^2}\mu^{3/2}r_0^{1/2} \tag{90}$$

Учитывая (46) и отбрасывая малые члены, можно найти верхнюю границу $\frac{Q}{M}$:

$$\frac{Q}{M}\leqslant 0.0108\frac{(\mu r_0)^{3/4}}{R}\ . \tag{91}$$

Нетрудно убедиться, что величины $\left(\frac{Q}{M}\right)_{max}$, полученные из (91), с привлечением современных данных о физических характеристиках планет, намного меньше фактических величин $\frac{Q}{M}$ за исключением Меркурия и Венеры (табл. 2).

Это означает, что вращательные моменты планет (за упомянутым исключением) в рамках предлагаемой теории могут быть объяснены только в том случае, если для эффективных радиусов планет принять величины r_0, значительно превосходящие современные радиусы планет.

Следовательно, представляет интерес случай, когда r_0 по своей величине сравним с R.

С л у ч а й б о л ь ш и х r_0. Если r_0 настолько велик, что выполняется условие:

$$r_0>>\frac{\mu}{V_0^2}\ , \tag{92}$$

то в (72), (73) и (74) можно пренебречь членами, содержащими μ и написать:

$$J_1=\int\limits_{\frac{1}{1+e}}^{\frac{1}{1-e}}\frac{da}{|\sin\varphi_0|\,a^{3/2}}\ , \tag{93}$$

$$J_2=\frac{1}{6e^2}\int\limits_{\frac{1}{1+e}}^{\frac{1}{1-e}}\frac{a(1-e^2)-1}{|\sin\varphi_0|\,a^{3/2}}\left[5a(1-e^2)-2\sqrt{\frac{1-e^2}{a}}-\frac{3}{a}\right]da \tag{94}$$

$$J_3=\frac{1}{\sqrt{e}}\left[\sqrt{(1-e)}\left(\sqrt{1+e}-1\right)^2+\sqrt{(1+e)}\left(1-\sqrt{1-e}\right)^2\right]. \tag{95}$$

При небольших значениях эксцентриситета ($e<0.5$) эти выражения хорошо аппроксимируются функциями:

$$J_1=2E(\tfrac{1}{2})e=2.4221e\,, \qquad (96)$$

$$J_2=\frac{2E(\frac{1}{2})+K(\frac{1}{2})}{3}e=1.5262e\,, \qquad (97)$$

$$J_3=\frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}} \qquad (98)$$

откуда

$$\frac{Q}{M}=0.005081\sqrt{e}\,r_e^{\frac{1}{2}}+0.2775\,r_e^{2}\,. \qquad (99)$$

Для больших значений эксцентриситета величины I_1, I_2, I_3, и коэффициенты, стоящие перед членами в (99) $r_e^{\frac{1}{2}}$ и r_e^{2} (обозначим их через А и В, соответственно) приведены в таблице I.

Таблица I

e	I_1	I_2	I_3	A	B
0.5	I.2757	0.7787	0.199I	0.005432	0.2923
0.9	2.8I34	I.5II3	0.727I	6704	3472
0.98	3.56I4	I.7449	I.07I5	7480	3826
I	4.3689	I.8996	I.4I42	7967	4240

Как видно из табл. I, коэффиценты А и В мало зависят от эксцентриситета, поэтому в дальнейшем мы будем пользоваться формулой (99); радиус сферы действия планет будем считать по **Хиллу**:

$$R=\left(\frac{\mu}{3}\right)^{\frac{1}{3}} \qquad (\mathrm{I}00)$$

Зная современные значения величины $\frac{Q}{M}$ для планет, попытаемся с помощью (98) определить их эффективные радиусы в эпоху формирования. Результаты этих вычислений приведены в таблице 2.

Таблица 2.

