

1966 წლის 2 სექტემბრის პროტონული ავთფრავის დაკვირვების  
შესახებ აგასტუმანის ობსერვატორიდან

ვ. ვაცარიანი და ა. ცხოვრებაძე

(რეზემ)

წ აღწერილია პროტონული ამოფრქვევის აბასთუმნის ობსერვატორის სა-  
მხეო ტელესკოპზე დაკვირვების შედეგები. მოყვანილია ამოფრქვევის განვითა-  
რების მრავლები. დახასიათებულია აქტიური არის ცვლილებანი.

## ON THE PROTON FLARE OBSERVATION OF SEPTEMBER 2, 1966 AT ABASTUMANI OBSERVATORY

Ts. S. KHETSURIANI and A. S. TSKHOVREBADZE

(Summary)

The results of proton flare observations of September 2, 1966 carried out by means of Abastumani Observatory solar telescopes are given. The curves of flare development are drawn. The variations of active regions are described.

ავასთუმანის ასტროფიზიკური მუზეუმის გიული ს. 37, 1969  
БЮЛЛЕТЕНЬ АБАСТУМАНСКОЙ АСТРОФИЗИЧЕСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ № 37, 1969

## НАБЛЮДЕНИЯ КОЛЕЦ САТУРНА ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ ЗЕМЛИ ЧЕРЕЗ ИХ ПЛОСКОСТЬ (1966 г.)

Р. И. КИЛАДЗЕ

**Введение.** В 1966 году Земля трижды прошла через плоскость колец Сатурна. Наблюдения за Сатурном в эти моменты предоставляют нам возможность (пока единственную) измерения толщины колец, а также ряда других величин, трудноизмеряемых в другое время.

Особенно благоприятными в этом отношении были два последних прохождения, которые по предварительным данным, должны были произойти 29 октября, в 0.6 часа и 17 декабря, в 21.6 ч. по мировому времени. Незадолго перед этим было противостояние Сатурна и планета хорошо была видна. Вдобавок к этому, Земля оба раза пересекала плоскость колец под острым углом, чрезвычайно медленно двигаясь относительно нее и, следовательно, кольца можно было наблюдать с ребра в течение сравнительно длительного периода. Последнее обстоятельство имело немаловажное значение при измерении толщины колец.

Предварительные результаты этих наблюдений были нами опубликованы в [1]. Наблюдения заново обработаны после выхода в свет упомянутой работы; при этом строже было учтено влияние отклонения от закона взаимозаместимости, заново определены веса отдельных наблюдений и др., в результате чего удалось несколько повысить надежность наших данных.

Геометрическая сторона явления. В период наблюдений кольца были видны в виде чрезвычайно вытянутого эллипса, малая ось которого все время оставалась за пределами разрешающей силы телескопа; поэтому на фотографиях кольца получались в виде нити, яркость которой постепенно убывала к концам.

Обозначим через  $V$  планетоцентрическую широту Земли, отнесенную к плоскости колец, через  $\rho$  обозначим расстояние планеты от Земли, а видимое расстояние от центра Сатурна до измеряемой точки, выраженное в единицах большой полуоси, пусть будет  $R$ .

Тогда легко видеть, что для бесконечно тонких колец (при этом поверхностная яркость колец во всех точках считается одинаковой) видимая яркость в каждой точке (обозначим ее через  $J_R$ ) должна удовлетворять зависимости:

$$J_k = \frac{C \cdot |\sin B|}{\rho} \sqrt{1 - R^2}. \quad (1)$$

При этом мы пренебрегаем изменением расстояния от Сатурна до Солнца в период наблюдений. Коэффициент пропорциональности С зависит от того, какую (дневную или ночную) сторону колец наблюдают в данный момент; в принципе, его величина также должна зависеть от планетоцентрической широты Солнца, однако, как увидим ниже, этой последней зависимостью можно было пренебречь при наших наблюдениях.

Если кольца имеют заметную толщину, то учет света, отраженного ребром, добавит к правой части (1) член, не зависящий от величины R. В этом случае видимая яркость колец будет описываться формулой:

$$J_k = \frac{A \cos B}{\rho} + \frac{C |\sin B|}{\rho} \sqrt{1 - R^2}. \quad (2)$$

Величина A связана с толщиной колец зависимостью:

$$\frac{A}{d} = \frac{C}{D}, \quad (3)$$

где через D обозначен диаметр конец, а через d — их толщина.

Заметим еще, что так как величина B в период наблюдений остается малой, то можно считать:

$$\cos B = 1. \quad (4)$$

Величина  $\rho$  дана в ежегодниках с весьма высокой точностью, величины  $J_k$  и R могут быть измерены непосредственно на негативах. Следовательно, если найти величину B, то мы будем иметь систему уравнений типа (2) относительно неизвестных A и C, которую можно решить по способу наименьших квадратов.

Величина B также дана в ежегодниках, однако, с недостаточной для нашей цели точностью. Поэтому, рассмотрим метод ее вычисления.

Для этого совместим центр небесной сферы с центром Сатурна, оставив при этом неизменными основные направления (т. е. производя отсчеты координат относительно земной экваториальной системы), при этом обозначим земной полюс через P.

Обозначим координаты полюса колец P' в этой системе через A' и D', а планетоцентрические координаты Земли T пусть будут  $\alpha_0$  и  $\delta_0$ .

Очевидно, эти величины связаны с геоцентрическими координатами Сатурна  $\alpha$  и  $\delta$  соотношениями:

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \alpha + 180^\circ, \\ \delta_0 &= -\delta. \end{aligned} \quad (5)$$

Рассматривая сферический треугольник PTP', можно написать:

$$\cos TP' = \sin D' \sin \delta_0 - \cos D' \cos \delta_0 \cos (\alpha_0 - A'). \quad (6)$$

С другой стороны, планетоцентрическая широта Земли (относительно плоскости колец) B, связана с величиной TP' соотношением:

$$B = 90^\circ - TP'. \quad (7)$$

Учитывая (5) и (7), выражению (6) можно придать вид:

$$\sin B = -\sin D' \sin \delta_0 - \cos D' \cos \delta_0 (\alpha_0 - A'). \quad (8)$$

Для вычисления величин A' и D' можно воспользоваться координатами Сатурна в моменты двух прохождений Земли через плоскость колец. Обозначим эти координаты соответственно через  $\alpha_1, \delta_1$ , и  $\alpha_2, \delta_2$ ; соответствующие точки на небесной сфере обозначим через S<sub>1</sub> и S<sub>2</sub>.

Рассмотрим два сферических треугольника PS<sub>1</sub>P' и PS<sub>2</sub>P'. Для них можно написать равенства, аналогичные (8):

$$\begin{aligned} \cos P'S_1 &= -\sin D_1 \sin \delta_1 - \cos D_1 \cos \delta_1 \cos (\alpha_1 - A'), \\ \cos P'S_2 &= -\sin D_2 \sin \delta_2 - \cos D_2 \cos \delta_2 \cos (\alpha_2 - A'). \end{aligned} \quad (9)$$

С другой стороны, так как в рассматриваемые моменты Земля находится в плоскости колец, то имеют место равенства:

$$P'S_1 = P'S_2 = 90. \quad (10)$$

Следовательно, левые части (9) равны нулю.

Умножая первое из уравнений (9) на  $\sin \delta_2$ , второе на  $-\sin \delta_1$ , и складывая, получим:

$$\cos D' [\cos \delta_1 \cos \delta_2 \cos (\alpha_1 - A') - \cos \delta_2 \sin \delta_1 \cos (\alpha_2 - A')] = 0. \quad (11)$$

Так как  $\cos D' \neq 0$ , то разделив (11) на эту величину и раскрывая скобки, получим:

$$\cos \delta_1 \sin \delta_2 (\cos \alpha_1 \cos A' + \sin \alpha_1 \sin A') - \cos \delta_2 \sin \delta_1 (\cos \alpha_2 \cos A' + \sin \alpha_2 \sin A') = 0. \quad (12)$$

Из (12) после несложных преобразований имеем:

$$\operatorname{tg} A' = -\frac{\cos \delta_1 \sin \delta_2 \cos \alpha_1 - \cos \delta_2 \sin \delta_1 \cos \alpha_2}{\cos \delta_1 \sin \delta_2 \sin \alpha_1 - \cos \delta_2 \sin \delta_1 \sin \alpha_2}. \quad (13)$$

Величину D' после этого можно найти с помощью одного из уравнений (9), например:

$$\operatorname{tg} D' = -\operatorname{ctg} \delta_1 \cos (\alpha_0 - A'). \quad (14)$$

К сожалению, точки S<sub>1</sub> и S<sub>2</sub> на небесной сфере оказываются довольно близко друг от друга: в нашем случае это расстояние составляло всего лишь около 20'. По этой причине одна из величин A' и D' неизбежно окажется определенной неточно.

Наблюдательный материал. Наблюдения колец Сатурна велись в 10-метровом фокусе 70-см менискового телескопа Абастуман-

ской обсерватории с 23 октября по 24 декабря в синих и красных лучах. Предварительно тщательно была отьюстирована оптическая система телескопа (подробности этой процедуры описаны в [2]). Использовались фотопластинки Орво ZU-1 и ZU-2, Kodak OaO, а также Kodak O-F в комбинации со светофильтром KC-10.

Масштаб телескопа в 10-м фокусе составляет 19".6 на мм; следовательно, диск Сатурна имел диаметр около 1 мм, а диаметр колец составлял 2 мм. Разрешающая способность телескопа при полной апертуре составляла 1."5; с применением диафрагмы диаметром 50 см разрешающую способность можно было увеличить вдвое. К сожалению, полностью использовать разрешающую способность телескопа удавалось в редких случаях из-за условий погоды.