Планета	$r_0\cdot 10^6$	$\frac{Q}{M}\cdot 10^6$	$\left(\frac{Q}{M}\right)_{max}\cdot 10^6$	$R\cdot 10^3$	$r_e\cdot 10^6$
I	2	3	4	5	6
Меркурий	4I	0.0009	0.0I2	3.7	22
Венера	57	0.00I0	047	9.4	23
Земля-Луна	43	I.II	04I	I0.0	I600
Марс	I5	0.05	008	4.8	260
Юпитер	90	20.	750	68	7500
Сатурн	40	I0	I60	45	5I00
Уран	8.4	I.2	0II	25	I600
Нептун	5.1	0.57	007	26	II00
Плутон	0.55	0.00I4	00005	4.8	30

В таблице приведены: название планеты, ее современный радиус r_0, современное значение удельного кинетического момента $\frac{Q}{M}$, максимальная величина кинетического момента по (90), радиус сферы действия R, эффективный радиус r_e, вычисленный по (99).

В таблице приведен вместе с тем суммарный кинетический момент системы Земля – Луна, так как благодаря приливному трению, в настоящее время большая часть вращательного момента Земли уже перешла в орбитальный момент движения Луны.

Сравнение второго и шестого столбцов табл.2 показывает, что эффективные радиусы r_e намного превосходят современные значения радиусов для всех планет, за исключением Меркурия и Венеры. При этом имеет место неравенство (92).

Для Меркурия и Венеры, наоборот, эффективные радиусы получаются равным примерно половине современных радиусов и имеет место неравенство (86).

Полученные результаты могут означать, что в эпоху формирования планеты (за исключением первых двух) были окружены роями мелких частиц, имеющими радиусы, в несколько десятков раз превосходящие радиусы самих планет и составляющими около I0% от радиуса сферы действия этих последних.

Прежде чем падать на поверхность планеты, частицы „застревали" в этих роях и лишь затем постепенно выпадали на планету. Остатками этих роев являются спутники планет.

Изложенное выше в свою очередь означает, что Меркурий и Венера были лишены таких облаков; поэтому у них не могли образоваться спутники.

В заключение отметим, что рой мелких частиц, по всей видимости, окружал также Плутон, у которого, согласно нашей концепции, должен иметься неизвестный в настоящее время спутник, ждущий своего открытия.

Июль, I976.

დღეღამური ბრუნვის წარმოშობაში პლანეტების ირგვლივ
არსებული მცირე ნაწილაკების გროვის როლის შესახებ

რ. კილაძე

(რეზიუმე)

გამოკვლეულია პლანეტის დღეღამური ბრუნვის წარმოშობა მზის გარშემო ელიფსურ ორბიტებზე მოძრავი მცირე ნაწილაკების ხარჯზე პლანეტის ზრდის პროცესში.

დიდი ექსცენტრისიტეტების შემთხვევაში ამოცანა დაიყვანება ორი სხეულის ორ ამოცანაზე: პლანეტის მიზიდულობის სფეროს მიღმა განიხილება ნაწილაკების მოძრაობა მზის გრავიტაციულ ველში, ხოლო მიზიდულობის სფეროში მათი ტრაექ-ტორიები გაგრძელებულია მხოლოდ პლანეტის გრავიტაციის გათვალისწინებით.

ასეთი გზით პლანეტის ღერძული ბრუნვისათვის მიიღებულია პირდაპირი მიმართულება, მაგრამ კინეტიკური მომენტების თანამედროვე მნიშვნელობათა ასახსნელად აუცილებელია პლანეტის ეფექტური რადიუსის გაზრდა რამდენიმე ათეულჯერ თანამედროვე რადიუსთან შედარებით.

კეთდება დასკვნა, რომ მოზარდი პლანეტები გარშემორტყმული იყო მცირე ნაწილაკების განფენილი გროვებით, რომელთა ნაშთებსაც წარმოადგენს თანამგზავრები; ამიტომ თანამგზავრებს მოკლებულ პლანეტებს ნელი ბრუნვა ახასიათებს.