Для устранения рассеяния света в эмульсии, перед фотопластинкой помещалась непрозрачная ширма. Она представляла зачерненную металлическую полоску шириной 1 мм, натянутую в направлении меридиана. На эту полоску был наклеен клин, вырезанный из черной бумаги. Ширина клина менялась от 1.0 до 1.8 мм.

При наблюдениях мы старались закрыть ширмой не только диск Сатурна, но также и наиболее яркую часть атмосферного ореола. Для этого перед каждым наблюдением мы двигали телескоп по склонению, последовательно закрывая Сатурн различными участками ширмы, при этом визуально оценивая яркость незакрытой части ореола. После этого телескоп фиксировался в положении, при котором, на наш взгляд, рассеянный свет мог только минимально искажать наблюдения.

Для стандартизации негативов равномерно движущимся телескопом фотографировалась площадка с координатами  $\alpha=0^{\text{h}}00^{\text{m}}$ ,  $\delta=-3^{\circ}10'$ , содержащая звезды BD- $3^{\circ}5749$ , BD- $3^{\circ}5750$  и BD- $3^{\circ}5752$ . Скорость движения при этом контролировалась временем прохождения звезды между двумя нитями окуляра и оставалась практически неизменной от снимка к снимку.

Сразу же после экспозиции пластинки калибровались также трубчатым фотометром, освещенным источником постоянного света (эталонной лампой СЦ-62 в комбинации с нейтральным фильтром). Выдержка при этом в точности соответствовала экспозиции на телескопе.

Всего было получено 43 негатива. Как правило, на них кольца получались в виде тонкой бледной нити, которая едва выделяется (а в некоторых случаях и вовсе незаметна) на интенсивном фоне рассеянного света. В конечном счете, удалось надежно установить наличие слева колец на 31 негативе.

**Фотометрическая обработка материала.** Негативный материал обрабатывался следующим образом. На каждом негативе острием иглы отмечалась опорная точка, по возможности ближе к центру диска Сатурна (при дальнейшей обработке оказалось, что ошибка в положении этих точек нигде не превосходила 0.1 мм).

Негативы обрабатывались на микрофотометре МФ-4 с добавочным приспособлением, позволяющим производить запись на бумажной лен-

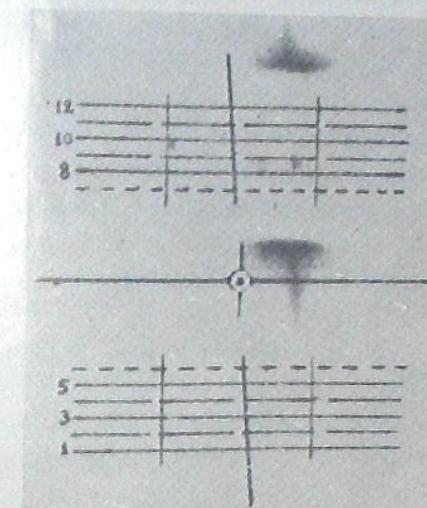


Фото I

т.е. Входная щель микрофотометра была осуществлена в виде белого экрана с отверстием посередине. Диаметр отверстия соответствовал 1''. С двух сторон от центрального отверстия была нарисована система горизонтальных линий, отстоящих друг от друга на расстоянии, соответствующем 2''. На экране имелась также наклонная линия, проходящая через центр и ряд вспомогательных линий. Общий вид экрана в работе показан на фото 1.

Негатив располагался в приборе таким образом, чтобы меридиан оказался направленным вдоль горизонтальных линий. В таком случае кольца оказывались расположеными параллельно наклонной линии.

Во время первой серии измерений изображение опорной (центральной) точки негатива мы последовательно водили вдоль горизонтальных линий экрана, сканируя таким образом изображение через 2''. В момент прохождения изображения опорной точки через наклонную линию, на ленте записи делалась отметка, с помощью которой можно было впоследствии отличить слабые изображения колец от случайных флюктуаций. Другим критерием с этой точки зрения служила их сравнительно большая ширина, в 2—3 раза превосходящая ширину отдельных случайных отбросов.

Негативы, на которых таким способом удалось выявить след колец, повторно (а наиболее важные из них неоднократно) фотометрировались, причем сканирование велось уже через 1''.

Измеренные таким путем интенсивности (получаемые в системе трубчатого фотометра)  $J'_R$  делением на величину  $\sqrt{1-R^2}$  приводились к центральной (наиболее широкой) части колец и усреднялись. Соответствующую величину в дальнейшем мы будем обозначать через  $J'_o$ . Следовательно,

$$J'_o = \frac{J'_R}{\sqrt{1-R^2}}. \quad (15)$$

В тех случаях, когда поставленная на негативе опорная точка не совпадала с центром диска Сатурна, приведенные таким образом интенсивности одной половины колец бывали систематически интенсивнее другой половины. В таких случаях мы передвигали опорную точку на 1'' (в единичных случаях на 2'') и вносили соответствующую поправку в величину  $R$ .

Для стандартизации негативов фотометрировались отпечатки трубчатого фотометра — следы звезд, полученные с помощью движущегося телескопа, а также спутники Сатурна. Таким образом, мы имели на негативе изображения источников света всевозможных форм: протяженных (поверхностных), линейных и точечных.

Характеристические кривые пластинок строились, в основном, по отпечаткам трубчатого фотометра, а изображения звезд и спутников Сатурна использовались для установления нульпункта фотометрической шкалы. На некоторых негативах, однако, трубчатый фотометр не

перекрывал всю характеристическую кривую. В таких случаях часть изображений звезд и спутников Сатурна использовалась для продолжения характеристической кривой (разумеется, это было проделано после определения относительных яркостей звезд-стандартов и спутников Сатурна).

Относительные яркости спутников, не показавших заметного изменения блеска, даны в таблице 1. За единицу здесь принят блеск Титана.

Таблица 1

Спутник	Блеск	
	в синих лучах	в красных лучах
Мимас	0.020	0.008
Тефия	0.24	0.090
Диона	0.21	0.059
Рея	0.38	0.16
Гиперион	0.007	—

При стандартизации пластинок мы пользовались также кривой блеска для Япета, взятой из [3], предварительно определив максимальную яркость в нашей системе. Она оказалась равной 0.24 и 0.090 в синих и красных лучах, соответственно.

Яркость Энцелада обнаруживала колебания, выходящие за пределы ошибок наблюдений. По этой причине Энцелад не был использован в качестве стандарта. В таблице 2 даны моменты наблюдений (В Юлианских днях) и относительные интенсивности Энцелада в синих лучах.

Таблица 2

JD	Блеск	ID	Блеск
2439 423.31	0.05	2439 438.24	0.07
427.18	.07	438.26	.08
428.20	.07	442.27	.07
431.24	.04	443.20	.06
434.30	.04	479.25	.10
436.35	.05		

**Редукция измерений.** Как было отмечено выше, в период наблюдений кольца имели вид нити, ширина которой определялась исключительно атмосферным дрожанием и инструментальными эффектами. Следовательно, световой поток, исходящий от части кольца единичной длины, распределяется на площадь, пропорциональную ширине изображения кольца. Аналогичное явление происходит при фотографировании звезд движущимся телескопом. Что касается изображений спутников, то в этом случае площадь, на которую распределяется свет, пропорциональна квадрату диаметра изображений (или произведению полуосей при эллиптических изображениях).

Так как на микрофотометре измеряется поверхностная яркость изображений, то для перехода к интегральной яркости (в случае спутников)

или к яркости на единицу длины (для колец и растянутых изображений звезд) требуется знание размеров изображений точечных объектов.

Практически, на негативах измерялись размеры изображений слабых спутников, (а также звезд, случайно оказавшихся в поле) в направлении вдоль колец и перпендикулярно к этому направлению. Обозначим эти величины соответственно через  $\delta_x$  и  $\delta_y$ .

Измеренная поверхностная яркость каждого спутника делилась на его относительный блеск (см. табл. 1) и бралось среднее по всем спутникам, которые удавалось измерить на данном негативе. Обозначим эту величину через  $J_D$ . Она характеризует поверхностную яркость изображения Титана на данной пластинке в системе трубчатого фотометра. Измерения звезд BD-3°5749 и BD-3°5752 подобным же образом приводились к звезде BD-3°5750 и усреднялись. Этую величину обозначим через  $J_*$ .

Они должны удовлетворять равенствам:

$$J_D = \frac{\alpha H_D t_*^p}{\rho^2 \delta_x \delta_y}, \quad (16)$$

$$J_* = \frac{\alpha H_* t_*^p}{\delta_x}. \quad (17)$$

Величины  $H_D$  и  $H_*$  являются некоторыми константами,  $\alpha$  есть фактор зависящий от прозрачности атмосферы, через  $t_0$  обозначено время экспозиций,  $t_*$  является временем прохождения звезды между нитями окуляра;  $p$  — показатель Шварцшильда.