ON THE ROLE OF NEARPLANETARY PARTICLES' SWARMS IN THE ORIGIN OF SPIN

R. I. KILADZE

(Summary)

The investigation of origin of planets' rotation during their growth at the expense of small particles moving around the Sun on the ellyptical orbits is carried out.

For great eccentricities the problem may be divided into two problems of two bodies: beyond the limits of planets' sphere of activity one can study particles' motion in gravitation field of the Sun, and within this sphere their trajectories may be continued, taking into account only planets' gravitation field.

So we receive direct rotation of planets but explanation of their modern angular momenta is possible only assuming that during the time of growth planets had effective radii at least ten times greater than they have today.

Such a condition could exist if young planets were surrounded by particles' swarms, the remnants of which represent satellites. It is not accidental that planets without satellites rotate slowly.

Цитированная литература

1. Артемьев А.В. О раскручивании планет эллиптически движущимися частицами. Астрон. вестн. 1969, 3, № 1, 18.
2. Артемьев А.В. К вопросу о происхождении осевого вращения планет. Уч. зап. Горьковск. пед. ин-та. 1969, вып. 98, 98.
3. Киладзе Р.И. О роли роя мелких частиц в возникновения планет. Сообщ. АН Груз. ССР. 1974, 75, № 1, 69.
4. Чеботарев Г.А. Гравитационные сферы больших планет, Луны и Солнца. АЖ. 1963, 40, № 5, 812.
5. Киладзе Р.И. К вопросу о суточном вращении планет. III Бюлл. Абастум. астрофиз. обсерв. 1970, № 39, 103.
6. Giuli R.T. On the Rotation of the Earth Produced by Gravitational Accretion of Particles. Icarus. 1968, 8, no.2, 301.

აბასთუმნის ასტროფიზიკური ობსერვატორიის ბიულეტენი № 48, 1977
БЮЛЛЕТЕНЬ АБАСТУМАНСКОЙ АСТРОФИЗИЧЕСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ № 48, 1977

НЕЛИНЕЙНЫЕ СПЕКТРЫ КОСМИЧЕСКИХ РАДИОИСТОЧНИКОВ И ПЛАЗМЕННЫЕ ТУРБУЛЕНТНЫЕ КОМПТОНОВСКИЕ РЕАКТОРЫ

С.А.КАПЛАН[x]), Р.Д.ЛОМАДЗЕ

§ I. Линейные и нелинейные спектры космических источников радиоизлучения.

Одним из наиболее важных результатов наблюдений космических радиоисточников явилось открытие степенного характера их спектров излучения в широком интервале частот. Такие спектры называют линейными, имея в виду, что на графике с логарифмическими шкалами зависимость спектральной интенсивности излучения I_ω от частоты ω изображается прямой линией

$$\ln I_\omega = Const - \alpha \ln \omega , \tag{I.I}$$

где α - спектральный индекс. У разных источников индекс α может быть различным, но, как правило, его значение близко к 0,7.

Известно, что вид I_ω (I.I) определяется степенной функцией распределения релятивистских электронов f_ε по энергиям ε :

$$f_\varepsilon \sim \varepsilon^{-\gamma}, \tag{I.2}$$

причем показатель γ связан со спектральным индексом соотношением

$$\alpha = \frac{\gamma - 1}{2},$$

справедливым как для случая синхротронного излучения, так и для излучения при комптоновском рассеянии.

Таким образом, проблема интерпретации линейных спектров радиоизлучения космических источников сводится к объяснению формирования в них распределений быстрых частиц (I.2). Построить на этот счет надежную теорию, однако, еще не удалось: при всех попытках (начиная с известного механизма Ферми) трудно было получить определенное значение γ , почти не зависящее от разнообразных физических условий внутри радиоисточников.

---

[x]) Научно-исследовательский радиофизический институт, г.Горький