Измеренная поверхностная яркость колец  $J'_k$  также связана с видимой яркостью колец Сатурна  $J_k$  равенством:

$$J'_k = \frac{\alpha J_k t_*^p}{\delta_y}. \quad (18)$$

Аналогичная зависимость существует между величиной  $J'_0$  и видимой яркостью колец центральной части,  $J_0$ :

$$J'_0 = \frac{\alpha J_0 t_*^p}{\delta_y}. \quad (19)$$

Деление (19) на (16) дает видимую яркость колец Сатурна в единицах интегрального блеска Титана, деленную на единицу длины (таблица 1), (единица составляет приблизительно  $10.5 \frac{m}{\mu}$  в синих лучах):

$$\frac{J_0}{H_D} = \frac{J'_0}{J_D \rho \delta^*}. \quad (20)$$

Величину  $J_0$  можно определить также путем сравнения со следом звезд. В этом случае деление (19) на (17) дает:

$$\frac{J_0}{H_D} = \frac{J'_0}{J_*} \cdot \frac{H_*}{H_D} \cdot \frac{\delta_y}{\delta_x} \cdot \left( \frac{t_*}{t_0} \right)^p. \quad (21)$$

При этом  $J_*$  должна быть исправлена за дифференциальное поглощение в атмосфере.

Неизвестные величины  $\frac{H_*}{H_D}$  и  $p$ , входящие в (21), определялись из условия, чтобы величины  $J_0$ , определенные с помощью (20), в среднем совпадали с величинами, определенными по (21). Для этого была решена система условных уравнений типа:

$$\log \frac{H_D}{H_*} + p \cdot \log \frac{t_0}{t_*} = \log \frac{J_D}{J_*} + \log (\delta y) + 2 \log \rho. \quad (22)$$

относительно неизвестных  $\log \frac{H_D}{H_*}$  и  $p$ .

Уравнение (22) легко получается делением (16) на (17) с последующим логарифмированием.

Величина показателя Шварцшильда  $p$ , определенная таким образом оказалась равной 0.77 для пластинок Kodak O-F и 0.93 для Kodak OaO. Для пластинок Orvo ZU-1 величину  $p$  нельзя было надежно определить из-за малости материала; в этом случае было принято  $p=0.93$ .

Подставляя в (2) значение  $J'_0$  полученное из (18) с использованием равенств (4), (15) и (19), и обозначая:

$$J = J_0 \rho, \quad (23)$$

$$a = \frac{A}{\sqrt{1-R^2}}, \quad (24)$$

получим систему условных уравнений типа:

$$J = a + C \cdot |\sin B|, \quad (25)$$

которую следует решить относительно неизвестных  $a$  и  $C$ .

Забегая вперед, отметим, что для снимков, полученных в период видимости ночной стороны колец, в среднем:

$$\sqrt{1-R^2} = 0.53. \quad (26)$$

В таблице 3 даны: номер пластиинки, момент наблюдения (в Юлианских днях), длительность выдержки  $t_0$ , сорт эмульсии, интенсивность  $J_1$ , вычисленная по формулам (20) и (23), количество спутников, использованных при стандартизации  $n$ , интенсивность  $J_2$ , вычисленная по формулам (21) и (23), количество следов звезд, использованных для стандартизации  $m$  и средняя взвешенная величин  $J_1$  и  $J_2$ . Определению весов отдельных наблюдений посвящен следующий параграф.

Таблица 3

№№	JD	$t_0$	Эмульсия	$J_1$	$n$	$J_2$	$m$	$J_{ср.}$
5932	2439 422.30	0 12	ZU-2	1.61	1	—	—	1.61
33	23.31	30	ZU-2	1.04	4	—	—	1.04
34	23.32	1 00	O-F	0.69	2	—	—	0.69
35	24.43	35	ZU-2	89	3	—	—	89
36	24.44	1 58	O-F	31	4	—	—	31
38	25.28	30	ZU-2	72	2	—	—	72
39	25.29	2.00	O-F	31	1	—	—	31
41	25.39	1 00	OaO	—	—	—	—	—
42	25.39	3 00	O-F	—	—	—	—	—
43	26.27	1 04	OaO	29	3	24	1	26
44	26.28	3 00	O-F	168	2	116	1	136
45	27.18	1 00	OaO	051	4	060	1	053
46	27.25	3 00	O-F	031	3	029	1	030
47	28.18	4 30	O-F	—	—	—	—	—
48	28.20	2 47	OaO	—	—	—	—	—
49	28.29	2 04	OaO	—	—	—	—	—
50	28.32	14 43	O-F	—	—	—	—	—
51	29.24	15 17	O-F	009	4	010	2	009
52	29.30	2 09	OaO	020	4	020	2	020
53	30.22	4 48	OaO	020	4	024	2	022
54	30.24	23 17	O-F	009	4	011	2	010
55	31.15	13 37	OaO	025	3	017	2	020
56	31.24	5 11	OaO	035	4	027	2	030
57	31.26	19 45	O-F	019	3	018	2	018
58	34.26	17 48	O-F	025	5	019	2	022
59	34.30	9 42	OaO	058	3	040	2	046
61	35.23	13 02	OaO	—	—	—	—	—
62	35.27	24 54	O-F	035	3	034	1	035
65	36.26	9 44	OaO	057	3	043	1	049
67	36.35	11 19	OaO	—	—	—	—	—
70	38.24	12 25	OaO	—	—	—	—	—
71	38.26	12 25	OaO	041	4	057	2	047
72	42.27	5 15	OaO	075	6	064	2	071
73	42.29	10 02	OaO	058	3	067	2	063
74	43.20	5 13	OaO	058	5	076	2	065
6020	72.16	12 25	OaO	—	—	—	—	—
21	72.18	12 00	ZU-1	—	—	—	—	—
22	72.21	20 00	OaO	—	—	—	—	—
23	78.29	2 39	OaO	125	1	145	1	136
24	79.25	47	OaO	048	4	—	—	48
25	81.11	1 02	ZU-1	1.38	1	0.85	1	0.97
31	82.24	29	ZU-1	—	—	1.02	1	1.02
32	84.17	40	ZU-1	—	—	1.70	1	1.70

Вес наблюдений. При измерении интенсивности колец следует учитывать три источника случайных ошибок.

Ошибка, появляющуюся при измерении яркости фона  $\delta J_\Phi$  (обусловленную главным образом зернистостью эмульсии), следует считать пропорциональной интенсивности фона  $J_\Phi$ :

$$\delta J_\Phi = K_1 J_\Phi. \quad (27)$$

Аналогично, ошибка, при измерении яркости колец, наложенных на фон, будет пропорциональна суммарной интенсивности фона и колец:

$$\delta J_k = K_1 (J_\Phi + J_0), \quad (28)$$

где  $J_0$  обозначает интенсивность колец.

Третьим источником ошибок является измерение стандартов. Эта ошибка зависит от количества объектов, использованных для стандартизации данной пластиинки (обозначим эту величину через  $N$ ), и выражается следующим образом:

$$\delta J_0 = K_2 \frac{J_0}{\sqrt{N}}. \quad (29)$$

Суммарная ошибка, очевидно, будет равна:

$$\delta J_0 = \sqrt{\delta J_\phi^2 + \delta J_k^2 + \delta J_c^2} = \sqrt{K_1^2 (2J_\phi^2 + 2J_\phi J_0 + J_0^2) + \frac{K_2^2 J_0^2}{N}}. \quad (30)$$

Соответственно, вес каждого наблюдения будет равен:

$$p = \frac{1}{K_1^2 (2J_\phi^2 + 2J_\phi J_0 + J_0^2) + \frac{K_2^2}{N} J_0^2}. \quad (31)$$

В первом приближении принималось  $K_1=0$ . При этом предположении были вычислены относительные веса отдельных наблюдений и решена система условных уравнений (25) относительно величин  $a$  и  $C$ . Решение проводилось отдельно для  $J_1$  и  $J_2$ . Были получены три пары значений величин  $a$  и  $C$  в периоды до 29 октября (дневная сторона колец), с 29 октября до 17 декабря (ночная сторона колец) и после 17 декабря (дневная сторона колец). При этом значения величины  $B$  были взяты из ежегодника. Фотографии в синих лучах были обработаны независимо от негативов, полученных в красных лучах.

Далее, остаточные разности левых частей (25)  $\Delta J$ , были подставлены в системы уравнений:

$$n \left( \frac{\Delta J_1}{J_1} \right)^2 = n K_1^2 \left[ 2 \left( \frac{J_\phi}{J_1} \right)^2 + 2 \frac{J_\phi}{J_1} + 1 \right] + K_2^2, \quad (32)$$

$$m \left( \frac{\Delta J_2}{J_2} \right)^2 = m K_1^2 \left[ 2 \left( \frac{J_\phi}{J_2} \right)^2 + 2 \frac{J_\phi}{J_2} + 1 \right] + K_3^2. \quad (33)$$

Система уравнений (32) и (33) была решена одновременно относительно неизвестных  $K_1$ ,  $K_2$  и  $K_3$ . При этом величина  $\frac{K_2^2}{K_3^2}$  равна отношению весов стандартов различного рода. Эта величина оказалась близкой к двум как для синих, так и для красных лучей. Поэтому, в дальнейших приближениях использовались средние величины интенсивности:

$$J = \frac{n J_1 + m J_2}{N}, \quad (34)$$

где

$$N = n + m. \quad (35)$$

Процесс дальнейших приближений заключался в вычислении моментов прохождений Земли через плоскость колец. Соответствующая поправка, которую следует придать к эфемеридному моменту, с достаточно высокой точностью выражается приближенной формулой (не учитывающей вклад света, отраженного от ребра колец):

$$\frac{\partial T}{dT} = \frac{a}{C \frac{d|\sin B|}{dT}}. \quad (36)$$

Формулу (36) легко получить, приравняв левую часть (25) к нулю.

Подставляя значения координат Сатурна для этих моментов в (13) и (14), получим уточненные значения  $A'$  и  $D'$ , с помощью которых вычисляются новые значения  $\sin B$  по формуле (8). После этого вновь решаем систему уравнений (25) с весами, полученными из (31) с новыми значениями  $K_1$ ,  $K_2$  и т. д. При дальнейших приближениях вычисление  $K_1$  и  $K_2$  ведется по формуле (32), предварительно заменив в ней  $n$  на  $N$ .

Следует отметить, что величины  $A'$  и  $D'$  (и, следовательно,  $\sin B$ ) в процессе приближений уточнялись только по результатам наблюдений в синих лучах и не при каждом приближении, так как соответствующие поправки были малы и практически не влияли на точность дальнейших вычислений.

Процесс приближений продолжался, пока результаты последнего приближения не совпадали с результатами предыдущего. Всего было сделано шесть приближений. Результаты последнего приближения (вместе со средними квадратичными ошибками) следующие:

в синих лучах:

$$\begin{aligned} K_1^2 &= 0.000044 & K_2^2 &= 0.056, \\ a_1 &= -0.005 \pm 0.010, & C_1 &= 717 \pm 55, \\ a_2 &= +0.0079 \pm 0.007, & C_2 &= 14.4 \pm 1.3, \\ a_3 &= -0.002 \pm 0.035, & C_3 &= 657 \pm 66; \end{aligned} \quad (37)$$

в красных лучах

$$\begin{aligned} K_1^2 &= 0.000019, & K_2^2 &= 0.17, \\ a_1 &= +0.014 \pm 0.007, & C_1 &= 97 \pm 39, \\ a_2 &= +0.0011 \pm 0.0024, & C_3 &= 11.1 \pm . \end{aligned} \quad (38)$$

При этом были приняты исходные значения:  $A' = 5^h 40^m$ ,  $D = +8^\circ 53' 11''$ , что соответствовало прохождению Земли через плоскость колец в следующие моменты: октябрь, 28.90 и декабрь, 18.18.

**Вычисление окончательных результатов.** Из-за условий погоды наблюдать ночную сторону колец удалось только в период конец октября — первая половина ноября. В это время интенсивность колец  $J$  выражалась следующим образом:

$$J = a_1 - C_1 \sin B, \quad (39)$$

при наблюдении дневной стороны колец (знак минус появляется из-за того, что в это время  $\sin B$  был отрицательной величиной) и

$$J = a_2 + C_2 \sin B, \quad (40)$$

при наблюдении их ночной стороны.

Отношение яркости дневной стороны колец к яркости ночной (обозначим ее через  $r$ ) дается выражением:

$$r = \frac{C_1}{C_2}. \quad (41)$$

Приравнивая левые части (39) и (40), находим момент наименьшей видимой яркости колец, т. е. точный момент прохождения Земли через плоскость колец:

$$\sin B_0 = \frac{a_1 - a_2}{C_1 - C_2} \quad (42)$$

$$\delta T = \frac{\sin B_0}{d(\sin B)} \cdot \frac{dT}{dt} \quad (43)$$

В этот момент яркость колец  $J_{min}$  целиком обусловлена светом, отраженным от ребра. Подстановкой (42) в (40) имеем:

$$J_{min} = \frac{a_1 C_2 - a_2 C_1}{C_1 + C_2}. \quad (44)$$

Очевидно, эта величина идентична величине  $a$ , фигурирующей в (24). Подстановка (44) и (24) в (3) дает для толщины колец выражение:

$$d = \frac{D \sqrt{1 - R^2}}{C_2} \cdot \frac{a_2 C_1 - a_1 C_2}{C_1 + C_2}. \quad (45)$$

Применение формул (41), (42), (43) и (45) к (37) дает

$$r = 48 \pm 5, \quad \delta T_1 = -0.05 \pm 0.04, \quad d = +1.56 \pm 0.54 \text{ км.} \quad (46)$$

С помощью (38) получим независимое определение тех же величин

$$r = 26 \pm 6, \quad \delta T_1 = +0.12 \pm 0.07, \quad d = +0.80 \pm 1.14 \text{ км.} \quad (47)$$

Средние из этих двух определений будут:

$$\left. \begin{aligned} \delta T_1 &= -0.01 \pm 0.035, \\ d &= +1.42 \pm 0.49 \text{ км} \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

Из (48) получается, что Земля прошла через плоскость колец в момент 28 октября  $1^h 3 \pm 0^h 8$  по мировому времени.

С помощью (37) аналогичным образом можно получить момент вторичного прохождения Земли через плоскость колец. Он приходится на 18 декабря  $5^h 3 \pm 3^h 3$ .

Из этих данных получаем координаты полюса плоскости колец в системе 1966.0:

$$\begin{aligned} A' &= 2^h 55^m, \\ D' &= 82^\circ 48' 19'' \end{aligned}$$

Март, 1968.

სატურნის რგოლების დაკვირვება მათი სიბრტყის  
დედამიწის მიზან გადაკვეთის დროს (1966 წ.).

6. პილავი

(რეზუმე)

სატურნის რგოლების ფოტოგრაფიული ფოტომეტრია ორ ფერში შესრულდა აბასთუმნის ასტროფიზიკური ობსერვატორის 70-სმ მენისკური ტელესკოპით 10-მეტრიანი ფოკუსის გამოყენებით დედამიწის მიზან სატურნის რგოლების სიბრტყის გადაკვეთის მომენტებში, 1966 წლის დამლევს. გამოვლილია რგოლების სიბრტყეში დედამიწის გავლის მომენტები, რგოლების ჩრდილოვანი რგოლების სიბრტყეში დედამიწის გავლის მომენტები, რგოლების სისქე (ტოლი მხარის ზედაპირული სიკაშვაშე და განსაზღვრული რგოლების სისქე) (ტოლი 1.42  $\pm$  0.49 კმ-სა).

OBSERVATIONS OF SATURN'S RINGS AT THE MOMENTS  
OF THE EARTH'S TRANSITION THROUGH THEIR PLANE  
(1966)

R. I. KILADZE  
(Summary)

Photographic photometry of the rings of Saturn in the 10-m focus of the 70-cm meniscus telescope of Abastumani astrophysical observatory was fulfilled. The moments of the transition of the Earth through the plane of the rings, the surface brightness of their shadow side and the thickness of the rings (equal to  $1.42 \pm 0.49$  km) were determined.

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Киладзе Р. И. Фотографические наблюдения колец Сатурна при прохождении Земли через их плоскость. Астрон. Циркул. АН СССР. 1967, № 439.
2. Киладзе Р. И. Майер А. К. Хатисов А. Ш. Опыт центрировки 70-см менискового телескопа в двух оптических системах. Бюлл. Абастуман. астрофизич. обсерв., 1967, № 36, 119.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОРБИТ С ПРИМЕНЕНИЕМ ИНТЕГРАЛОВ ЗАДАЧИ ДВУХ ТЕЛ В СФЕРИЧЕСКИХ КООРДИНАТАХ

М. П. ИМНАДЗЕ

На основе работы автора «Интегралы задачи двух тел в сферических координатах и их применение для определения орбит» [1] сделана попытка разработать и практически испытать новый способ определения орбит, основанный на первых интегралах, выраженных в сферических координатах. В ходе исследования оказалось необходимым применить также и прямолинейные координаты. Для определения приращений отношений площадей треугольников ( $\Delta p_1$  и  $\Delta p_2$ ) применяются известные разложения в ряд для  $p_1$  и  $p_2$ . Параметр орбиты определяется посредством интерполяционной формулы четвертого порядка для аргумента широты. Кроме формул, изложенных в работе [1], оказалось необходимым применение и других, что и рассматривается здесь в первую очередь. В качестве основной плоскости берется плоскость экватора, а обозначения  $b$ ,  $I$ , встречающиеся в работе [1], заменены через  $\delta$ ,  $\alpha$ .

### § 1. Некоторые дополнительные формулы.

Отношения  $\frac{\tau_1}{\tau}$ ,  $\frac{\tau_2}{\tau}$  из работы [1] заменяют соответственно через  $n_1^0$  и  $n_2^0$ . Тогда для  $c_2$  получаем выражение:

$$c_2 = \frac{2[(\varphi - \varphi_1)(1 + n_1^0)n_1^{03} + (\varphi_2 - \varphi)(1 + n_1^0)n_1^{03}]}{\tau n_1^0 n_2^0 \left[ \frac{1}{\tau^2} + \frac{n_1^{03}}{\tau_1^2} + \frac{n_2^{03}}{\tau_2^2} \right]}, \quad (1)$$

где  $\tau = k(t_2 - t_1)$ ,  $k$ —постоянная Гаусса.

Аналогичное выражение получается для  $c_1$ :

$$c_1 = \frac{2[(\lambda - \lambda_1)(1 + n_2^0)n_2^{03} + (\lambda_2 - \lambda)(1 + n_2^0)n_2^{03}]}{\tau n_1^0 n_2^0 \left[ \frac{1}{r^2 \cos^2 \beta} + \frac{n_1^{02}}{r_1^2 \cos^2 \beta_1} + \frac{n_2^{02}}{r_2^2 \cos^2 \beta_2} \right]}, \quad (2)$$

где  $r^2 \cos^2 \beta = x^2 y^2$ .

Желательно получить  $c_2$  по-возможности с большей точностью, но применение с этой целью полиномов пятого и шестого порядка не оказалось целесообразным.

Из формулы отношения площадей треугольников, обозначая  $u = r^{-3}$ , для приращения  $\Delta p_1 = n_1 - n_1^0$  получаем: