

ბნელი ნისლეულების სტატისტიკური შესწავლისათვის*

ჯ. ხავთასი

(რეზუმე)

წინამდებარე ნაშრომი მიძღვნილია ბნელი ნისლეულების სტატისტიკური შესწავლისა და მათში ზოგიერთ კანონზომიერებათა გამოვლინებისადმი. შრომის საფუძველს წარმოადგენს ჩვენ მიერ შედგენილი ბნელი ნისლეულების წინასწარი კატალოგი.

მასალად გამოყენებულია როსისა და კალვერტის ირმის ნახტომის ფოტოგრაფიული ატლასი, რომელიც მთელი გალაქტიკური სარტყლის თითქმის სამ მეოთხედს ფარავს. კატალოგში მოცემულია ბნელი ნისლეულების შესახებ შემდეგი ცნობები: ეკვატორული და გალაქტიკური კოორდინატები, ხილული ზედაპირული ფართი, ორიენტაციის პოზიციური კუთხე და სტატისტიკური წონები.

შესწავლილია ბნელი ნისლეულების სტრუქტურული თავისებურებანი და მოხდენილია მათი დაჯგუფება ხილული ფორმების მიხედვით. განხილულია გლობულების, ბნელი ბოკოების, რგოლისებური ნისლეულებისა და სხვათა ზოგიერთი დამახასიათებელი თვისებანი. გამოყოფილია ირმის ნახტომის ზოგიერთი უბნები, რომლებშიაც ბნელი ნისლეულები ჰქმნიან სტრუქტურულად საინტერესო ჯგუფებს.

შესწავლილია ბნელი ნისლეულების ხილული განაწილება ცის თალზე. განსაზღვრულია ბნელი ნისლეულების სიმეტრიის სიბრტყის პოლუსის მდებარეობა. აგებულია ბნელი ნისლეულების განაწილების ფუნქციები ხილული და კემარტი ფართების მიხედვით, მასებისა და სტატისტიკური წონების მიხედვით. დადგენილია რომ ყველა ეს ფუნქციები კლებადი ფუნქციებია.

ავისტო, 1954 წ.

* ნაშრომი წარმოადგენს ავტორის საკანდიდატო დისერტაციის საფუძველს.

ИЗУЧЕНИЕ ГАЛАКТИЧЕСКИХ ОРБИТ И НЕКОТОРЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ В ДВИЖЕНИЯХ ЗВЕЗД*

Р. М. ДЗИГВАШВИЛИ

Введение

Предмет и цели настоящей работы заключаются в изучении некоторых особенностей движения звезд разных галактических подсистем в той мере, в какой это возможно путем построения галактических орбит звезд на основе известных выражений галактического потенциала. Наряду с этой главной задачей, в работе предпринято предварительное исследование относительных орбит звезд, выброшенных из скоплений в результате диссипации последних.

Следовательно, работа относится, в общем, к проблеме галактических орбит звезд. Эта важная проблема относительно нова и ее постановка и первые попытки решения подготовлены ходом развития современной звездной астрономии.

Хорошо известно, что центр тяжести интересов и исследований в деле изучения закономерностей движения небесных объектов лежал до нынешнего столетия в области таких тел, движениями которых управляет сила притяжения Солнца. Классическими трудами астрономов и математиков XVIII и XIX столетий были предельно полно и точно разработаны методы определения орбит, главным образом, тел солнечной системы. Однако, проблема звездных орбит долго не возникала, а возникнув, она в первое время находила выражение лишь в задаче определения орбит двойных звезд, решаемой, в общем, в свете и методами уже решенной к тому времени проблемы двух тел.

Еще тогда, когда двойные и кратные звездные системы стали изучать в отношении движения и орбит составляющих звезд, очень мало было известно об общих характеристиках динамики и кинематики галактической звездной системы в целом.

Пионерские исследования В. Гершеля в Англии, В. Я. Струве в Пулковской обсерватории и других дали весьма многое в смысле подготовки почвы для развития современной звездной астрономии. Это нашло выражение и в том, что в самом конце прошлого, XIX столетия Зеелигер сумел составить интегральные уравнения звездной статистики и дать их решением закон пространственной плотности звезд. Хотя последний был искажен упрощенным исходным представлением о характере функции светимости и незнанием факта существования межзвездной материи и ее влияния на видимое распределение звезд, тем не менее, закон давал удовлетворительную по началу картину формы Галактики и особенностей распределения звезд в ней [1].

Уже в наш век было открыто вращение Галактики и был доказан факт межзвездного поглощения.

* Статья представляет собой основу кандидатской диссертации автора.

Эти два открытия пролили новый свет на строение Галактики, особая сложность которой была показана Б. В. Кукаркиным, представившим Галактику, как совокупность ряда подсистем [2].

Установление галактического вращения, с одной стороны, подтвердило то обстоятельство, что наша Галактика, подобно другим галактикам, подчинена общим закономерностям движения, а с другой — позволило более или менее надежно оценить расстояние Солнца от центра Галактики.

Далее оказалось уже возможным построить специальную функцию Паренаго—Камма, посредством применения которой П. П. Паренаго исследовал кинематические характеристики Галактики [3].

Развитие наблюдательной астрономии, все увеличивавшееся накопление наблюдательных данных, составление, а затем и применение фундаментальных каталогов,—в том числе и знаменитых Пулковских звездных каталогов,—позволило за последние десятки лет провести огромные звезднo-статистические исследования распределения звезд, звездных движений и их общих закономерностей.

Все это подготовило почву для того, чтобы, наконец, была поставлена задача и о галактических орбитах звезд.

Постановка и исследование этой проблемы могут иметь весьма важное значение для решения многих задач строения и развития Галактики.

Исследование галактических орбит звезд может состоять из двух задач: в первую очередь—нахождения аналитического выражения гравитационного потенциала Галактики, а затем—решения дифференциальных уравнений движения и изучения траекторий и свойств движения звезд.

Определение аналитического выражения потенциала является центральной частью проблемы.

Степень приближения выражения потенциала к истине обуславливает степень надежности определения элементов орбиты, хотя даже в случае существования точного потенциала не всегда возможно решение дифференциальных уравнений и осуществимо лишь приближенное и качественное изучение закономерностей движений звезд.

Для того, чтобы получить аналитическое выражение потенциала, надо знать закон распределения плотностей звезд, т. е. распределение масс в Галактике, но достаточно точного представления о последнем мы пока еще не имеем. Поэтому вывод вполне удовлетворительного, по точности, выражения гравитационного потенциала, исходя из распределения масс, пока невозможен.

Результатами исследований советских астрономов в последнее время было установлено, что Галактика имеет очень сложное строение [2], [4], состоя из различных подсистем.

Различные подсистемы обладают различными структурными и кинематическими характеристиками. Аналитическое выражение гравитационного потенциала Галактики должно быть суммой потенциалов, полученных для отдельных подсистем, но закономерности строения каждой подсистемы пока тоже недостаточно известны и этот путь получения гравитационного потенциала в настоящее время также нельзя считать верным или даже осуществимым.

Актуальность задачи определения потенциала побуждала исследователей к попыткам ее решения на основе некоторых допущений, упрощающих сложную форму и структуру Галактики. Так, например, одни

допускали, что Галактика является сжатым эллипсоидом с центральным ядром. Другие же представляли Галактику в виде плоского диска, с плотностью, падающей в обе стороны от галактической плоскости [5] и т. п. Но, так как все эти модели являются лишь грубо приближенной картиной строения Галактики, то выражения потенциала, получаемые на основе таких допущений, не являются удовлетворительными, оставаясь далекими от действительности.

Литература о галактических орбитах относительно бедна, и многие из опубликованных работ теперь имеют только историческое значение.

Тем не менее, некоторые из них все же дают более или менее приближенную картину реального движения.

Общий метод определения галактических орбит представляется следующим образом [6].

Допустим, что на материальную точку действует центральная сила, зависящая только от расстояния R и направленная вдоль радиуса. Обозначим эту силу через $f(r)$. Известно, что в таком случае существуют два интеграла движения: интеграл энергии и интеграл площадей. Дифференциальное уравнение движения можно написать в таком виде:

$$\frac{d^2 u}{d\vartheta^2} + u = \frac{f(r)}{h^2 u^2}, \quad (1)$$

где r —расстояние от центра до материальной точки, ϑ — полярный угол, h —постоянная интеграла площадей, а через u обозначена величина $\frac{1}{r}$.

В результате интегрирования, уравнение (1) примет вид:

$$\left(\frac{du}{d\vartheta}\right)^2 = C - \frac{2}{h^2} \int f(r) dr - u^2, \quad (2)$$

где c —постоянная интегрирования.

Повторным интегрированием получим:

$$\vartheta = \int \left\{ C - \frac{2}{h^2} \int f(r) dr - \frac{1}{r^2} \right\}^{-\frac{1}{2}} \frac{dr}{r^2}. \quad (3)$$

Выражение (3) является уравнением траектории в полярных координатах.

Использованием интеграла площадей получим:

$$t = \frac{1}{h} \int r^2 d\vartheta + const. \quad (4)$$

Если из уравнения траектории (3) определим r , как функцию ϑ , тогда (4) даст t по ϑ .

Точка траектории, от которой возраставший до этого времени радиус-вектор начинает убывать, называется апоцентром, а точка, от которой убывающий радиус-вектор начинает возрастать, называется перигентом. Если эти точки не являются особыми точками, то в них должно быть выполнено условие:

$$\frac{dr}{d\vartheta} = 0, \quad (5)$$

т. е. касательная траектории в этих точках перпендикулярна радиус-вектору.

Если полная энергия $E < 0$, то решение уравнения (5) дает два, положительный и действительный, корня: r_1 и r_2 , т. е. перигелическое и апоцентрическое расстояния материальной точки. Значения r_1 и r_2 определяют границы области, вне которой материальная точка не может выйти и следовательно оконтуривают зону возможного движения данной точки.

В конкретных случаях и в зависимости от характера функции $f(r)$, требуется та или иная модификация этих уравнений, но, в общем, метод определения орбит заключается в вышеизложенном.

Рассмотрим некоторые работы, в которых изучались галактические или так называемые относительные орбиты звезд. Ознакомление с ними даст возможность яснее представить себе современное состояние вопроса.

Работа Штрёмгрена*. В 1916 году Штрёмгрен [7] исследовал относительные орбиты звезд, т. е. орбиты звезд скопления относительно центра последнего, пренебрегая гравитационным потенциалом Галактики. Вопрос был поставлен им несколько формально. Его интегрисовало—какими будут орбиты звезд скопления в том случае, когда на звезду действует только гравитационная сила скопления.

Штрёмгрен допустил, что плотность звезд в сферическом скоплении меняется по следующему закону:

$$\rho = \left[\frac{3}{3+r^2} \right]^{5/2}, \quad (6)$$

где ρ —плотность звезд скопления, а r —расстояние от центра скопления до данной звезды.

Масса сферического скопления до расстояния r будет равна:

$$Mr = \int_0^r 4\pi r^2 \rho dr = 4\pi V \sqrt{3} \frac{r^2}{(3+r^2)^{3/2}}. \quad (7)$$

Дифференциальные уравнения движения звезды можно написать в виде:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -4\pi V \sqrt{3} \frac{x}{(3+r^2)^{3/2}},$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -4\pi V \sqrt{3} \frac{y}{(3+r^2)^{3/2}}. \quad (8)$$

Решая уравнения (8), Штрёмгрен получил орбиты звезд скопления относительно его же центра. Результаты, полученные Штрёмгреном, можно сформулировать следующим образом.

1. Звезда описывает вокруг центра скопления незамкнутую траекторию, вогнутая сторона которой обращена к центру скопления.
2. Звезда, при движении, всегда остается внутри полосы, значения наибольшего и наименьшего радиуса которой для каждой конкретной звезды зависят от начальных условий движения данной звезды.

* Работе Штрёмгрена предшествовало исследование Зеелигера, посвященное движению материальной точки, подверженной притяжению сжатым эллипсоидом вращения (AN 91), но, к сожалению, мы не имели возможности ознакомиться с ним подробно.

3. Линия апсид вращается вокруг центра скопления в сторону противоположную движению звезды.

Ясно, что пренебрежением гравитационным потенциалом Галактики искажается реальная картина движения, но Штрёмгрен вынужден был сделать такое упрощение, потому что знания о строении и кинематических параметрах Галактики тогда еще были весьма скудными.

Несмотря на это, работа Штрёмгрена все же дает некоторое представление об относительных орбитах звезд скопления.

Но, в общем, так как сферического скопления, свободного от влияния галактического потенциала, в действительности не существует, то орбиты, полученные Штрёмгреном, только грубо приближенно отображают характер движений звезд в скоплениях.

Работа Лензе. Работа Лензе [8] является последующим шагом в деле исследования галактических движений звезд. Лензе допустил, что звездная система имеет форму эллипсоида; изоповерхностями плотностей являются поверхности эллипсоидов. Если допустим, что a, b, c являются полуосями граничного эллипсоида, тогда полуосями эллипсоида равных плотностей будут $\lambda a, \lambda b, \lambda c$, где λ меняется от нуля до единицы. Плотность ρ в таком случае является функцией λ . Предполагается, что иррегулярные силы не существуют, т. е. столкновения звезд не имеют места, и следовательно, регулирующей силой движения звезд является общий потенциал данного эллипсоида.

Каждая поверхность эллипсоида, для которой звезда является внешней точкой, действует на звезду силой, компоненты которой имеют выражения:

$$dx = -\frac{3}{2} k^2 V \left[\frac{\rho x}{\Delta(a^2 + u)} \right] du$$

$$dy = -\frac{3}{2} k^2 V \left[\frac{\rho y}{\Delta(b^2 + u)} \right] du \quad (9)$$

$$dz = -\frac{3}{2} k^2 V \left[\frac{\rho z}{\Delta(c^2 + u)} \right] du$$

где k^2 —гравитационная постоянная, V —объем всего эллипсоида, $\Delta = \sqrt{(a^2 + u)(b^2 + u)(c^2 + u)}$, а u —положительный корень уравнения:

$$\frac{x^2}{a^2 + u} + \frac{y^2}{b^2 + u} + \frac{z^2}{c^2 + u} = \lambda^2. \quad (10)$$

Компоненты результирующей силы будут:

$$x = -\frac{3}{2} k^2 V x \int_0^\infty \frac{\rho}{(a^2 + u) \Delta} du$$

$$y = -\frac{3}{2} k^2 V y \int_0^\infty \frac{\rho}{(b^2 + u) \Delta} du \quad (11)$$

$$z = -\frac{3}{2} k^2 V z \int_0^\infty \frac{\rho}{(c^2 + u) \Delta} du.$$

В общем случае интеграл площадей не существует, но, если допустим, что $a=b$, т. е. имеем дело с эллипсоидом вращения,—кроме интег-

рала энергии, может существовать также и интеграл площадей. Мы ограничиваемся здесь рассмотрением движения звезды вдоль галактической плоскости. Следовательно, допускаем, что z — компонента звезды и ее производные по времени равняются нулю. Тогда уравнения движения напишутся в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= -\frac{3}{2} k^2 V_x \int_0^\infty \frac{\rho du}{(a^2+u)^2 (c^2+u)^{1/2}} \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -\frac{3}{2} k V_y \int_0^\infty \frac{\rho du}{(a^2+u)^2 (c^2+u)^{1/2}}. \end{aligned} \quad (12)$$

Согласно Зеелигеру, Лензе допускает, что плотность $\rho = \rho_0 \lambda^m$, где $-2 \leq m \leq 0$, а λ меняется от нуля до единицы.

Тогда интеграл площадей и интеграл энергии имеют вид:

$$\begin{aligned} r^2 \frac{d\varphi}{dt} &= c \\ \frac{dr}{dt} &= \pm \sqrt{V_0^2 - \frac{c^2}{r^2} - \frac{3k^2 AV \rho_0}{(m+2)a^{m+3}} (r^{m+2} - r_0^{m+2})}, \end{aligned} \quad (13)$$

где V_0 — начальная скорость звезды, r_0 — начальное расстояние, а A — постоянная, которая имеет вид:

$$A = \int_0^\infty \frac{du}{(1+u)^{1/2} (\varepsilon^2+u)^{1/2}}, \quad (14)$$

где

$$\varepsilon = \frac{c}{a}.$$

Рассмотрим здесь два случая.

1) Линейное колебательное движение. Последнее получается при допущении $c=0$. Период колебания T , т. е. интервал времени, который необходим для того, чтобы звезда с начальной скоростью $V_0=0$ возвратилась к начальному положению, равен:

$$T = \frac{4BV(m+2)a^3}{V3k^2AV\rho_0} \left(\frac{a}{r_0}\right)^{m/2}, \quad (15)$$

где

$$B = \int_0^1 \frac{d\chi}{V\chi^{m+2}-1}.$$

2) Круговое движение. Оно получится, если допустим, что r является двукратным корнем уравнения:

$$V_0^2 - \frac{c^2}{r^2} - \frac{3k^2 AV \rho_0}{(m+2)a^{m+3}} (r^{m+2} - r_0^{m+2}) = 0 \quad (16)$$

В таком случае, период обращения принимает вид:

$$u = \frac{2\pi V \sqrt{2a^3}}{V3k^2AV\rho_0} \left(\frac{a}{r_0}\right)^{m/2} \quad (17)$$

Отсюда получим интересную зависимость:

$$\frac{T}{u} = \frac{BV\sqrt{2m+4}}{\pi}. \quad (18)$$

Если $m=0$, тогда $T=u$ и линейное движение является гармоническим колебанием.

Если же $m=-1$, тогда:

$$\frac{T}{u} = 2\sqrt{\frac{2}{\pi}}. \quad (19)$$

Для случая $m=-2$ Лензе получил формулы:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dr}{dt} &= \pm \sqrt{V_0^2 - \frac{c^2}{r^2} - \frac{3k^2 A \rho_0 V}{a} \lg \operatorname{nat} \left(\frac{r}{r_0}\right)} \\ T &= \frac{4V\pi ar_0}{V3k^2 A \rho_0 V} \\ u &= 2\pi V \sqrt{2a} \sqrt{\frac{r_0}{V3k^2 A \rho_0 V}} \\ \frac{T}{u} &= \sqrt{\frac{2}{\pi}}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

В общем случае, из уравнения (16) для r получим два — действительный и положительный — корня: $r_1 < r_2$, которые соответствуют аполлоцентрическому и перигаликтическому положениям звезды.

Следовательно, возможными орбитами в плоскости экватора являются линейная, круговая и овальная орбиты.

Для Галактики, в случае такой модели, Лензе получил:

$$\begin{aligned} a &= 268 \cdot 10^{20} \text{ см}, \\ \rho_0 &= 479 \cdot 10^{-24} \text{ см}^{-3}, \\ A &= 2.31, \\ B &= 1.73. \end{aligned}$$

На расстоянии, например, Сириуса $\pi'' = +0.2$ круговая скорость равна 0.96 км/сек., время обращения равно 207 миллионам лет.

Скорость в центре, если звезда колеблется без начальной скорости $V_0=0$, равна 298 км/сек.

Отдавая должное интересному решению Лензе, нужно однако заметить, что исходная в его решении модель Галактики неприемлема. Плотность материи является на самом деле несравненно более сложной функцией расстояния, и данную модель можно применить лишь для грубого, первого приближения к решению задачи движения звезд скоплений.

Работа Ботлингера. Известно, что эффект дифференциального вращения Галактики проявляется при анализе лучевых и собственных движений звезд. Зависимость лучевых скоростей и собственных движений от галактической долготы в общем случае дается формулами кинематики Огородникова-Милна [10]:

$$\left. \begin{aligned} \Delta Vr &= r \cos^2 b \{K + C \cos 2(l-l_0) + A \sin 2(l-l_0)\} \\ \Delta V\ell &= r \cos b \{B + A \cos 2(l-l_0) - C \sin 2(l-l_0)\} \\ \Delta Vb &= r \sin b \cos b \{K + C \cos 2(l-l_0) + A \sin 2(l-l_0)\} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

где A, B, C, K — известные коэффициенты.

В частном случае чистого галактического вращения — для звезд, находящихся в галактической плоскости, коэффициенты K и C равны нулю и получаются формулы Оорта:

$$\begin{aligned} \Delta V_r &= Ar \sin 2(l - l_0) \\ \Delta V_\varphi &= Ar \cos 2(l - l_0) + Br \end{aligned} \quad (21)$$

Ботлингер [9] обобщил формулы Оорта для произвольных расстояний.

Он рассмотрел два случая:

а) В галактике действует ньютонова сила, т. е. большинство массы сосредоточено в окрестностях центра Галактики.

б) Сила, действующая в Галактике, имеет вид:

$$F = \frac{aR}{1 + bR^2} \quad (22)$$

В формуле (22), если R очень велико, можно пренебречь единицей и получить кеплерово движение:

$$F = \frac{a}{b} R^{-2} \quad (23)$$

Но, если R мало, то в формуле (22) R , как бесконечно малая величина третьего порядка, может быть выброшена, и получится гармоническое движение:

$$F = aR \quad (24)$$

Как для сил Ньютона, так и для сил (22), имеется обобщение формул Оорта, относящихся к дифференциальному вращению Галактики. Если считать, что в Галактике действует сила Ньютона, то обобщенные формулы Оорта принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} V_R &= \frac{3}{4} V_\theta \frac{r}{R_\odot} \left[\sin 2l + \left(\frac{7}{8} \sin 3l - \frac{1}{8} \sin l \right) \frac{r}{R_\odot} + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{77}{96} \sin 4l - \frac{14}{96} \sin 2l \right) \left(\frac{r}{R_\odot} \right)^2 + \dots \right] \\ V_\varphi &= \frac{3}{4} V_\theta \frac{r}{R_\odot} \left[\cos l - \frac{1}{3} + \left(\frac{7}{8} \cos 3l - \frac{3}{8} \cos l \right) \frac{r}{R_\odot} + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{77}{96} \cos 4l - \frac{28}{96} \cos 2l - \frac{9}{96} \right) \left(\frac{r}{R_\odot} \right)^2 + \dots \right], \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

где V_θ — скорость центроида Солнца, R_\odot — расстояние от центра Галактики до Солнца, r — расстояние между центроидами, l — галактическая долгота центроида или угол при Солнце, который образуется между направлениями на центроид и на центр Галактики.

Если $r \ll R$, то опуская в формуле (25) все члены, содержащие $\frac{r}{R_\odot}$,

получим обычные формулы Оорта (21).

Ботлингер построил графики зависимости между лучевой скоростью и галактической долготой (для различных значений $\frac{r}{R_\odot}$) и по-

казал, что нуль-пункт лучевых скоростей является функцией $\frac{r}{R_\odot}$ и, сле-

довательно, интервал между нуль-пунктами не равняется 90° , как это получается у Оорта.

Ботлингером высказано также мнение в пользу сложного строения Галактики. Справедливо указание на дисперсию скоростей и на распределение звезд в пространстве, как на основные признаки, определяющие подсистемы звезд. Впрочем, его рассуждения имеют самый общий характер и не подтверждены фактическими данными. Как известно, эту проблему обстоятельно исследовал и решил Б. В. Кукаркин, на основе анализа переменных звезд.

Ботлингер написал интеграл энергии:

$$r^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 = 2(E - u) \quad (26)$$

и интеграл площадей:

$$r^2 \frac{d\varphi}{dt} = D, \quad (27)$$

где r — расстояние от центра до данной звезды, φ — полярный угол, E — полная энергия, u — потенциальная энергия, а D — постоянная интеграла площадей.

Из (26) и (27) получим:

$$\left(\frac{dr}{dt} \right)^2 = 2 \left(E - u - \frac{D^2}{2r^2} \right) = 2\psi(r) \quad (28)$$

Ясно, что $\psi(r)$ должна быть положительной: $\psi(r) \geq 0$. Те точки, относительно которых $\psi(r) = 0$, являются точками экстремума. В уравнении (28) E отрицательная, $-\frac{D^2}{2r^2}$ — также отрицательная, а $-u$ положительная величина.

Если $\psi(r) = 0$, тогда получим:

$$-u + E = \frac{D^2}{2r^2} \quad (29)$$

Введем обозначение:

$$y = \frac{D^2}{2r^2} = \frac{c}{r^2} \quad (30)$$

Если на одном листе прозрачной бумаги построим u , как функцию r , а на втором построим $y = \frac{c}{r^2}$ (для различных значений c), и если, да-

лее, оба листа положим друг на друга так, чтобы начала координатных систем и направления осей совпадали между собой, тогда пересечение этих кривых даст минимальное значение (случай $E=0$). Если же $E < 0$, тогда на первом листе мы должны построить $E-u$ как функцию r , которая, в сравнении с кривой u , будет передвинута в направлении ординаты. Пересечение этой кривой с кривыми y даст две точки, абсциссы которых будут минимальными и максимальными значениями r .

Также легко можно найти круговую скорость для расстояния Солнца ($r=1$). Действительно, кривая $y = \frac{c}{r^2}$, которая в точке $r=1$ будет ка-

сательной к кривой $E-u$, соответствует круговой скорости на расстоянии $r=1$ и, следовательно, из уравнения интеграла площадей легко можно определить саму круговую скорость.

Исследование Ботлингера имеет важное значение, но, впрочем, его выводы носят весьма общий и грубо приближенный характер.

Работа Буцериуса. Более детально галактические орбиты изучал Буцериус [5]. Он допустил, что Галактика является плоским диском с центральным ядром. Последнее имеет форму эллипсоида вращения. Предполагается, что плотность эллипсоида постоянна. Большая полуось его равна 2500 парсекам, а отношение полуосей 0.5. Расстояние Солнца от центра Галактики 10000 парсеков, а радиус Галактики равняется 15.000 парсекам. Масса сосредоточена, главным образом, в окрестностях плоскости Галактики, а поверхностями равных плотностей являются поверхности, параллельные плоскости экватора Галактики.

Плотность в направлении \bar{z} меняется по закону:

$$\rho(\bar{z}) = \rho_0 e^{-\frac{z^2}{R^2}}, \quad (31)$$

где ρ — плотность на расстоянии \bar{z} , ρ_0 — плотность в галактической плоскости, а R — некоторая постоянная. Буцериус допустил также, что диффузная материя распределена равномерно внутри цилиндра, высота которого равна 200 парсек, а радиус равняется радиусу Галактики. Он вычислил потенциал для ядра, для диффузной материи и для звезд Галактики (без ядра). Просуммировав их, он получил гравитационный потенциал для всей Галактики. Полученное выражение потенциала годно лишь для малых значений z .

На основе выведенного таким образом потенциала, Буцериус вычислил величины критических и круговых скоростей для различных значений R и, в результате исследования галактических орбит, сделал следующие выводы.

1. Звезды, находящиеся внутри ядра, описывают в проекции галактической плоскости концентричные эллипсы.
2. Для всех этих эллипсов периоды обращения одинаковы и численно равны 26 миллионам лет.
3. z — компоненты этих звезд испытывают гармоническое колебание. Полный период колебания равняется 17 миллионам лет.
4. Орбиты звезд, находящихся снаружи ядра, являются незамкнутыми кривыми и помещаются внутри определенной полосы.
5. Линия апсид вращается в направлении, противоположном движению звезд.
6. В направлении z звезды испытывают колебательное движение.

Несмотря на то, что в рассмотренной работе задача решается на более высоком уровне, чем в некоторых других, все же имеет место и чрезмерно упрощенное представление сложного строения Галактики; аналитическое выражение потенциала Буцериуса остается грубо приближенным и выводы не могут удовлетворительно отражать реальную картину движения.

Как мы могли убедиться из рассмотрения вышеизложенных работ, являющихся основными в группе тех исследований, которые объединяются одним общим методом, при котором задается исходная геометрическая модель Галактики с соответствующим гипотетическим распределением масс — удовлетворительные результаты в решении проблемы не достигнуты.

С методически новой точки зрения подошел к решению проблемы член-корреспондент АН СССР П. П. Паренаго, сделав исходными, вместо геометрической модели, кинематические характеристики галактической звездной системы. При этом работы П. П. Паренаго выгодно отличаются от других тем, что они привлекают к

исследованию фактические наблюдательные данные, не в пример тем чисто умозрительным рассуждениям, которые ставили в основу исследования перечисленные выше авторы.

В нашем исследовании мы опираемся на аналитическое выражение гравитационного потенциала, предложенное П. П. Паренаго. В связи с этим, ниже мы подробно изложим метод и содержание работ П. П. Паренаго в этой области.

Но, прежде, сформулируем задачи и цели нашего исследования:

а) Из работ П. П. Паренаго следует, что, если полная энергия звезды $H < 0$, то звезда находится всегда внутри галактической полосы, границы (максимальное и минимальное отдаления от центра Галактики) которой являются функциями начального положения и скорости звезды.

П. П. Паренаго построил диаграмму с осями координат V_R и V_θ , на которой провел кривые равных R_1 , R_2 , и P_a (R_2 , R_1 — максимальное и минимальное удаления звезды от центра Галактики, P_a — аномалистический период звезды) для звезд, находящихся в окрестностях Солнца.

Мы, построив подобные диаграммы для различных расстояний ($R=2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11$ и 12 килопарсек), изучили изменение границ галактической полосы — как функции начальной скорости — для различных дискретных значений R . В то же время мы ставили себе целью выяснить — как изменяются границы полосы в зависимости от изменений начального положения звезд (при фиксированной начальной скорости). Сказанное относится также к аномалистическому периоду и другим элементам орбит.

б) На всех диаграммах начерчены эллипсы, внутри которых соответственно помещается совокупность звезд плоской, промежуточной и сферической подсистем. Мы поставили себе целью выяснить — какие изменения галактической полосы возможны для звезд данных подсистем, связанные с изменением начального положения.

в) Известно, что звездные скопления диссипируют в результате столкновений звезд и дифференциального вращения Галактики. Время релаксации для различных скоплений различно и зависит от массы, плотности и формы скопления. От массы и плотности зависит также и величина критической скорости (скорости, которая достаточна для того, чтобы звезда вырвалась из скопления).

В качестве побочной задачи мы поставили себе определение относительных орбит звезд, выброшенных из скопления в результате диссипации, и изучение изменений их формы, связанных с изменением направления начальной скорости. Другими словами, нас интересовали относительные орбиты звезд, выброшенных из скоплений в различных направлениях.

Интересно поставить вопросы: какую область пространства могут занять звезды (вокруг движущихся скоплений), выброшенные из скоплений, какова форма этой области и как меняется она во времени. Можно ли представить относительные орбиты звезд в виде почти круговых и при каких условиях. С целью выяснения этих вопросов, мы определили относительные орбиты звезд, выброшенных из скоплений в восьми различных направлениях. При этом мы рассмотрели два случая: 1) когда критическая скорость равна 1 км/сек и 2) когда она 5 км/сек. Разумеется значения этих величин взяты такими не случайно. Как показывают вычисления, величина критической скорости для рассеянных скоплений в среднем равна 1 км/сек, а для сравнительно массивных и плотных звездных систем, — например, для шаровых скоплений — 5 км/сек.

Решение поставленных задач, возможно, конечно, пока только приближенно. Кроме того, что мы принимаем все допущения, введенные П. П. Паренаго (для вывода аналитического выражения потенциала и применения его метода вычисления элементов галактических орбит звезд), мы вынуждены прибегнуть еще к некоторым другим конкретным ограничениям.

Мы допускаем именно, что скопление движется вокруг центра Галактики, имея круговые скорости, и звезды, выброшенные из скопления, движутся только под действием гравитационного потенциала Галактики (действием гравитационного потенциала скопления мы пренебрегаем).

По поводу этих допущений можно сделать следующие замечания. Как известно, величина дисперсии скоростей скоплений не очень велика (К. А. Бархатова [11]); поэтому допущение, что скопление движется по круговой орбите не вводит большой ошибки. Что касается пренебрежения гравитационным потенциалом скопления, в нашем конкретном случае это также легко допустимо, так как мы рассматриваем орбиты звезд, выброшенных из скопления, и действие на них гравитационного потенциала скопления в самом деле мало.

Гравитационный потенциал Галактики и методика вычисления галактических орбит звезд

П. П. Паренаго избрал иной путь определения гравитационного потенциала Галактики [12], [13]. Обратив внимание на то, что скорость центроида плоской подсистемы только десятными долями км/сек отличается от численного значения круговой скорости, он использовал это обстоятельство для вывода аналитического выражения гравитационного потенциала.

Используя данные теории стационарной Галактики о движении центроида плоской подсистемы и применив богатый наблюдательный материал, он смог вывести сравнительно более точное выражение гравитационного потенциала Галактики.

Гравитационный потенциал Галактики, по Паренаго, имеет вид:

$$\Phi(R, z) = \frac{\Phi_0}{1 + \kappa R^2} e^{-\lambda z^2}, \quad (32)$$

где $\lambda = 0.056 \text{ кпс}^{-2}$.

Для плоскости Галактики ($z=0$) выражение (32) принимает вид:

$$\Phi(R, 0) = \frac{\Phi_0}{1 + \kappa R^2}. \quad (33)$$

В формуле (32) $\Phi(R, z)$ является потенциалом Галактики в точке (R, z) , Φ_0 —значение потенциала в центре Галактики.

R —расстояние от центра Галактики до проекции звезды в галактической плоскости, а κ некоторая постоянная, числовое значение которой равно

$$\kappa = 3.04 \cdot 10^{-46} \text{ см}^{-2}.$$

На основе выражения (32), П. П. Паренаго определил пространственную плотность звезд в окрестностях центра Галактики и Солнца. Полученные результаты хорошо согласуются с наблюдательными данными. Им же построены поверхности одинаковых плотностей, ко-

торые хорошо отображают реальную структуру Галактики так, как это согласуется с наблюдениями.

Последнее обстоятельство указывает на то, что выражение потенциала (32) является хорошим приближенным к действительности и точнее, чем предложенные другими авторами выражения.

Применив этот потенциал, П. П. Паренаго предпринял определение галактических орбит звезд. Он изучил движение в двух случаях: а) перпендикулярно галактической плоскости и б) вдоль галактической плоскости.

Более детально изучены галактические орбиты звезд в галактической плоскости.

Изложим эту часть работы подробнее, так как методика вычисления галактических орбит звезд, развитая П. П. Паренаго, использована нами в настоящем исследовании для изучения ряда конкретных вопросов.

Дифференциальные уравнения движения в цилиндрических координатах (для галактической плоскости) имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 R}{dt^2} &= R \left(\frac{d\Theta}{dt} \right)^2 + \frac{\partial \Phi}{\partial R} \\ \frac{d}{dt} \left(R^2 \frac{d\Theta}{dt} \right) &= \frac{\partial \Phi}{\partial \Theta} = 0. \end{aligned} \quad (34)$$

Интегрируя уравнения (16), получим два первых интеграла --- интеграл живой силы и интеграл площадей:

$$\begin{aligned} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 + R^2 \left(\frac{d\Theta}{dt} \right)^2 &= 2(H + \Phi) \\ R^2 \frac{d\Theta}{dt} &= h, \end{aligned} \quad (35)$$

где h —постоянная интеграла площадей, а H —полная энергия звезды, определяемая формулой:

$$V_R^2 + V_\Theta^2 = 2(\Phi + H).$$

Определяя dt из уравнения интеграла площадей и подставляя его в уравнение живой силы, получим:

$$\left(\frac{dR}{d\Theta} \right)^2 = \frac{2(\Phi + H)}{h^2} R^4 - R^2. \quad (36)$$

Можно легко показать, что, если $\frac{dR}{d\Theta} = 0$, то $\frac{dR}{dt} = 0$, т. е. R имеет экстремальные значения.

Для нахождения экстремальных значений R приравняем к нулю $\frac{dR}{d\Theta}$ в уравнении (30), а потом, подставляя вместо Φ его значение и обозначая $\kappa R^2 = \xi$, получим:

$$2H\xi^2 + [2\Phi_0 + H] - \kappa h^2 = 0. \quad (37)$$

В зависимости от знака полной энергии H , получаются следующие теоремы, П. П. Паренаго:

Теорема I. Если полная энергия $H < 0$, тогда звезда всегда находится в Галактике, и уравнение (37) имеет два действительных положительных корня ξ_1 и ξ_2 , которые соответствуют наименьшему и наибольшему удалению звезды от центра Галактики.

Теорема II. Если $H \geq 0$, тогда звезда не может оставаться в Галактике и уравнение (37) имеет один конечный действительный корень ξ_1 , соответствующий минимальному удалению звезды от центра Галактики, а другой корень бесконечно велик. Следовательно, ξ_1 и ξ_2 дают границы той полосы, из которой звезда не может выйти в течение всего периода движения вокруг галактического центра.

Возвратимся теперь к интегрированию уравнения (35). Последнее можно переписать так:

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = -\frac{h^2}{R^2} + 2(\Phi + H). \quad (38)$$

Подставляя вместо Φ его выражение из (33), принимая во внимание обозначение $\chi R^2 = \xi$, путем некоторого преобразования и интегрирования, получим

$$t = \frac{1}{2\sqrt{\chi} \sqrt{-2H}} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{(1+\xi)d\xi}{(1+\xi)(\xi_2-\xi)(\xi-\xi_1)} \quad (39)$$

Соответствующим преобразованием (39) сводится к эллиптическим интегралам второго рода:

$$t = \frac{\sqrt{1+\xi_2}}{\sqrt{\chi} \sqrt{2H}} E(\varphi, k), \quad (40)$$

где $E(\varphi, k)$ — такой интеграл, а элементы φ и k даются формулами:

$$\varphi = \arcsin \sqrt{\frac{\xi_2 - \xi}{\xi_2 - \xi_1}}, \quad k = \sin \theta = \sqrt{\frac{\xi_2 - \xi_1}{1 + \xi_2}}. \quad (41)$$

Для определения галактической орбиты звезды, нужно из уравнения (37) найти ξ_1 и ξ_2 .

Уравнения (41) дадут φ и k , а из уравнения (40) получим соотношение между t и ξ . Следовательно, для каждого значения ξ можно найти соответствующее значение t . Если это значение умножим на угловую скорость $\frac{d\theta}{dt} = \frac{\chi h}{\xi}$ (42), то получим угол θ , который показывает, насколько звезда удалена от алогалактического положения.

Для определения аномалистического периода, т. е. интервала времени между двумя последовательными апогалактическими положениями звезды, нужно производить интегрирование уравнения (40) от ξ_1 до ξ_2 ; тогда правая сторона (40) дает половину аномалистического периода:

$$\frac{1}{2} p_a = \frac{\sqrt{1+\xi_2}}{\sqrt{\chi} \sqrt{-2H}} E(90^\circ, k). \quad (43)$$

Формулы (37), (40), (41), (42), (43) и (45) предоставляют возможность для определения элементов галактической орбиты звезды.

В случае почти круговых орбит ($\xi_2 - \xi_1 = 0$, $\xi_2 = \xi_0$), выражение аномалистического периода принимает такой вид:

$$p_a = 38 \cdot 10^6 (1 + \xi_0)^{1/2} \quad (\text{в годах}). \quad (44)$$

Что касается сидерического периода, т. е. периода между двумя последовательными положениями звезды по отношению к какой-нибудь удаленной галактике, он дается формулой:

$$p = \frac{2\pi}{A-B}, \quad (45)$$

где A и B — известные постоянные Оорта.

Вычисленные по формулам (45) и (44) значения $P_a - P$ для различных значений R , даются в следующей табличке:

R	0	2	4	6	7.2	8	10	10.2	11	12	13
$P_a - P$	-13.10 ⁶	-40	-47	-15	-40	-3	-5	0	+20	+53	+94

Из этой таблички видно, что имеет место вращение линии апсид: обратное, при $R < 10.2$, и прямое, если $R > 10.2$. При $R = 10.2$ линия апсид не вращается, причиной чего является то, что на этом расстоянии, в выражении $F = \text{const} R^\alpha$, $\alpha = 2$ и имеет место кеплерово движение.

П. П. Паренаго вычислил галактические орбиты конкретных звезд (среди них и Солнца) и надежно определял их элементы.

Если проанализируем все вышесказанное, можно сделать следующие выводы.

Гравитационный потенциал Галактики, полученный на основе наблюдательных данных, надежен для применения в окрестностях галактической плоскости.

Для звезд с большими z выражение потенциала не так надежно.

Так как мы изучаем закономерности движения вдоль галактической плоскости, точность выражения для потенциала в наших целях вполне достаточна.

Методика определения орбит, предложенная П. П. Паренаго, дает возможность быстро и с относительно хорошим приближением определять элементы орбит.

Как уже сказано, выражение потенциала П. П. Паренаго, а также и его методика определения орбит использована нами в последующем.

Диаграммы, определяющие границы галактической полосы и принцип их построения. Если ξ_1 и ξ_2 являются корнями уравнения (37), то можем написать:

$$\xi_1 + \xi_2 = \frac{2(\Phi_c + H) - \chi h^2}{-2H} \quad (46)$$

$$\xi_1 \xi_2 = -\frac{\chi h^2}{2H}$$

Преобразуя уравнения (46), П. П. Паренаго получил выражения

$$V_\theta^2 = \frac{2\Phi_c \xi_1 \xi_2}{\xi_0(1+\xi_1)(1+\xi_2)}, \quad (47)$$

$$V_R^2 = \frac{2\Phi_c(\xi_2 - \xi_0)(\xi_0 - \xi_1)}{\xi_0(1+\xi_1)(1+\xi_2)}. \quad (48)$$

Система уравнений (47) и (48) дает возможность построить график, по которому можно найти значения ξ_1 и ξ_2 по компонентам скоростей V_R и V_θ . Зная ξ_1 и ξ_2 , определим таким образом наибольший и наименьший радиусы галактической полосы.

Принцип построения графика заключается в следующем:

Возьмем систему координат с осями V_θ и V_R . Нашей задачей является построение кривых $\xi_1 = \text{const}$ и $\xi_2 = \text{const}$ для фиксированного значения ξ_0 , т. е. считая, что начальные положения для всех звезд одинаковы.

Если в уравнениях (47) и (48) фиксируем ξ_2 , то V_θ и V_R будут функциями ξ_1 . Для каждого конкретного значения ξ_1 получим определенное значение пары V_θ и V_R . Совокупность таких точек даст кривую $\xi_2 = \text{const}$. Если на кривых $\xi_2 = \text{const}$ выберем точки одной и той же ξ_1 и соединим их между собой, то получим кривую $\xi_1 = \text{const}$.

Ясно, что $\xi_1 \approx \xi_0$ и $\xi_2 \approx \xi_0$. Точка $\xi_1 = \xi_2 = \xi_0$ дает круговую скорость. П. П. Паренаго построил такую диаграмму для звезд, находящихся в окрестностях Солнца. На диаграммах начерчены также эллипсы, в центрах которых находятся скорости центроидов плоской промежуточной и сферической подсистем, а полуосями являются дисперсии скоростей этих подсистем в направлении R и Θ .

Внутри этих эллипсов помещается 70% звезд соответствующей подсистемы. Диаграмма дает возможность определить границы галактической полосы для звезд данной подсистемы.

На той же диаграмме, по формуле:

$$P_a = \frac{2}{V_{2\alpha} \Phi_c} (1 + \xi_2) V \sqrt{1 + \xi_1} E \left(90^\circ, \arcsin \sqrt{\frac{\xi_2 - \xi_1}{1 + \xi_2}} \right) \quad (49)$$

построены кривые $P_a = \text{const}$ (P_a — аномалистический период звезды).

Следовательно, по диаграмме можно с достаточной точностью найти значения ξ_1 , ξ_2 и P_a для данной V_R и V_Θ , как для конкретной звезды, также и для звезд какой нибудь подсистемы.

Для решения задачи, сформулированной в водной части настоящей работы, мы построили аналогичные диаграммы для ряда значений расстояний, а именно — для $R=2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11$ и 12 килопарсеков.

Мы определили значения некоторых параметров для различных R , зная значения этих параметров в окрестностях Солнца, выведенные П. П. Паренаго на основе применения богатого наблюдательного материала. В частности, мы вычисляли скорости центроидов и дисперсии скоростей на различных расстояниях, имея их значения для $R=7.2$.

Для плоских подсистем: $\Sigma_R=27$, $\Sigma_\Theta=17$, $V_\Theta=233$.

Для промежуточных подсистем: $\Sigma_R=40$, $\Sigma_\Theta=27$, $V_\Theta=219$. (50)

Для сферических подсистем: $\Sigma_R=110$, $\Sigma_\Theta=70$, $V_\Theta=110$.

Скорости центроидов плоских подсистем вычислены на основе допущения, что они очень мало отличаются от круговых скоростей.

Следовательно, формула:

$$V = \sqrt{-R \frac{\partial \Phi}{\partial R}} = \sqrt{\frac{2 \Phi_c \xi}{1 + \xi}} \quad (51)$$

дает скорости центроидов для различных ξ (или, что то же самое, для различных R).

Для определения скоростей центроидов сферических подсистем надо использовать результаты, полученные, как выводы, при рассмотрении задач стационарной динамики.

Имеем:

$$V = \frac{c_3 R}{c_1 + c_2 R^2}, \quad (52)$$

где V — скорость центроида, R — расстояние от центра Галактики до центроида, а c_1 , c_2 и c_3 — определенные постоянные, значения которых зависят от типа подсистемы.

Из звездной динамики известны также такие зависимости:

$$c_1 = \frac{1}{2\Sigma_R^2}; \quad c_1 + c_2 R^2 = \frac{1}{2\Sigma_\Theta^2}. \quad (53)$$

Уравнение (52) можно переписать так:

$$\frac{R}{V} = \frac{c_1}{c_3} + \frac{c_2 R^2}{c_3}.$$

Последнее уравнение дает:

$$\frac{R}{V} c_3 = c_1 + c_2 R^2. \quad (54)$$

Подставляя в уравнение (53) и (54) значения R , Σ_Θ , Σ_R и V_Θ из (50), и определяя c_1 , c_2 и c_3 , получим:

Для сферической подсистемы:

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= 413 \cdot 10^{-7} \text{сек}^2 \text{км}^{-2} \\ c_2 &= 964 \cdot 10^{-9} \text{сек}^2 \text{км}^{-2} \text{кпс}^{-2} \\ c_3 &= 145 \cdot 10^{-5} \text{сек км}^{-1} \text{кпс}^{-1}, \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

для промежуточной подсистемы:

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= 312 \cdot 10^{-6} \text{сек}^2 \text{км}^{-2} \\ c_2 &= 721 \cdot 10^{-8} \text{сек}^2 \text{км}^{-2} \text{кпс}^{-2} \\ c_3 &= 209 \cdot 10^{-4} \text{сек км}^{-1} \text{кпс}^{-1}. \end{aligned} \right\} \quad (56)$$

После определения числовых значений коэффициентов c_1 , c_2 и c_3 из уравнения (52), легко можно определить скорости центроидов сферических и промежуточных подсистем, для различных значений R .

Для определения дисперсии скоростей, следует поступить так. Первое уравнение (53) разделим на второе, тогда получим:

$$\frac{\Sigma_\Theta^2}{\Sigma_R^2} = \frac{c_1}{c_1 + c_2 R^2};$$

отсюда

$$\Sigma_\Theta^2 = \Sigma_R^2 \frac{1}{1 + \frac{c_2}{c_1} R^2}. \quad (57)$$

Подставляя в (57) значения c_1 и c_2 из (55) и (56), можно определить дисперсию скоростей Σ_Θ для различных R (Σ_R при всех значениях R одно и то же).

Для вычисления дисперсии скоростей плоской подсистемы в направлении Θ , можно воспользоваться тем обстоятельством, что $\frac{c_2}{c_1}$ для плоской подсистемы, по Паренаго, равно κ :

$$\frac{c_2}{c_1} = \kappa$$

и формула (57) примет вид:

$$\Sigma_\Theta^2 = \Sigma_R^2 \frac{1}{1 + \kappa R^2} = \Sigma_R^2 \frac{1}{1 + \xi}. \quad (58)$$

Следовательно, мы можем сформулировать следующие выводы.

С помощью формул (47) и (48) можно построить на диаграммах V_Θ V_R кривые: $\xi_1 = \text{const}$, $\xi_2 = \text{const}$.

Применяя формулы (49), построим кривые $P_a = \text{const}$.

Формулы (52), (55), (56) и (57) дают возможность вычислить скорости центроидов и дисперсии скоростей для сферических и промежуточных подсистем.

Формулы же (51) и (58) позволяют вычислить скорости центроида и дисперсию скоростей для случая плоских подсистем.

Ниже мы приводим таблицы значений параметров, по которым строятся диаграммы, относящиеся к звездам, расположенным на расстояниях $R=2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11$, и 12 кпс.

Таблица I ცხრილი

$R_0=2$		$\xi_0=0.1152$				$V_\infty=450$	
ξ_2	ξ_1	0		0.0288		0.1152	
		V_R	V_θ	V_R	V_θ	V_R	V_θ
0.1152	0	0	0	75	0	145	
0.2592	152	0	130	106	0	204	
0.4608	219	0	187	132	0	253	
0.7200	267	0	228	151	0	291	
1.0368	303	0	259	167	0	321	
1.4112	330	0	282	179	0	344	
1.8432	351	0	300	189	0	362	
2.3328	367	0	314	190	0	377	
2.8800	380	0	325	202	0	388	
3.4848	390	0	333	207	0	397	
4.1472	398	0	340	210	0	404	

Таблица II ცხრილი

$R_0=3$		$\xi_0=0.2592$				$V_\infty=423$			
ξ_2	ξ_1	0		0.0288		0.1152		0.2592	
		V_R	V_θ	V_R	V_θ	V_R	V_θ	V_R	V_θ
0.2592	0	0	0	71	0	136	0	192	
0.4608	158	0	153	87	111	169	0	238	
0.7200	219	0	204	101	155	194	0	274	
1.0368	262	0	243	112	185	214	0	302	
1.4112	293	0	272	119	207	230	0	324	
1.8432	317	0	294	126	223	242	0	341	
2.3328	335	0	311	131	236	251	0	354	
2.8800	348	0	324	135	246	259	0	365	
3.4848	359	0	333	138	254	265	0	373	
3.1472	368	0	342	140	260	270	0	380	
4.8672	375	0	349	142	265	273	0	386	

Таблица III ცხრილი

$R_0=4$		$\xi_0=0.4608$				$V_\infty=394$					
ξ_2	ξ_1	0		0.0288		0.1152		0.2592		0.4608	
		V_R	V_θ	V_R	V_θ	V_R	V_θ	V_R	V_θ	V_R	V_θ
0.4608	0	0	0	66	0	126	0	178	0	221	
0.7200	153	0	146	76	125	145	90	206	0	255	
1.0368	209	0	200	83	172	160	123	227	0	281	
1.4112	247	0	236	90	202	172	146	243	0	301	
1.8432	274	0	262	94	225	181	162	256	0	317	
2.3328	295	0	282	98	242	188	174	266	0	329	
2.8800	310	0	296	101	255	194	183	274	0	338	
3.4848	323	0	308	103	265	198	190	280	0	347	
4.1772	333	0	317	105	273	202	196	285	0	353	

Таблица IV ცხრილი

$R_0=5$		$\xi_0=0.7200$				$V_\infty=36 \xi$							
ξ_2	ξ_1	0		0.0288		0.1152		0.2592		0.4608		0.7200	
		V_R	V_θ	V_R	V_θ	V_R	V_θ	V_R	V_θ	V_R	V_θ	V_R	V_θ
0.7200	0	0	0	61	0	116	0	164	0	204	0	234	
1.0368	143	0	138	67	124	129	102	181	71	225	0	258	
1.4112	194	0	188	72	168	138	138	194	96	240	0	277	
1.8432	238	0	220	75	198	145	162	205	113	253	0	292	
2.3328	252	0	244	78	219	150	180	211	125	263	0	303	
2.8800	271	0	261	81	235	155	193	219	134	271	0	312	
3.4848	284	0	275	83	247	159	203	224	141	277	0	320	
4.1472	296	0	286	84	257	162	211	229	147	282	0	325	
4.8672	305	0	294	85	265	164	218	232	151	287	0	330	

Таблица V ცხრილი

$R_0=6$		$\xi_0=1.0368$				$V_\infty=333$									
ξ_2	ξ_1	0		0.0288		0.1152		0.2592		0.4608		0.7200		1.0368	
		V_R	V_θ	V_R	V_θ	V_R	V_θ	V_R	V_θ	V_R	V_θ	V_R	V_θ	V_R	V_θ
1.0368	0	0	0	56	0	107	0	151	0	187	0	216	0	238	
1.4112	131	0	128	60	117	115	101	162	81	201	56	231	0	255	
1.8432	177	0	172	63	158	121	137	170	109	211	75	243	0	268	
2.3328	208	0	202	65	186	126	160	177	128	219	88	253	0	279	
2.8800	230	0	223	67	205	129	177	182	142	226	97	260	0	277	
3.4848	246	0	239	69	220	132	190	187	152	231	104	266	0	293	
4.1472	259	0	252	70	231	135	200	190	160	235	109	271	0	299	

Таблица VI ცხრილი

$R_0=9$		$\xi_0=2.3328$				$V_\infty=260$								
ξ_2	ξ_1	2.3328		2.8800		3.4848		4.1472		4.8672		5.6448		
		V_R	V_θ	V_R	V_θ	V_R	V_θ	V_R	V_θ	V_R	V_θ	V_R	V_θ	
0	0	0	0	98	0	132	0	156	0	171	0	184	0	
0.0288	0	44	96	45	129	46	151	47	168	48	180	49		
0.1152	0	48	91	86	122	88	143	90	158	91	170	92		
0.2592	0	118	83	122	111	125	130	127	144	129	154	130		
0.4608	0	146	73	151	98	154	115	157	127	159	137	161		
0.7200	0	168	62	174	84	178	98	181	109	183	117	186		
1.0368	0	186	51	191	69	196	81	196	90	202	96	205		
1.4112	0	199	40	205	53	210	63	214	69	217	75	220		
1.8432	0	210	27	216	36	221	42	225	47	229	50	231		
2.3328	0	218	0	225	0	230	0	234	0	237	0	240		

Таблица VII ცხრილი

$R_0 = 10$ $\xi_0 = 2.8800$ $V_{\infty} = 241$

ξ_1	2.8800		3.4848		4.1472		4.8672		5.6448	
	V_R	V_0	V_R	V_0	V_R	V_0	V_R	V_0	V_R	V_0
0	0	0	92	0	120	0	141	0	155	0
0.0288	0	40	90	42	117	42	138	43	152	43
0.1152	0	78	85	80	111	81	130	83	144	83
0.2592	0	110	78	112	102	114	119	116	132	117
0.4608	0	136	70	139	91	141	106	143	118	145
0.7200	0	156	60	160	79	163	93	165	102	167
1.0368	0	172	51	176	67	180	79	182	88	184
1.4112	0	185	42	189	55	192	65	195	72	198
1.8432	0	194	32	198	43	203	50	206	55	208
2.3328	0	202	22	206	29	210	34	214	37	216
2.8800	0	208	0	213	0	217	0	220	0	222

Таблица VIII ცხრილი

$R_0 = 11$ $\xi_0 = 3.4848$ $V_{\infty} = 225$

ξ_1	3.4848		4.1472		4.8672		5.6448		6.4800	
	V_R	V_0	V_R	V_0	V_R	V_0	V_R	V_0	V_R	V_0
0	0	0	80	0	109	0	129	0	142	0
0.0288	0	38	79	38	107	39	125	39	139	40
0.1152	0	72	75	73	101	75	119	76	132	77
0.2592	0	102	69	104	93	105	110	107	122	108
0.4608	0	126	62	129	84	130	99	132	109	133
0.7200	0	145	55	148	74	150	87	152	97	153
1.0368	0	160	47	163	64	166	75	168	83	169
1.4112	0	172	40	175	54	177	64	179	71	181
1.8432	0	181	33	184	44	187	52	189	58	191
2.3328	0	188	25	191	34	194	40	196	47	198
2.8800	0	193	17	197	23	199	27	202	30	204
3.4848	0	198	0	201	0	204	0	207	0	209

Таблица IX ცხრილი

$R_0 = 12$ $\xi_0 = 4.1472$ $V_{\infty} = 210$

ξ_1	4.1472		4.8672		5.6448		6.4800		7.4728	
	V_R	V_0	V_R	V_0	V_R	V_0	V_R	V_0	V_R	V_0
0	0	0	73	0	99	0	117	0	130	0
0.0288	0	35	72	35	98	36	115	36	128	37
0.1152	0	67	69	68	93	69	109	70	121	70
0.2592	0	95	63	97	86	98	101	99	113	94
0.5608	0	118	57	119	78	121	91	122	102	123
0.7200	0	136	51	138	69	139	81	141	90	142
1.0368	0	149	44	152	60	154	71	155	79	156
2.4112	0	160	38	163	52	165	61	166	68	167
1.8432	0	169	32	172	44	174	52	175	58	177
2.3328	0	175	27	178	36	180	43	182	47	183
2.8800	0	180	21	183	28	186	33	187	37	189
3.4848	0	185	14	188	19	190	22	192	25	193
4.1472	0	188	0	191	0	193	0	195	0	196

Таблица X ცხრილი

R_0	Плоская подсистема ბრტყელი ქვესისტემა			Промежуточная подсистема შუალა ქვესისტემა			Сферическая подсистема სფერული ქვესისტემა		
	V_0	Σ_R	Σ_0	V_0	Σ_R	Σ_0	V_0	Σ_R	Σ_0
1.	78	27	27	69	40	40	110	110	110
2.	145		26	122		38	64		105
3.	192		24	166		36	86		100
4.	221		22	195		34	102		94
5.	235		20	211		32	122		87
6.	238		19	219		29	114		81
7.2	233		17	219		27	114		74
8.	227		16	216		26	112		70
9.	218		15	209		24	109		65
10.	208		14	202		22	105		60
11.	198		13	194		20	101		56
12.	188		12	186		19	96		53
13.	179		11			18	92		49

Таблица XI ცხრილი

R_1	R_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
		0		39	41	45	51	58	66	76	87	100	114	129	146	164
1		40	42	46	52	59	68	78	89	102	116	132	149	167	187	208
2			45	49	55	63	72	82	94	108	123	139	157	176	197	219
3				54	60	68	78	89	102	116	132	150	169	189	211	235
4					67	76	86	99	113	128	146	165	185	209	231	257
5						86	97	111	126	144	163	183	200	230	256	284
6							110	125	143	162	182	205	230	257	286	316
7								142	161	182	205	231	277	284	321	356
8									182	205	231	277	284	321	356	393
9										231	259	290	323	359	396	437
10											290	324	360	400	441	484
11												361	400	443	488	536
12													444	490	539	591

В таблицах I—IX содержатся значения параметров ξ_1 и ξ_2 по V_R и V_0 для звезд, находящихся на различных расстояниях.

По данным перечисленных таблиц построены кривые $\xi_1 = const$ и $\xi_2 = const$ (т. е. $R_1 = const$ и $R_2 = const$). На диаграммах эти кривые изображены жирной прерывистой линией (рис. 1—9).

В таблице X даются значения дисперсии скоростей (Σ_R и Σ_0) и скорости центроидов V_0 для различных подсистем на различных расстояниях.

По данным этой таблицы на диаграммах вычерчены внутренние эллипсы скоростей. При этом эллипсы различных подсистем вычерчены различно: эллипсы плоской подсистемы — непрерывной жирной линией, эллипсы промежуточной подсистемы — непрерывной линией, а сфе-

рической подсистемы — линией из тире и точек (о внешних эллипсах, вычерченных на диаграммах, о принципе их построения и об их значениях, мы будем говорить ниже).

В таблице XI даются значения аномалистических периодов звезд по R_1 и R_2 . По этой таблице на диаграммах вычерчены кривые $P_a = const.$ Они изображены пунктиром.

Мы приводим диаграммы, построенные по данным этих таблиц (рис. 1—9).

Диаграммы дают возможность определить, по начальным условиям, минимальное и максимальное удаление звезды от центра Галактики и аномалистический период. Но, так как начальные условия известны только для звезд, находящихся в окрестностях Солнца, мы ничего не можем сказать о движениях звезд, находящихся в центральных или периферийных частях Галактики.

Интересно было бы изучить движение группы звезд, членов которой можно, по тем или иным соображениям, генетически связать между собой, т. е. считать, что они имеют одновременное происхождение.

Ясно, что в их движении должна проявиться некоторая особенность, отличающая его от движения других групп звезд.

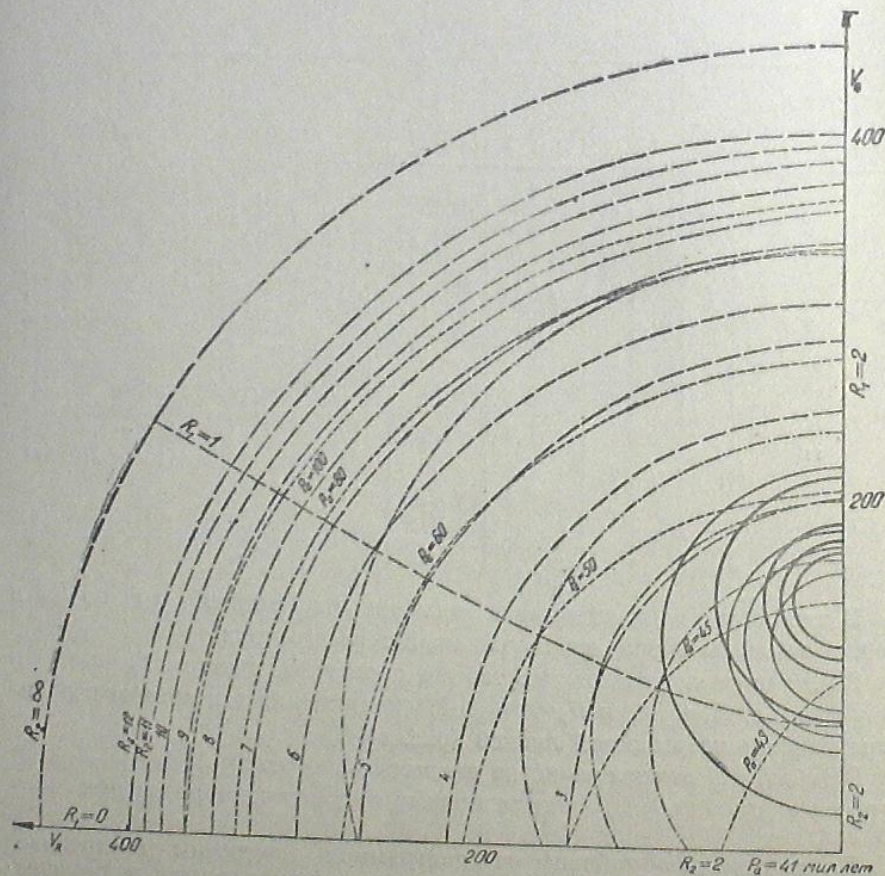


Рис. 1 б.б.

Изучение движения конкретной группы звезд в связи с изменением начального положения должно выявить определенную закономерность. Это дало бы возможность подойти к решению некоторых задач космогонического характера и пролить свет на ряд сложных вопросов строения и развития Галактики. Но, так как фактические данные (компоненты скоростей, параллаксы и другие) известны все еще только внутри сферы малого радиуса, то постановка вопроса в таком большом масштабе пока не имеет оправдания, и задача должна быть ограничена более узкими рамками.

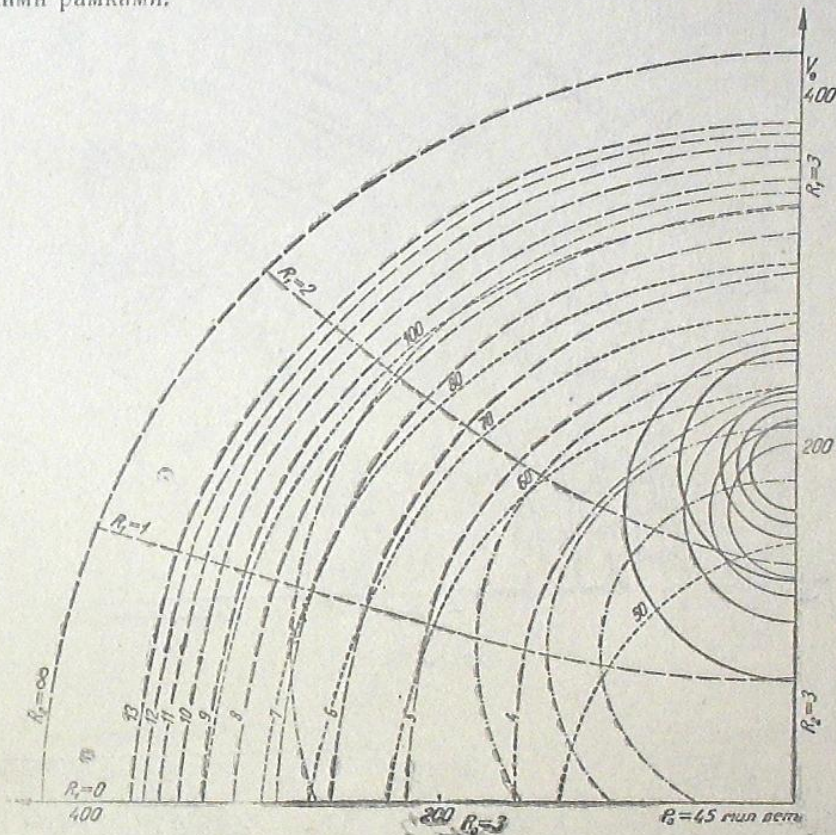


Рис. 2 б.б.

Следовательно, мы не можем путем непосредственного определения орбит звезд различных подсистем, на различных расстояниях от центра Галактики, вскрыть общие закономерности в их движениях. Поэтому, ограничим нашу задачу исследованием движений звезд различных подсистем, путем анализа и изучения диаграмм, построенных для различных частей Галактики. Ясно, что в таком случае суждения будут иметь более общий, качественный характер и выводы будут менее точными, чем в случае непосредственного определения галактических орбит звезд. Несмотря на это, изучение диаграмм все же может дать ответ на некоторые вопросы, относящиеся к строению Галактики.

В результате проведенного нами анализа диаграмм, мы построили приводимые ниже таблицы (XII, XIII, XIV) значений некоторых параметров.

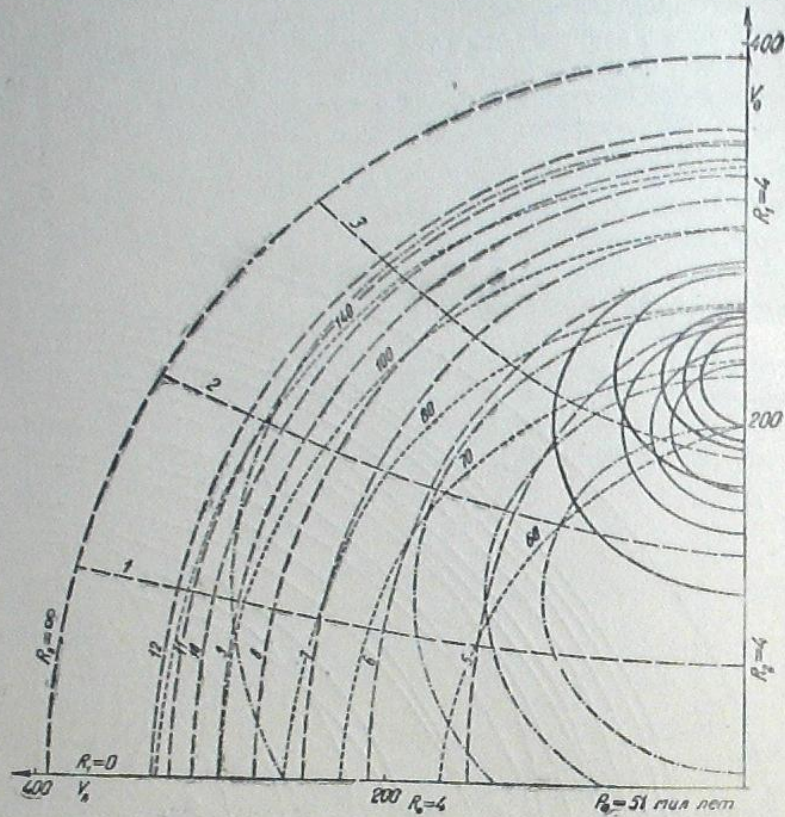


Рис. 3 ნახ.

Таблица XII ცხრილი

R ₀	Плоская подсистема ბრტყელი ქვესისტემა (ვარსკვლავთა 68% ვხვდ.)						Промежуточная подсистема შუალა ქვესისტემა (ვარსკვლავთა 68% ვხვდ.)						Сферическая подсистема სფერული ქვესისტემა (ვარსკვლავთა 68% ვხვდ.)					
	R ₁ min	R ₁ max	R ₂ min	R ₂ max	P _a min	P _a max	R ₁ min	R ₁ max	R ₂ min	R ₂ max	P _a min	P _a max	R ₁ min	R ₁ max	R ₂ min	R ₂ max	P _a min	P _a max
2.	1.6	2.0	2.0	2.5	44	47	1.14	2.0	2.00	2.3	42	46	0	2.0	2.0	2.80	41	47
3.	2.5	3.0	3.0	3.57	52	57	1.8	3.0	3.0	3.5	48	55	0	3.0	3.0	3.75	45	55
4.	3.4	4.0	4.0	4.7	60	75	2.5	4.0	4.0	4.5	57	70	0.1	3.0	4.0	4.8	51	62
5.	4.3	5.0	5.0	6.0	80	100	3.35	5.0	5.0	5.5	72	92	0.55	4.2	5.0	5.90	59	79
6.	5.1	6.0	6.0	7.3	98	130	4.0	6.0	6.0	7.0	86	120	0.60	4.2	6.0	6.94	67	90
7.2	6.0	7.2	7.2	9.0	130	190	5.0	7.2	7.2	8.5	111	175	0.9	4.6	7.2	8.45	80	110
9.	7.3	9.0	9.0	12.0	190	320	5.9	9.0	9.0	12.0	160	320	1.1	5.3	9.0	10.7	102	150
10.	8.0	10.0	10.0	13.5	230	400	6.7	10.0	10.0	15.0	190	400	1.16	5.6	10.0	12.3	117	180
11.	8.6	11.0	11.0	16.0	280	530	7.3	11.0	11.0	18	250	570	1.24	5.8	11.0	14.0	134	225
12.	9.0	12.0	12.0	18.0	323	700	8.5	12.0	12.0	22	300	900	2.4	6.0	12.0	15.7	150	280

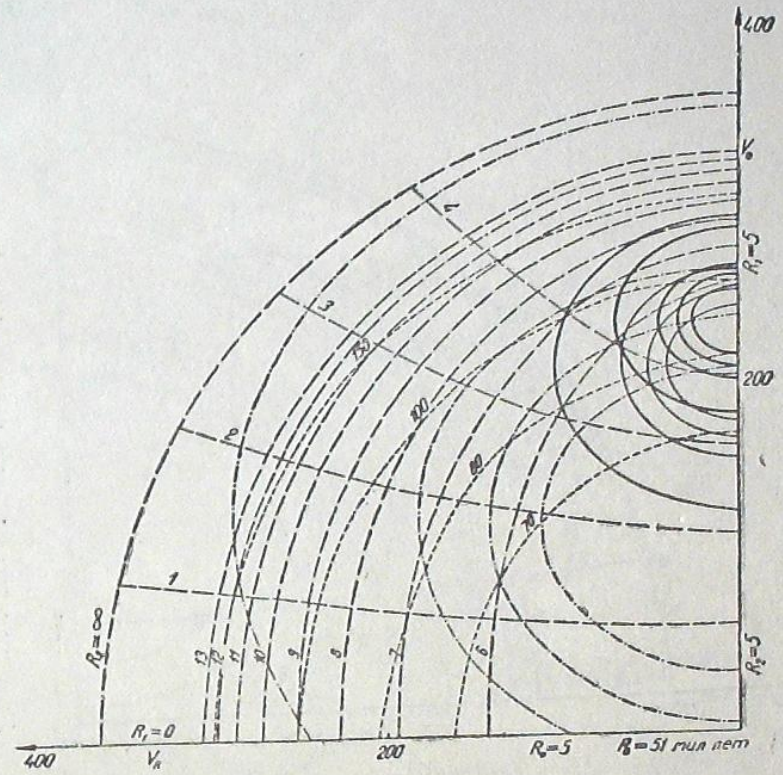


Рис. 4 ნახ.

Таблица XIII ცხრილი

R ₀	Плоская подсистема ბრტყელი ქვესისტემა (ვარსკვლავთა 68% ვხვდ.)			Промежуточная подсистема შუალა ქვესისტემა (ვარსკვლავთა 68% ვხვდ.)			Сферическая подсистема სფერული ქვესისტემა (ვარსკვლავთა 68% ვხვდ.)		
	R ₁ max -R ₁ min	R ₂ max -R ₂ min	P _a max -P _a min	R ₁ max -R ₁ min	R ₂ max -R ₂ min	P _a max -P _a min	R ₁ max -R ₁ min	R ₂ max -R ₂ min	P _a max -P _a min
2	0.40	0.50	3	0.86	0.30	4	2.0	0.80	6
3	0.50	0.57	7	1.16	0.50	7	3.0	0.80	10
4	0.62	0.70	15	1.50	0.50	13	2.9	0.80	11
5	0.70	1.0	20	1.75	0.50	20	3.65	0.90	20
6	0.90	1.3	32	2.0	1.0	34	3.67	0.94	23
7.2	1.2	1.80	60	2.2	1.30	64	3.70	1.20	30
9	1.7	3.0	130	3.1	3.0	160	4.20	1.70	48
10	2.0	3.5	170	3.3	5.0	210	4.44	2.30	60
11	2.4	5.0	250	3.7	7.0	320	4.56	3.0	90
12	3.0	6.0	380	3.50	10.0	600	4.76	3.70	130

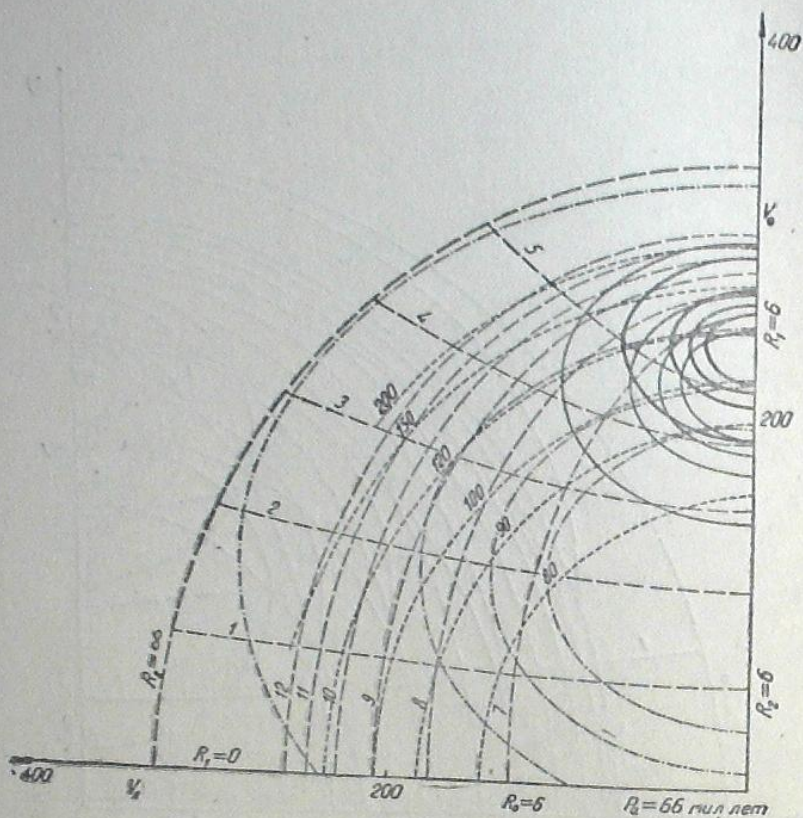


Рис. 5 б.б.

Таблица XIV ცხრილი

R_0	Плоская подсистема ბრტყული ქვესისტემა (ვარსკვლავთა 68% ავსება)		Промежуточная подсистема შუალა ქვესისტემა (ვარსკვლავთა 68% ავსება)		Сферическая подсистема სფერული ქვესისტემა (ვარსკვლავთა 68% ავსება)	
	$R_2 \text{ max}$ $-R_1 \text{ min}$	\bar{P}_a	$R_2 \text{ max}$ $-R_1 \text{ min}$	\bar{P}_a	$R_2 \text{ max}$ $-R_1 \text{ min}$	\bar{P}_a
2	0.9	45	1.16	44	2.80	44
3	1.07	54	1.66	52	3.75	50
4	1.32	67	2.00	63	4.70	56
5	1.70	90	2.15	82	5.35	69
6	2.20	114	3	103	6.34	78
7.2	3.00	160	3.50	143	7.55	95
9	4.70	255	6.10	240	9.60	126
10.	5.50	315	8.30	295	11.14	148
11.	7.40	408	10.70	410	12.76	180
12.	9	510	13.50	600	14.46	215

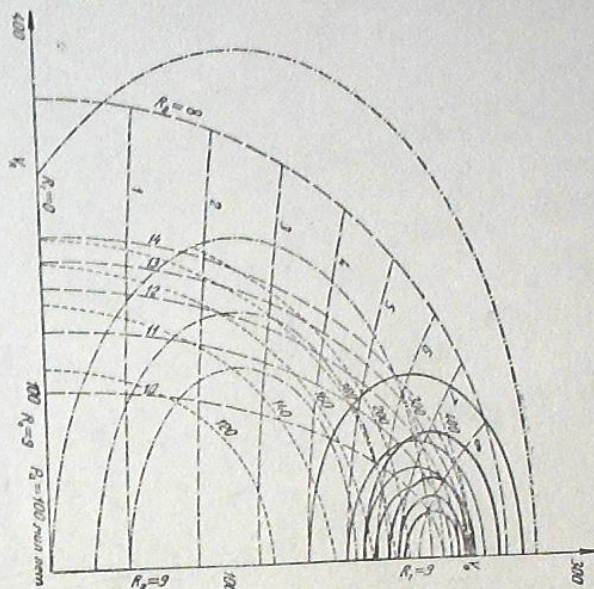


Рис. 6 б.б.

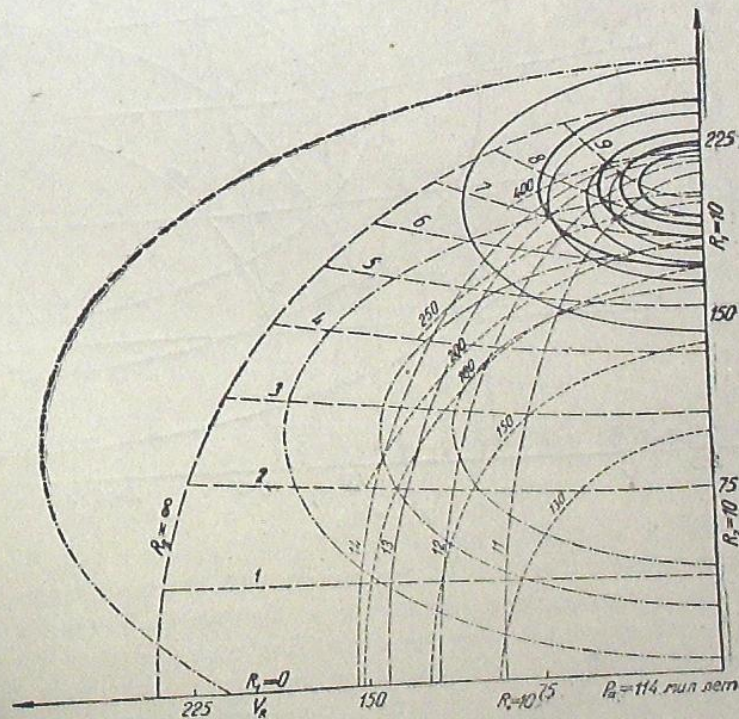


Рис. 7 б.б.

В таблице XII даются максимальные и минимальные значения величин R_1 , R_2 и P_a для различных подсистем, по различным значениям R_0 . При этом R_0 , K_1 и K_2 выражены в парсеках, а P_a — в миллионах лет (подразумевается 68% звезд данной подсистемы).

В таблице XIII даются значения $R_{1max} - R_{1min}$, $R_{2max} - R_{2min}$, $P_{amax} - P_{amin}$ для плоских, промежуточных и сферических подсистем (по различным значениям R_0). Эти величины характеризуют амплитуду изменения R_1 , R_2 и P_a для данной подсистемы в целом.

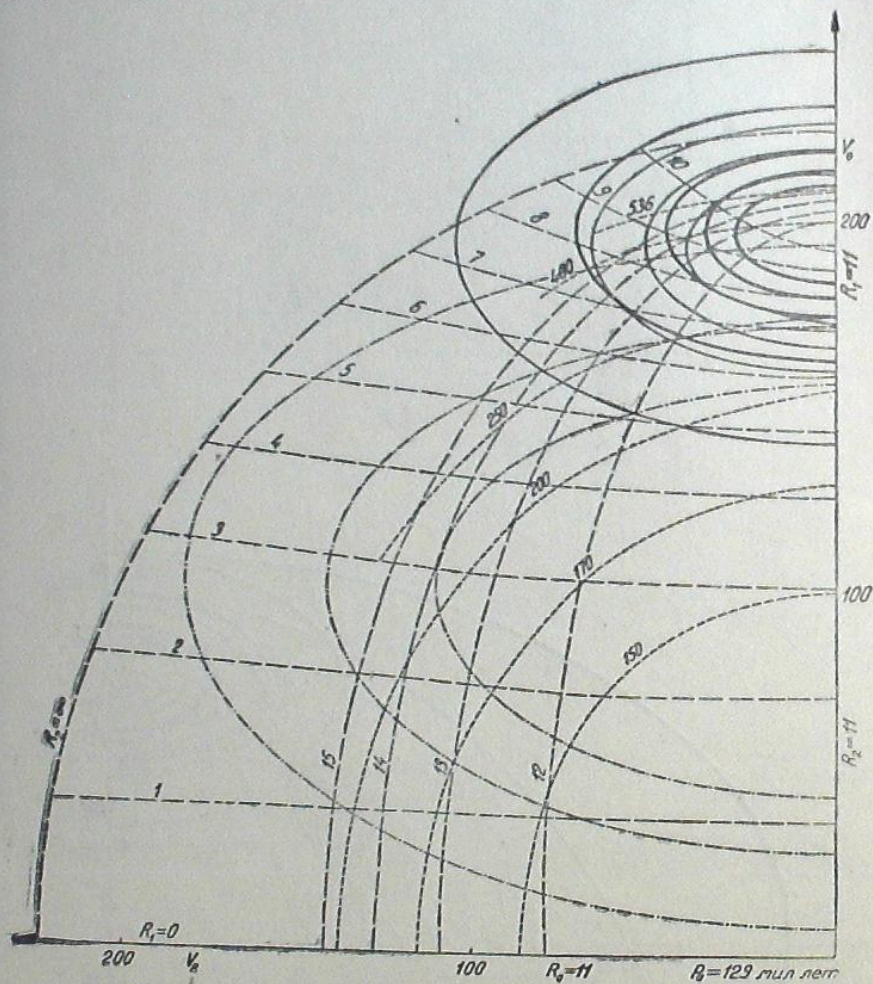


Рис. 8 ббб.

Рассмотрение таблицы XIII показывает, что амплитуды изменений R_1 , R_2 и P_a растут от центра Галактики к перифериям. В этом изменении видна определенная закономерность. Для сферической подсистемы амплитуды колебаний R_1 и R_2 почти не изменяются от центра Галактики до шести килопарсеков, а затем изменение совершается более быстрыми темпами. Почти такая же закономерность замечается у плоской и промежуточной подсистем. Что касается изменения амплитуды

P_a , то, начиная от 7.2 килопарсека, она увеличивается очень быстро для плоской подсистемы и особенно — для промежуточной подсистемы, а для сферической подсистемы ее увеличение совершается медленнее.

В таблице XIV помещаются значения $R_{2max} - R_{1min}$ и средний аномалистический период P_a для различных подсистем на различных расстояниях.

Величина $R_{2max} - R_{1min}$ определяет размеры галактической полосы подсистемы. Ни одна звезда данной подсистемы не может выйти за пределы этой полосы (имеются в виду те звезды подсистемы, которые

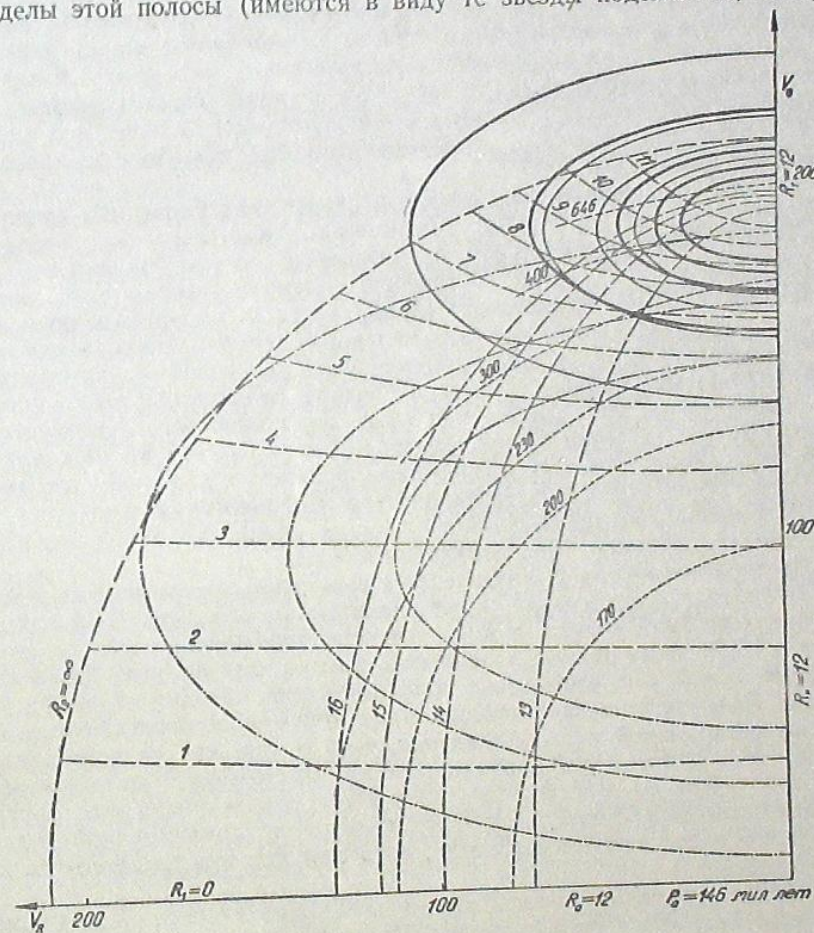


Рис. 9 ббб.

на диаграммах скоростей помещаются внутри эллипса, т. е. — 68% звезд этой подсистемы).

\bar{P}_a является средним аномалистическим периодом звезд данной подсистемы.

Значения среднего аномалистического периода в центральных частях Галактики почти одинаковы для всех подсистем. Приблизительно с 3 кпс средний аномалистический период начинает расти. В изменении среднего аномалистического периода по R_0 замечается определенная закономерность.

Быстрее всего растет средний аномалистический период плоской подсистемы. Более медленно, но с достаточной скоростью, растет средний аномалистический период промежуточной подсистемы. Что касается среднего аномалистического периода сферической подсистемы, он растет медленнее, чем оба названных выше периода. Разница между этими периодами постепенно увеличивается. На 12 кпс средние аномалистические периоды плоской и промежуточной подсистем в 2.5 раза больше, чем период сферической подсистемы.

Это обстоятельство дает возможность сделать следующий вывод. Длительность аномалистического периода определяется двумя факторами — величиной V_u — компоненты скорости и углом между апо- и перигалактическими положениями звезды. Чем больше скорость звезды, тем меньше аномалистический период и наоборот — чем больше угол между апо- и перигалактическими положениями звезд, тем больше аномалистический период.

Звезды сферической подсистемы в перифериях Галактики движутся медленнее, чем звезды плоской подсистемы. Если углы между апогалактическим и перигалактическим положениями звезды одинаковы для обеих подсистем то аномалистический период сферической подсистемы должен быть больше, чем период плоской подсистемы, но в действительности мы имеем обратное явление. Поэтому можно заключить, что угол между пери- и апогалактическими положениями для сферической подсистемы меньше, чем для плоской подсистемы. Это значит, что скорость вращения линии апсид для звезд сферической подсистемы растет быстрее (в связи с увеличением R_0) и на расстоянии 12 килопарсеков она приблизительно в 2—3 раза больше, чем угловая скорость вращения линии апсид для звезд плоской и промежуточной подсистем.

Рассмотрим значения $R_{1 \text{ мин}}$ и $R_{2 \text{ мин}}$ помещенные в таблице XII. Для примера возьмем сферическую подсистему.

Из таблицы видно, что звезды, которые теперь расположены в двух кпс от центра Галактики, не могут удалиться дальше, чем $R=2.5$ килопарсека. При этом имеется в виду, что это утверждение касается около 2/3, т. е. 68% звезд данной подсистемы. Звезды, для которых $R_0=3$ кпс, имеют $R_{1 \text{ мин}}=0$, т. е. часть звезд этой подсистемы доходит до центра Галактики. Более того, звезды, которые находятся в окрестностях Солнца достигают центральной части Галактики, в то время, как ни одна звезда сферической подсистемы, находящаяся на расстоянии 6 килопарсеков, не может дойти до окрестностей Солнца так, чтобы она попала внутри эллипса этой подсистемы. Для звезд плоской и промежуточной подсистем имеет место такое же явление, хотя для них эта тенденция выражена слабее.

Отсюда можно заключить, что из звезд, находящихся в центральной части Галактики, только те звезды могут достигать окрестностей Солнца, скорости которых выходят за пределы дисперсии скоростей, т. е. на диаграммах скоростей, построенных для этих областей, они находятся за пределами эллипса данной подсистемы. И наоборот — находящиеся в окрестностях Солнца звезды, скорости которых помещаются внутри эллипса скоростей, в случае достижения центральной части Галактики, не попадут внутрь эллипса, соответствующего этим областям.

Для того, чтобы представить картину движения тех звезд, которые помещены вне эллипса скоростей, мы построили дополнительные эллипсы для различных расстояний и для различных подсистем. Вычерченные таким образом эллипсы показывают — как распределяются звезды по скоростям на диаграммах скоростей. При построении эллипсов мы исходим из следующих соображений.

Известно, что закон распределения скоростей имеет вид:

$$f(u)du = \frac{h}{V\pi} e^{-hu^2} du, \quad (59)$$

где u — компонента скорости, а h — обратно пропорциональная величина дисперсии скоростей. $(u)du$ — дает число звезд, u — компоненты которых помещаются внутри интервала $(u, u+du)$.

Функция $f(u)$ нормирована, т. е.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(u) du = 1. \quad (60)$$

Каждому конкретному значению u соответствует определенное значение $f(u)$. Когда $u \rightarrow \infty$, тогда $f(u)$ стремится к нулю. Стремление к нулю имеет такой характер, что практически $f(u)$ равна нулю для конечных значений u .

Так как в каждой подсистеме, согласно закону (59), встречаются звезды различных скоростей с различными вероятностями, то звезды, находящиеся в каком то определенном объеме Галактики, займут все пространство, причем различные части пространства будут заняты с различными вероятностями.

Нас интересует вопрос, какая часть звезд, находящихся в определенном объеме Галактики, вблизи R_0 , может попасть в ту или иную часть пространства. Внутренние эллипсы, вычерченные на диаграммах, дают возможность предвычислить — какую часть пространства могут занять 68% звезд данной подсистемы. Но нам остается неизвестным — какую часть пространства занимают звезды, находящиеся вне эллипсов.

Если бы нам стало известно распределение звезд на диаграмме скоростей, тогда нетрудно было бы получить ответ на поставленный вопрос.

Вопрос можно решить так. В качестве пределов интегрирования в (60) возьмем конечную величину $\pm u$. Тогда (60) примет вид:

$$\frac{h}{V\pi} \int_{-u}^{+u} e^{-hu^2} du = a, \quad (61)$$

где a — величина, находящаяся между 0 и 1, и показывает — для какого процента звезд значение u помещается между $\pm u$.

Если заведомо придавать a определенные дискретные значения, можем вычислить по (61) соответствующие u . Если на диаграмме скоростей вычертим эллипсы по найденным значениям u или, вернее, — по V_R и V_0 компонентам скоростей, то нам станет ясно — как располагаются в пространстве звезды, вышедшие из окрестностей R .

Придадим a следующие конкретные значения:

$$a=0.80; \quad a=0.90; \quad a=0.99$$

Для этих значений a будет определен соответствующий интервал, в котором помещаются V_R и V_0 компоненты скоростей.

Интеграл (61) можно переписать следующим образом:

$$\frac{2}{Vn} \int_0^{hu} e^{-t^2} dt = a. \quad (62)$$

Интеграл (62) табулирован по hu . Из таблицы по a найдем hu и в конечном счете — u .

В таблицах XV и XVI даются значения больших и малых полуосей для плоских, промежуточных и сферических подсистем (для 80%, 90% и 99% звезд этих подсистем).

Таблица XV ცხრილი

R ₀	Плоская подсистема ბრტყელი ქვესისტემა						Промежуточная подсистема შუალა ქვესისტემა					
	80%		90%		99%		80%		90%		99%	
	Σ _R	Σ _θ	Σ _R	Σ _θ	Σ _R	Σ _θ	Σ _R	Σ _θ	Σ _R	Σ _θ	Σ _R	Σ _θ
2	35	34	45	43	70	67	51	49	66	63	103	98
3		32		40		62		46		60		93
4		29		36		57		44		56		88
5		26		33		52		41		53		83
6		24		31		49		37		48		75
7.2		—		28		44		35		45		70
9		20		25		39		31		40		62
10		18		23		36		28		36		57
11		16		22		34		26		33		52
12		14		20		31		24		31		49

Таблица XVI ცხრილი

Сферическая подсистема
სფერული ქვესისტემა

R ₀	80%		90%		99%	
	Σ _R	Σ _θ	Σ _R	Σ _θ	Σ _R	Σ _θ
2	141	135	182	174	285	272
3		129		165		259
4		120		156		243
5		116		144		234
6		104		134		210
7.2		95		122		191
9		84		108		168
10		77		99		155
11		72		99		145
12		68		88		137

Таблица XVII ცხრილი

R ₀	Плоская подсистема ბრტყელი ქვესისტემა								Сферическая подсистема სფერული ქვესისტემა							
	68%		80%		90%		99%		68%		80%		90%		99%	
	R ₁ min	R ₂ max	R ₁ min	R ₂ max	R ₁ min	R ₂ max	R ₁ min	R ₂ max	R ₁ min	R ₂ max	R ₁ min	R ₂ max	R ₁ min	R ₂ max	R ₁ min	R ₂ max
2	1.6	2.5	1.5	2.6	1.4	2.8	1.0	3.2	0.0	2.8	0.0	3.1	0.0	3.8	0.0	7.0
3	2.5	3.6	2.4	3.7	2.2	3.9	1.9	4.5	0.0	3.8	0.0	3.9	0.0	4.6	0.0	8.5
4	3.4	4.7	3.2	5.0	3.1	5.1	2.5	5.9	0.1	4.8	0.0	5.0	0.0	5.9	0.0	11.4
5	4.3	5.9	4.2	6.1	4.0	6.5	3.5	7.7	0.6	5.8	0.1	6.4	0.0	7.6	0.0	>13
6	5.1	7.2	5.0	7.5	4.6	7.8	4.0	10.0	0.7	6.9	0.2	7.7	0.0	9.0	0.0	>13
7.2	6.0	9.0	5.8	9.6	5.5	10.8	4.7	13.0	0.9	8.4	0.4	9.4	0.0	11.2	0.0	∞
9	7.3	12.0	7.0	13.0	6.5	14.0	5.6	>13	1.0	10.8	0.5	12.5	0.0	>14	0.0	∞
10	8.0	14.0	7.5	>14	7.0	>14	6.0	∞	1.2	12.3	0.6	14.0	0.2	>14	0.0	∞
11	8.5	16.0	8.0	>16	7.5	>16	6.3	∞	1.3	14.0	0.8	18	0.3	>18	0.0	∞
12	9.0	>16	8.7	>16	8.0	>16	6.7	∞	1.3	15.9	0.8	>18	0.3	∞	0.0	∞

Таблица XVIII ცხრილი
Промежуточная подсистема
შუალა ქვესისტემა

R ₀	68%		80%		90%		99%	
	R ₁ min	R ₂ max	R ₁ min	R ₂ max	R ₁ min	R ₂ max	R ₁ min	R ₂ max
2	1.1	2.3	0.9	2.5	0.7	2.7	0.2	3.5
3	1.8	3.4	1.7	3.5	1.5	3.8	1.0	4.6
4	2.6	4.2	2.5	4.5	2.2	5.0	1.7	6.0
5	3.4	5.4	3.2	5.8	2.8	6.4	2.2	8.0
6	4.0	6.5	3.9	7.0	3.5	8.0	2.8	11.0
7.2	5.0	8.5	4.5	9.5	4.3	10.0	3.5	>13
9	6.0	12.0	5.5	14.0	5.0	>14	4.0	∞
10	6.7	15.0	6.1	>14	5.6	>14	4.5	∞
11	7.2	18.0	6.6	>18	6.1	>18	4.9	∞
12	7.8	>18	7.1	>18	6.5	∞	5	∞

R₀, R₁min и R₂max выражены в килопарсеках
გამონათქვლის კილოპარსეკებში

В первом столбце таблицы даются значения R₀; во втором — Σ_R т. е. значения полуосей эллипсов скоростей по радиальным направлениям; в третьем — они же по тангенциальным направлениям. Эллипсы, определяемые данными двух столбцов, содержат 80% звезд; те же, которые определяются данными третьего и четвертого столбцов, содержат 90% звезд, а данными пятого и шестого столбцов — 99%.

В результате анализа эллипсов, построенных по этим данным, составлены таблицы XVII и XVIII. На основе их анализа, мы можем сформулировать следующие выводы.

Начнем с плоской подсистемы.

Из звезд плоской подсистемы, находящихся в окрестностях R₀ = 2 кпс, 99% остаются в полосе с границами: R₁ = 1.0 и R₂ = 3.2.

Звезды плоской подсистемы, находящиеся на расстоянии в 3 килопарсека, могут двигаться в полосе: 1.9 < R < 4.5.

Часть звезд, находящихся на 4-х килопарсеках, достигает до 7 килопарсеков. Только 3—4% звезд, находящихся на 5 кпс, могут достигать окрестностей Солнца.

Из звезд плоской подсистемы, находящихся на 10 килопарсеках, 16% могут выйти за пределы 12 кпс, а 1.5% — вовсе оставить нашу Галактику.

Отсюда можно сделать такой вывод.

Звезды плоской подсистемы, находящиеся на перифериях Галактики, нельзя считать пришедшими из центральных областей Галактики. В то же самое время, звезды, находящиеся в периферийных частях Галактики, не могут вторгнуться в центральные области Галактики.

Надо думать, что в пространственном распределении звезд плоской подсистемы в течение довольно длительного промежутка времени не должно было произойти какого-либо существенного изменения, и звезды плоской подсистемы образовались в тех же частях галактического пространства, которые они занимают в настоящее время, т. е. — вдоль галактической плоскости в периферийных частях.

Рассмотрим теперь промежуточную подсистему.

99% звезд промежуточной подсистемы, находящихся на 2-х килопарсеках от центра Галактики, будут двигаться в полосе, имеющей наименьший и наибольший радиусы, равные 0.2 и 3.5 кпс, соответственно.

Звезды этой же подсистемы, находящиеся на расстоянии в 3 килопарсека, будут двигаться в полосе с границами 1 и 4.6 кпс.

Для звезд в окрестностях $R_0 = 4$ кпс получим полосу $1.7 < R < 60$ кпс. Звезды, находящиеся на расстоянии в 6 килопарсеков достигают до 8-ми килопарсеков; из них 4% звезд доходят до окрестностей Солнца.

С 9 килопарсеков уже встречаются звезды, скорости которых больше чем критическая скорость.

Отсюда можно прийти к следующему выводу.

Звезды промежуточной подсистемы также возникли в тех же местах галактического пространства и с такими же плотностями пространственного сгущения, какие они имеют и в настоящее время.

Что касается звезд сферической подсистемы, здесь мы имеем совсем противоположное явление. Из звезд сферической подсистемы находящихся на 5 килопарсеков, 16% доходят до окрестностей Солнца. Из звезд, находящихся в окрестностях Солнца, многие являются пришедшими из центральных пространств Галактики.

По реальной картине распределения звезд можно предполагать, что подавляющее большинство звезд сферической подсистемы возникли в центральной части Галактики. Кажется правдоподобным, что большинство звезд, находящихся на периферии Галактики, пришли из центральной части Галактики, а незначительная часть звезд возникла в периферийных областях Галактики.

Это совпадает с ранними выводами П. П. Паренаго. По его мнению в центре Галактики для достижения больших значений z — координаты, z_0^1 т. е. скорость звезды в направлении z , в момент соответствующий $z=0$, должна быть большой. Элементы сферической подсистемы, которые имеют очень высокие значения z — координаты, наделены большей энергией, чем элементы плоской и промежуточной подсистем. Это дает основание заключить, что звезды сферической подсистемы возникли в центральных областях Галактики. Обладая большими скоростями в момент возникновения, они могли достигнуть периферийных частей Галактики [12]*.

Об относительных орбитах звезд, выброшенных из скоплений

Последующую часть нашей работы мы посвящаем изучению относительных орбит звезд, выброшенных из скоплений в результате диссипации. Выброс звезд из скопления может быть объяснен рядом причин. Возможно, что скопление является неустойчивым, т. е. его полная энергия $H \geq 0$. В таком случае скопление диссипирует сравнительно быстро. Но даже в случае, когда $H < 0$ т. е. скопление устойчиво, все же оно распадается в результате действия иррегулярных сил и дифференциального вращения Галактики. В этом случае время релаксации очень велико, но распадается скопления в течение длительного промежутка времени все же остается фактом. В последнее время были приведены убедительные доводы в пользу того, что некоторые группы звездных скоплений

* Естественно, что было бы интересно выяснить в какой степени полученные результаты остаются справедливыми для других выражений потенциала и насколько валижны количественные оценки элементов галактической орбиты звезд. В настоящее время автор работает над исследованием этих вопросов.

типа О являются неустойчивыми системами (Б. Е. Маркарян [14]), но даже в случае устойчивости скопления оно все же распадается, хотя и более медленными темпами, чем в первом случае*.

Академик В. А. Амбарцумян и его сотрудники открыли и изучили новый тип звездных систем—звездные ассоциации [15]. На основе изучения и детального анализа последних было установлено, что звездные ассоциации являются неустойчивыми системами и вследствие действия гравитационного поля Галактики диссипируют за достаточно короткое время. По мнению В. А. Амбарцумяна скорости выброса звезд из ассоциации равны ~ 10 км/сек. Поскольку изучение ассоциаций имеет большое космогоническое значение, поставленный и исследованный нами вопрос об относительных орбитах звезд, несмотря на неизбежные упрощения, представляет интерес и с точки зрения изучения орбит, выброшенных из ассоциации звезд.

Для некоторого упрощения задачи исследования относительных орбит мы делаем два допущения.

- 1) При изучении движения звезд, выброшенных из скопления, пренебрегаем гравитационным потенциалом скопления.
- 2) Предполагается, что скопление движется вокруг центра Галактики с круговой скоростью.

О первом допущении можно сделать замечание следующего характера. На звезду скопления действуют две силы: собственная гравитационная сила скопления и общее гравитационное поле Галактики.

Движение звезды определяется результатом совместного действия этих сил, но в зависимости от того на каком расстоянии находится звезда от центра скоплений, эффект действия этих сил будет различным. На близком расстоянии гравитационная сила скопления больше, чем общая гравитационная сила Галактики, а на большом расстоянии мы имеем обратную картину. Поэтому при рассмотрении относительных орбит звезд, выброшенных из скопления, до тех пор пока мы примем решение о пренебрежении той или иной силой, необходимо рассмотреть конкретные условия движения.

Под термином «выброшенная из скопления звезда» мы понимаем звезду, которая имеет критическую скорость относительно скопления и находится на таком расстоянии от его центра, при котором гравитационным потенциалом скопления можно пренебречь. Однако в нашу задачу не входит рассмотрение вопроса, каким путем пришла звезда от какойнибудь фиксированной точки скопления до этого места (хотя, сама по себе, это—очень интересная задача). Нас интересует, какова будет относительная орбита звезды с того места, где действие гравитационного поля Галактики значительно больше, чем поля скопления. Так как в связи с увеличением расстояния действие скопления на звезду быстро уменьшается, мы можем им пренебрегать.

Оценим количественное изменение соотношения действующих сил с изменением расстояния от скопления.

* В случае неустойчивости скопления критическую скорость выброшенных звезд следует считать больше, чем 1 км/сек. В связи с этим естественно, было бы интереснее рассмотреть другие скорости. Впрочем, для случая нашей упрощенной схемы это не дало бы существенных результатов. Вопрос о движении звезд в неустойчивых скоплениях является одним из фундаментальных вопросов звездной динамики и требует особого изучения.

Допустим, что скопление является сферой с постоянной звездной плотностью, тогда компонента силы гравитации скопления будет

$$\left(\frac{GM}{(\Delta R)^2}\right), \text{ а компонента дифференциальной гравитационной силы Галактики будет равна } \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial R^2}\right)_{R=R_0} \cdot \Delta R,$$

Приравниваем эти выражения друг другу:

$$\frac{GM}{(\Delta R)^2} = \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial R^2}\right)_{R=R_0} \cdot \Delta R,$$

где ΔR —расстояние от центра скопления до звезды, R_0 —расстояние от центра Галактики до скопления. Отсюда получим расстояние ΔR , на котором действия гравитационных сил скопления и Галактики равны между собой.

Мы можем составить соответствующую табличку значений ΔR .

M	ΔR в парсеках ($F_1=F_2$)	ΔR в парсеках ($F_1=\frac{1}{2}F_2$)	ΔR в парсеках ($F_1=\frac{1}{8}F_2$)
100 M_{\odot}	3	4	6
1.000 M_{\odot}	7	8	13
100.000 M_{\odot}	31	43	62
500.000 M_{\odot}	53	75	106

Здесь M —масса скопления, M_{\odot} —масса Солнца, F_1 —компонента гравитационной силы скопления, F_2 —компонента гравитационной силы Галактики.

Из таблицы видно, что для рассеянных скоплений и ассоциаций гравитационная сила Галактики на много превосходит гравитационную силу самого скопления (ассоциации), начиная со сравнительно близкого расстояния от центра последней—от 6-8 парсеков. Поэтому, гравитационной силой рассеянных скоплений можно пренебречь.

Для более массовых объектов, как например, шаровые скопления, влияние гравитационной силы на выброшенную звезду становится незначительным начиная с 50—60 парсеков и поэтому им можно также пренебречь. Хотя этим мы несколько отступаем от строгого рассуждения.

Известно, что рассеянные скопления принадлежат к плоской подсистеме и дисперсия скоростей их, по исследованиям К. А. Бархатовой [11] равна 13 км/сек, т. е. дисперсия сравнительно мала. Поэтому можно допустить, что рассеянные скопления движутся вокруг центра Галактики по круговым орбитам.

Что касается шаровых скоплений, то о них можно сказать следующее. Известно, что шаровые скопления являются объектами сферической подсистемы, дисперсия скоростей которых очень велика. Поэтому их орбиты сильно отличаются от круговых. Но круговая орбита является возможной орбитой и для шаровых скоплений т. е. частным случаем общего движения шаровых скоплений. В нашей задаче мы останавливаемся на рассмотрении этого частного случая.

Впрочем не представляет принципиальной трудности рассмотрение и других случаев движения. Для этого необходимо вычислить галактические орбиты скопления и выброшенной из него звезды, а затем вычислить относительную орбиту согласно нижеописываемому способу.

Критическая скорость для различных скоплений получается различной.

Величина критической скорости главным образом зависит от плотности и объема скопления. Чем массивнее и плотнее скопление, тем больше дисперсия скоростей. Чандрасекар приводит таблицу, в которой дается зависимость дисперсии скоростей от этих двух величин—от массы и от плотности [18]. Значение критической скорости прямо пропорционально дисперсии скоростей и связь между ними довольно легко выводится по Чандрасекару [18].

Потенциальную энергию звезды в скоплении можно написать в виде:

$$\Omega_i = -Gm_i \sum \frac{m_j}{r_{ij}}.$$

Следовательно, кинетическая энергия звезды требуемая для того, чтобы звезда вылетела из скопления, равна— Ω_i .

Потенциальная энергия скопления будет

$$\Omega = -\sum \frac{m_i m_j}{r_{ij}} = -\frac{1}{2} \frac{GM^2}{R} = -\frac{1}{2} G \frac{m^2 n^2}{R},$$

где M —масса скопления, а R —его радиус.

$$\sum_i \Omega_i = 2\Omega.$$

Следовательно:

$$\bar{E}_{\infty} = -\frac{2}{n} \Omega,$$

где \bar{E}_{∞} —средняя кинетическая энергия, необходимая для освобождения звезды.

Если подставим в это выражение значение Ω , получим:

$$\bar{E}_{\infty} = \frac{2}{n} \frac{1}{2} G \frac{mn}{R} = G \frac{nm^2}{R}.$$

Но,

$$V^2 = \frac{1}{2} \frac{GM}{R}.$$

Отсюда:

$$V_{\infty}^2 = 4V^2$$

Следовательно, квадрат критической скорости равняется учетверенному значению дисперсии скорости.

Применением этой формулы и таблицы Чандрасекара выяснилось, что критическая скорость для рассеянных скоплений равна приблизительно 1 км/сек, а для шаровых скоплений достигает в среднем 5 км/сек.

Поэтому, при определении относительных орбит звезд, выброшенных из скоплений, рассматриваем два случая.

- Выброс звезд из скопления со скоростью 1 км/сек,
- выброс со скоростями 5 км/сек.

Ясно, что форма и характер движения звезды зависят от начальных условий: исходного положения и начальной скорости. Пока мы фикси-

руем начальные положения звезд, т. е. рассматриваем скопление, находящееся в окрестностях Солнца, и допускаем, что все звезды имеют одинаковые начальные положения. Наши результаты будут справедливы как для таких скоплений, которые находятся в окрестностях Солнца, так и для тех, которые расположены по окружности этого радиуса вокруг центра Галактики.

Характер движения, как мы отметили выше, является функцией от начальной скорости. В зависимости от того, как будут направлены скорости выброса, как относительные, так и галактические орбиты также получаются различными, несмотря на то, что величины скоростей для всех звезд одинаковы.

Мы определили относительные орбиты звезд, выброшенных в 8-ми различных направлениях, которые отличаются одно от другого углами в 45° (см. рис. 10).

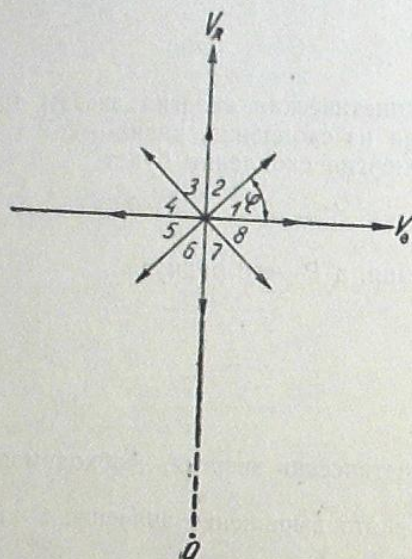


Рис. 10 бзб.

На рисунке O обозначает центр Галактики, A — положение скопления. Стрелки, выходящие из точки A , показывают направления выброса звезд. V_R и V_θ являются компонентами скоростей в цилиндрической системе координат.

В первом случае, когда скорость выброса равна 1 км/сек, конкретные числовые значения скоростей звезд по отношению к центру Галактики даются табличкой:

1	2	3	4	5	6	7	8
$V_R = 0$	+0.71	1	+0.71	0	-0.71	-1	-0.71
$V_\theta = +234$	233.71	233	+232.29	232	232.29	233	233.71

Здесь подразумевается, что скопление движется с круговой скоростью, равной 233 км/сек.

Методика вычисления относительных орбит, примененная в этом случае, вполне пригодна и для второго случая ($V_\infty = 5$ км/сек.).

Так как гравитационным потенциалом скопления мы пренебрегаем, управляющей силой движения звезд в данной задаче является потенциал Галактики. Поэтому, для определения галактических орбит мы можем применить методику, предложенную профессором П. П. Паренго.

Для вычисления элементов относительной орбиты звезды необходимо сперва определить ее галактическую орбиту.

Галактическая орбита звезды считается определенной, если для каждого произвольного момента t можно найти цилиндрические координаты звезды R и θ .

В первом параграфе первой главы нашего исследования мы достаточно подробно изложили общую методику вычисления галактических орбит. Здесь мы постараемся рассмотреть этот вопрос более детально на практическом примере.

Мы уже вывели все формулы, с помощью которых определяются галактические орбиты.

Выпишем их здесь заново в собранном виде.

$$2H\xi^2 + [2(\Phi_c + H) - \chi h^2]\xi - \chi h^2 = 0 \quad (63)$$

$$\varphi = \arcsin \sqrt{\frac{\xi_2 - \xi}{\xi_2 - \xi_1}}; \quad K = \sin \theta = \sqrt{\frac{\xi_2 - \xi_1}{1 + \xi_2}} \quad (64)$$

$$t = \frac{V\sqrt{1 + \xi_2}}{\sqrt{\chi}V\sqrt{-2H}} E(\varphi, K) \quad (65)$$

$$\begin{cases} \chi h^2 = V_0^2 \xi_0 \\ 2H = V_0^2 - 2\Phi_0 \end{cases} \quad (66)$$

$$\Phi_0 = \frac{\Phi_c}{1 + \xi_0}; \quad \Phi_c = \frac{V^2(1 + \xi_0)^2}{2\xi_0} \quad (67)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\chi h}{\xi} \quad (68)$$

$$\chi = 3.04 \cdot 10^{-13} \text{ см}^{-2} \quad (69)$$

Здесь H — полная энергия звезды, Φ_c — значение потенциала в центре Галактики, h — постоянная интеграла площадей, χ — постоянная, числовое значение которой дается выражением (7); ξ_1 и ξ_2 являются корнями уравнения (1) ($\xi = \chi R^2$); $E(\varphi, K)$ — эллиптический интеграл Лагранжа второго рода; Φ_0 — значение потенциала в окрестностях Солнца; V_c — круговая скорость, а $\frac{d\theta}{dt}$ — галактическая угловая скорость звезды.

Совокупность этих формул позволяет определить галактические орбиты звезд.

Вычисления элементов следует проводить в следующем порядке. Даны значения начального положения и скорости звезды:

$$\xi_0 = \chi R_0^2, \quad V_R \text{ и } V_\theta.$$

Следует прежде определить корни ξ_1 и ξ_2 уравнения (63). По данным начальным условиям (ξ_0, V_R, V_θ) всегда можно найти на диаграммах скоростей значения ξ_1 и ξ_2 . Но, так как, при наших условиях, компоненты скоростей звезд, выброшенных в различных направлениях, очень мало различаются друг от друга, значения ξ_1 и ξ_2 следует опре-

делить весьма точно; в противном случае значения ξ_1 и ξ_2 будут одинаковыми и влияние направлений скоростей на форму орбиты не выявится. Прежде всего определяются коэффициенты уравнения (63).

Из уравнений (66) и (67) получим:

$$2(\Phi_0 + H) - \chi h^2 = (V^2 + V_0^2) + \xi_0(V^2 - V_0^2) \quad (70)$$

Подставляя в уравнение (70) вместо Φ_0 , H , и χh^2 их значения, определяем левую часть уравнения (70).

H определяется из уравнения:

$$2H = V^2 - 9.065136 \cdot 10^4 \frac{\text{км}^2}{\text{сек}^2}, \quad (71)$$

где

$$2\Phi_0 = 9.065136 \cdot 10^4 \frac{\text{км}^2}{\text{сек}^2}.$$

Числовой множитель в последних выражениях представлен шестью десятичными знаками в связи с тем, что компоненты скоростей звезд, выброшенных в различных направлениях, мало отличаются друг от друга и требуют достаточно точного вычисления величин, определяющих галактические орбиты.

Зная коэффициенты уравнения (1), можно легко определить корни ξ_1 и ξ_2 . По значениям же ξ_1 и ξ_2 определяются, на основе выражения (2), φ и k .

Для данной звезды k имеет одно конкретное значение. Что касается φ , оно зависит от ξ и будет иметь столько значений, сколько и ξ . Придадим ξ несколько дискретных значений в интервале (ξ_1 , ξ_2). Соответственно этому получим столько же значений φ . Для каждого значения φ , на основе уравнения (3), t принимает определенные значения.

Таким образом, для каждого ξ или, что тоже самое, для каждой R , будем иметь определенное значение t . Другими словами, для любого момента мы будем знать координату R звезды.

Если придадим ξ значение ξ_2 , тогда для t получим $t=0$. Это значит, что за начальный момент времени принимается момент нахождения звезды в апогалактике, т. е. в точке, где звезда максимально удалена от центра Галактики. Если ξ , придать значение ξ_0 , тогда получим интервал времени t_0 , который нужен для того, чтобы звезда прошла свой путь от апогалактического положения до начального положения. Если расположить ξ по возрастающим значениям, тогда значения t убывают.

Для удобства составляется таблица. В первом столбце даются ξ , расположенные по возрастающим значениям в интервале (ξ_2 , ξ_1). Во втором столбце помещены соответствующие значения t .

Если звезда движется от максимума к минимуму, знак $t-t_0$ не меняется, а если звезда движется от минимума к максимуму, тогда $t-t_0$ меняет знак.

После этого нужно найти $\frac{d\theta}{dt}$ для тех значений t , которые даны в таблице; $\frac{d\theta}{dt}$ найдется по формуле:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\chi h}{\xi}. \quad (72)$$

Значение χ нам известно, а h неизвестно, но зато мы знаем произведение χh^2 ; поэтому преобразование формулы (72) даст нам:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{V \chi \cdot \chi h^2}{\xi}.$$

Если внести в это выражение вместо χ его численное значение, получим:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{V \cdot 0.304 \chi h^2}{\xi} \cdot 10^{-15} \text{ рад/сек.} \quad (73)$$

По этой формуле можно вычислить значения $\frac{d\theta}{dt}$ в единицах рад/сек.

Выражение (73) для размерности град/милл. лет можно написать так:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{V \chi h^2 \cdot 0.304}{\xi} \text{ град/милл. лет.} \quad (74)$$

При помощи формулы (12) мы составили таблицу значений $\frac{d\theta}{dt}$ в единицах град/милл. лет. Если умножим $t-t_0$ на среднее значение $\frac{d\theta}{dt}$,

получим θ , т. е. для каждого дискретного значения t найдем цилиндрические координаты звезды R и θ или, другими словами, для произвольного значения t получим на графике точку, изображающую положение звезды.

Плавная кривая, проведенная по этим точкам, дает галактическую орбиту звезды—от максимума до минимума. Если нужно получить продолжение орбиты, тогда надо принять во внимание то обстоятельство, что в обратном направлении (от минимума к максимуму) движение звезды будет симметричным. Галактические орбиты звезд, выброшенных в разных направлениях представлены в таблице XIX, составленной для ряда разных случаев.

Таблица XIX ცხრილი
Галактические орбиты звезд, выброшенных из скопления
გროვიდან ამოვარდნილი ვარსკვლავების გალაქტიკური
ორბიტები

Случай: $V_{\text{крит. скор.}} = 1 \text{ км/сек}$, $V_R = 0$, $V_\theta = 234$, $\varphi^* = 0$
შემთხვევა: $V_{\text{კრიტ. სკორ.}} = 1 \text{ კმ/სეკ}$, $V_R = 0$, $V_\theta = 234$, $\varphi^* = 0$

R	ξ	φ	$E(\varphi, K)$	t	$t-t_0$	$\frac{d\theta}{dt}$	θ
7200	1.493	90°	1.565	75.48	0.00	1.909	0.00
7210	1.497	69.30	1.206	58.17	17.31	1.904	32.99
7219	1.501	60.00	1.045	50.40	25.08	1.899	47.76
7229	1.505	52.23	0.910	43.89	31.59	1.894	60.10
7239	1.509	45.00	0.784	37.81	37.67	1.889	71.60
7248	1.513	37.76	0.659	31.78	43.70	1.884	82.89
7258	1.517	30.00	0.523	25.22	50.26	1.879	95.23
7267	1.521	20.70	0.360	17.41	58.07	1.874	109.88
7277	1.525	0°	0.000	0.00	75.48	1.869	142.45

*) φ —угол между направлением движения скопления и направлением выброса звезды. კუთხე გროვის მოძრაობასა და ვარსკვლავის ამოვარდნის მიმართულებას შორის.

Случай: $V_{крит. скор.} = 1 км/сек$; $V_R = +0.71 км/сек$
 $V_{\theta} = 233.71 км/сек$ $\varphi = 45^{\circ}$

Table with 8 columns: R, xi, phi, E(phi, K), t, t-t0, dtheta/dt, theta. Rows contain numerical data for various R values from 7.19 to 7.260.

Случай: $V_{крит. скор.} = 1 км/сек$ $V_R = +1 км/сек$
 $V_{\theta} = 233 км/сек$ $\varphi = 90^{\circ}$

Table with 8 columns: R, xi, phi, E(phi, K), t, t-t0, dtheta/dt, theta. Rows contain numerical data for various R values from 7.176 to 7.224.

Случай: $V_{крит. скор.} = 1 км/сек$ $V_R = +0.71 км/сек$
 $V_{\theta} = 232.29 км/сек$ $\varphi = 135^{\circ}$

Table with 8 columns: R, xi, phi, E(phi, K), t, t-t0, dtheta/dt, theta. Rows contain numerical data for various R values from 7.140 to 7.200.

Случай: $V_{крит. скор.} = 5 км/сек$ $V_R = 0 км/сек$
 $V_{\theta} = 238 км/сек$ $\varphi = 0$

Table with 8 columns: R, xi, phi, E(phi, K), t, t-t0, dtheta/dt, theta. Rows contain numerical data for various R values from 7.200 to 7.606.

Случай: $V_{крит. скор.} = 5 км/сек$ $V_R = +3.55 км/сек$ $V_{\theta} = 236.55 км/сек$ $\varphi = 45^{\circ}$

Table with 8 columns: R, xi, phi, E(phi, K), t, t-t0, dtheta/dt, theta. Rows contain numerical data for various R values from 7.176 to 7.509.

Случай: $V_{крит. скор.} = 5 км/сек$ $V_R = +5 км/сек$ $V_{\theta} = 233 км/сек$ $\varphi = 90^{\circ}$

Table with 8 columns: R, xi, phi, E(phi, K), t, t-t0, dtheta/dt, theta. Rows contain numerical data for various R values from 7.081 to 7.324.

Случай: $V_{\text{крит. скор.}} = 5 \text{ км/сек}$ $V_R = +3.55 \text{ км/сек}$ $V_{\theta} = 229.45 \text{ км/сек}$ $\varphi = 135^\circ$

R	ξ	φ	$E(\varphi, R)$	t	$t-t_0$	$\frac{d\theta}{dt}$	θ
6.912	1.376	90°	1.550	72.37	-58.41	2.031	-114.°51
6.922	1.380	79.8	3.376	74.24	-50.28	2.025	-98.02
6.960	1.395	67.3	1.104	54.34	-40.38	2.004	-78.08
6.997	1.410	59.0	1.022	47.72	-33.76	1.982	-64.89
7.034	1.425	51.8	0.898	41.93	-27.97	1.961	-53.48
7.071	1.440	45.0	0.782	36.51	-22.55	1.941	-42.91
7.108	1.455	38.2	0.664	31.00	-17.04	1.921	-32.27
7.144	1.470	31.0	0.540	25.21	-11.25	1.901	-21.21
7.181	1.485	22.7	0.396	18.49	-4.53	1.882	-8.50
7.200	1.493	17.15	0.299	13.96	0.00	1.872	0.00
7.217	1.500	10.2	0.178	8.31	5.65	1.863	10.55
7.226	1.504	0.0	0.000	0.00	13.96	1.858	26.01

Случай: $V_{\text{крит. скор.}} = 5 \text{ км/сек}$ $V_R = 0$ $V_{\theta} = 228 \text{ км/сек}$ $\varphi = 180^\circ$

R	ξ	φ	$R(\varphi, R)$	t	$t-t_0$	$\frac{d\theta}{dt}$	θ
6.831	1.344	90°	1.546	71.39	-71.39	2.066	-139.°91
6.847	1.350	78.4	1.350	62.34	-62.34	2.057	-121.26
6.885	1.365	67.9	1.172	54.12	-54.12	2.038	-104.44
6.922	1.380	60.6	1.047	48.35	-48.35	2.013	-92.76
6.960	1.395	54.2	0.939	43.36	-43.36	1.991	-82.77
6.997	1.410	48.3	0.838	38.70	-38.70	1.970	-73.54
7.034	1.425	42.5	0.738	34.08	-34.08	1.949	-64.49
7.071	1.440	36.6	0.636	29.37	-29.37	1.929	-55.36
7.108	1.455	30.3	0.527	24.34	-24.34	1.909	-45.71
7.144	1.470	23.1	0.402	18.56	-18.56	1.889	-34.73
7.181	1.485	13.4	0.234	10.80	-10.80	1.870	-20.14
7.200	1.493	0.0	0.000	0.00	0.00	1.860	0.00

Нас интересует построение относительной орбиты звезды, т. е. нахождение положения звезды по отношению к скоплению, движущемуся с круговой скоростью.

Рассмотрим чертеж (см. рис. 11).

$хоу$ представляет собой обычную галактическую координатную систему; xAy —местную координатную систему, движущуюся с угловой скоростью ω_0 ; $x'o'y'$ —галактическую координатную систему, обладающую той же угловой скоростью.

Мы имеем:

$$\begin{aligned} X' &= R_0 + x \\ Y' &= y \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} x &= X' - R_0 \\ y &= Y' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X' &= X \cos \omega_0(t-t_0) + Y \sin \omega_0(t-t_0) \\ Y' &= X \sin \omega_0(t-t_0) + Y \cos \omega_0(t-t_0) \\ x &= X \cos \omega_0(t-t_0) + Y \sin \omega_0(t-t_0) - R \\ y &= -X \sin \omega_0(t-t_0) + Y \cos \omega_0(t-t_0) \end{aligned}$$

Но, вместе с тем, мы знаем, что

$$\begin{aligned} X &= R \cos \theta, \\ Y &= R \sin \theta. \end{aligned}$$

Следовательно, будем иметь:

$$\left. \begin{aligned} x &= R \cos \theta \cos \omega_0(t-t_0) + R \sin \theta \sin \omega_0(t-t_0) - R_0 \\ y &= -R \cos \theta \sin \omega_0(t-t_0) + R \sin \theta \cos \omega_0(t-t_0) \end{aligned} \right\} \quad (75)$$

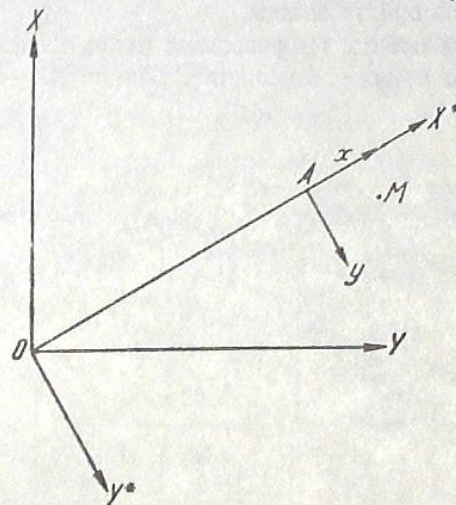


Рис. 11 ббб.

Формулы (75) дают возможность вычислить координаты в движущейся системе xAy для каждого момента времени, и таким образом, построить относительную орбиту звезды. Но так как вычисление по формулам (75) очень громоздко, мы предпочли построить относительную орбиту звезды графическим способом. Принцип последнего заключается в следующем.

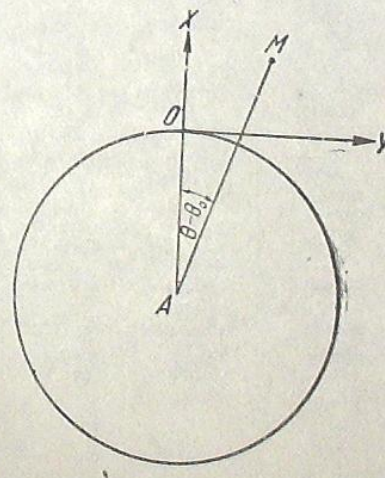


Рис. 12 ббб.

Начертим окружность, центр которой A изображает центр Галактики. Ось x направим на антицентр Галактики (от скопления O), а y — перпендикулярно к x , по направлению движения скопления вокруг галактического центра. Тогда $\theta - \theta_0$ и R , выраженные в соответствующих масштабах, дают на графике точку, которая изображает положение звезды M относительно движущегося скопления. Совокупность таких точек дает относительную орбиту звезды.

Относительные орбиты выброшенных звезд представлены величинами, заключенными в нижеследующих таблицах XX—XXXIV.

Таблица XX ცხრილი

Относительные орбиты звезд, выброшенных из скопления
გროვიდან ამოვარდნილი ვარსკვლავების ფარდობითი ორბიტები

Случай: $V_{\text{крит. скор.}} = 1 \text{ км/сек}$ $V_R = 0$ $V_\theta = 234 \text{ км/сек}$ $\varphi = 0$

ΔR в парсеках პარსეკებში	Δt в миллионах лет მილიონ წლებში	θ°	$\theta_0^\circ = \omega \Delta t$	$(\theta - \theta_0)^\circ$
0	0.00	0.00	0.00	0.00
10	17.31	32.99	32.86	0.13
19	25.08	47.76	47.61	0.15
29	31.59	60.10	59.97	0.13
39	37.67	71.60	71.52	0.08
48	43.70	82.89	82.96	-0.07
58	50.26	95.23	95.42	-0.19
67	58.07	109.88	110.26	-0.38
77	75.48	142.45	143.30	-0.85
87	92.89	175.02	176.35	-1.33
98	109.70	189.67	191.18	-1.51
108	127.26	202.01	203.63	-1.62
119	145.29	213.30	215.08	-1.78
129	163.37	224.80	226.62	-1.82
139	181.88	237.14	238.98	-1.84
149	200.65	251.91	253.73	-1.82
159	219.96	284.90	286.60	-1.70
169	239.27	317.89	319.46	-1.57
179	258.04	342.66	334.21	-1.55
189	276.55	345.00	346.57	-1.57
199	294.63	356.50	358.11	-1.61
208	312.66	367.79	369.56	-1.77
218	330.22	380.13	382.02	-1.89
227	347.03	394.78	396.84	-2.06
237	426.44	427.35	429.90	-2.55
246	443.85	459.92	462.95	-3.03
255	461.66	474.57	477.78	-3.21
264	478.22	486.91	490.23	-3.32
273	494.25	498.20	501.68	-3.48
282	509.70	509.70	513.22	-3.52
291	524.84	522.04	525.58	-3.54
300	539.61	535.81	540.33	-4.52
309	554.92	568.80	573.20	-4.48

Случай: $V_{\text{крит. скор.}} = 1 \text{ км/сек}$ $V_R = +0.71 \text{ км/сек}$ $V_\theta = 233 \text{ км/сек}$ $\varphi = 45^\circ$

Таблица XXI ცხრილი

ΔR в парсеках პარსეკებში	Δt в миллионах лет მილიონ წლებში	θ°	$\theta_0^\circ = \omega \Delta t$	$(\theta - \theta_0)^\circ$
0	0.00	0.00	0.00	0.00
10	10.29	19.60	19.54	0.06
19	18.12	34.47	34.40	0.07
29	25.34	48.14	48.10	0.04
39	32.50	61.67	61.70	-0.03
48	40.72	77.16	77.31	-0.15
58	52.79	99.84	100.22	-0.38
60	62.12	117.33	117.93	-0.60
58	71.45	134.82	135.65	-0.83
48	83.52	157.50	158.56	-1.06
39	91.74	172.99	174.17	-1.18
29	98.90	186.52	187.76	-1.24
19	106.12	200.19	201.47	-1.28
10	113.95	215.06	216.33	-1.27
0	124.24	234.66	235.87	-1.21
-5	137.42	259.81	260.89	-1.08
0	150.60	284.96	285.91	-0.95
10	160.89	304.56	305.45	-0.89
19	168.72	319.43	320.31	-0.88
29	175.94	333.10	334.02	-0.92
39	183.10	346.63	347.62	-0.99
48	191.31	362.12	363.20	-1.08
58	203.39	384.80	386.14	-1.34
60	212.72	402.29	403.85	-1.56
58	222.05	419.78	421.56	-1.78
48	234.12	442.46	444.48	-1.02
39	242.34	457.95	460.08	-2.13
29	249.50	471.48	473.68	-2.20
19	256.72	485.15	487.38	-2.23
10	264.55	500.02	502.25	-2.23
0	274.84	519.62	521.78	-2.16
-5	288.02	544.77	546.80	-2.03

Таблица XXII ცხრილი

Случай: შემთხვევა: $V_{кр. скор.} = 1 \text{ км/сек}$ $V_R = +1 \text{ км/сек}$ $V_\theta = 233 \text{ км/сек}$ $\varphi = 90^\circ$

Table with 10 columns: ΔR (in parsecs), Δt (in millions of years), θ°, θ° = ω · Δt, (θ - θ₀)°, ΔR (in parsecs), Δt (in millions of years), θ°, θ° = ω · Δt, (θ - θ₀)°. Rows range from 0 to 19.

Таблица XXIII ცხრილი

Случай: შემთხვევა: $V_{кр. скор.} = 1 \text{ км/сек}$ $V_R = +0.71 \text{ км/сек}$ $V_\theta = 232.29 \text{ км/сек}$ $\varphi = 135^\circ$

Table with 10 columns: ΔR (in parsecs), Δt (in millions of years), θ°, θ° = ω · Δt, (θ - θ₀)°, ΔR (in parsecs), Δt (in millions of years), θ°, θ° = ω · Δt, (θ - θ₀)°. Rows range from 0.00 to +5.

Таблица XXIV ცხრილი

Случай: შემთხვევა: $V_{кр. скор.} = 1 \text{ км/сек}$ $V_R = 0$ $V_\theta = 232 \text{ км/сек}$ $\varphi = 180^\circ$

Table with 10 columns: ΔR (in parsecs), Δt (in millions of years), θ°, θ° = ω · Δt, (θ - θ₀)°, ΔR (in parsecs), Δt (in millions of years), θ°, θ° = ω · Δt, (θ - θ₀)°. Rows range from 0.0 to 148.10.

Таблица XXV ცხრილი

Случай: შემთხვევა: $V_{кр. скор.} = 1 \text{ км/сек}$ $V_R = -0.71 \text{ км/сек}$ $V_\theta = +232.29$ $\varphi = 215^\circ$

Table with 10 columns: ΔR (in parsecs), Δt (in millions of years), θ°, θ° = ω · Δt, (θ - θ₀)°, ΔR (in parsecs), Δt (in millions of years), θ°, θ° = ω · Δt, (θ - θ₀)°. Rows range from 0.0 to 135.38.

Таблица XXVI ცხრილი

Случай: $V_{кр. скор.} = 1 км/сек$ $V_R = -1 км/сек$ $V_{\theta} = 233 км/сек$ $\varphi = 270^{\circ}$

ΔR в парсеках звёздных миллиардов	Δt в миллион. лет возраста звёзд	θ°	$\theta_0^{\circ} = \omega \cdot \Delta t$	$(\theta - \theta_0)^{\circ}$	ΔR в парсеках звёздных миллиардов	Δt в миллион. лет возраста звёзд	θ°	$\theta_0^{\circ} = \omega \cdot \Delta t$	$(\theta - \theta_0)^{\circ}$
0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	5	229.16	436.11	435.06	1.05
-10	9.78	18.61	18.57	0.04	12	236.84	450.67	449.64	1.03
-17	18.42	35.09	34.97	0.12	19	246.47	468.00	467.92	0.98
-24	37.36	71.30	70.93	0.37	24	261.79	497.84	497.01	0.83
-17	56.30	107.51	106.88	0.63	19	277.11	526.78	526.09	0.69
-10	64.94	123.09	123.29	0.79	12	286.74	545.01	544.38	0.63
0	74.74	142.60	141.86	0.74	5	294.42	559.57	558.96	0.61
5	79.54	151.75	151.01	0.74	0	299.24	568.72	568.11	0.61
12	87.22	166.31	165.59	0.72	-10	309.02	587.33	586.67	0.66
19	96.85	184.54	183.87	0.67	-17	317.66	603.81	603.07	0.74
24	112.17	213.48	212.95	0.53	-24	336.60	640.02	639.04	0.98
19	127.49	242.42	242.04	0.38	-17	355.54	676.23	674.99	1.24
12	137.12	260.65	260.32	0.33	-10	364.18	692.71	691.40	1.31
5	144.80	275.21	274.90	0.31	0	373.96	711.32	709.96	1.36
0	149.62	284.36	284.05	0.31	5	378.78	720.47	719.11	1.36
-10	159.40	302.97	302.62	0.35	12	386.46	735.03	733.69	1.34
-17	168.04	319.45	319.02	0.43	19	396.09	753.26	751.98	1.28
-24	186.98	355.66	354.98	0.68	24	411.41	782.20	781.06	1.14
-17	205.92	391.87	390.93	0.94					
-10	214.56	408.35	407.34	1.01					
0	224.34	426.96	425.91	1.05					

Таблица XXVII ცხრილი

Случай: $V_{кр. скор.} = 5 км/сек$ $V_R = 0$ $V_{\theta} = 238 км/сек$ $\varphi = 0^{\circ}$

ΔR в парсеках звёздных миллиардов	Δt в миллион. лет возраста звёзд	θ°	$\theta_0^{\circ} = \omega \cdot \Delta t$	$(\theta - \theta_0)^{\circ}$	ΔR в парсеках звёздных миллиардов	Δt в миллион. лет возраста звёзд	θ°	$\theta_0^{\circ} = \omega \cdot \Delta t$	$(\theta - \theta_0)^{\circ}$
0	0.00	0.00	0.00	0.00	392	88.19	161.10	167.48	- 6.33
24	11.97	23.16	22.72	0.44	376	92.77	169.12	176.12	- 7.00
48	17.16	33.14	32.53	0.56	353	97.66	177.72	185.41	- 7.69
72	21.19	40.84	40.23	0.61	330	101.63	184.74	192.94	- 8.20
96	24.75	47.59	46.99	0.60	307	105.15	191.01	199.63	- 8.62
120	28.06	53.83	53.27	0.56	284	108.41	196.85	205.82	- 8.97
143	31.17	59.65	59.13	0.47	261	111.51	202.44	211.70	- 9.26
167	34.12	65.14	64.78	0.36	237	114.46	207.79	217.30	- 9.51
190	37.02	70.50	70.28	0.22	214	117.37	213.10	222.88	- 9.73
214	39.97	75.92	75.88	0.04	190	120.32	218.52	228.43	- 9.91
237	42.88	81.23	81.41	- 0.18	167	123.22	223.88	233.93	- 10.05
261	45.83	86.58	87.04	- 0.43	143	126.17	229.37	239.58	- 10.21
284	48.93	92.17	92.89	- 0.72	120	129.28	235.19	245.42	- 10.25
307	52.19	98.01	99.08	- 1.07	96	132.59	241.43	251.72	- 10.29
330	55.71	104.28	105.76	- 1.48	72	136.15	248.18	258.48	- 10.30
353	59.68	111.30	113.30	- 2.00	48	140.18	255.88	266.18	- 10.25
376	64.57	119.90	122.59	- 2.69	24	145.37	265.86	275.98	- 10.12
392	69.15	127.92	131.28	- 3.36	0	157.34	286.02	298.71	- 9.69
406	78.67	144.51	149.35	- 4.84					

Продолжение табл. XXVII ცხრილის გავრცელება

ΔR в парсеках звёздных миллиардов	Δt в миллион. лет возраста звёзд	θ°	$\theta_0^{\circ} = \omega \cdot \Delta t$	$(\theta - \theta_0)^{\circ}$	ΔR в парсеках звёздных миллиардов	Δt в миллион. лет возраста звёзд	θ°	$\theta_0^{\circ} = \omega \cdot \Delta t$	$(\theta - \theta_0)^{\circ}$
24	169.31	312.18	321.44	- 9.26	392	245.53	450.12	466.14	-16.02
48	174.50	322.16	331.29	- 9.13	376	250.11	458.14	474.83	-16.69
72	178.53	329.86	338.94	- 9.08	353	255.00	466.74	484.12	-17.38
96	182.09	336.61	345.70	- 9.09	330	258.97	473.76	491.65	-17.89
120	185.40	342.85	351.98	- 9.13	307	262.49	480.03	498.34	-18.31
143	188.51	348.67	357.89	- 9.22	284	265.75	485.87	504.53	-18.66
167	191.46	354.16	363.49	- 9.33	261	268.85	491.46	510.41	-18.95
190	194.36	359.52	368.99	- 9.47	237	271.80	496.81	516.01	-19.20
214	197.31	364.92	374.59	- 9.67	214	274.71	502.12	521.54	-19.42
237	200.22	370.25	380.12	- 9.87	190	277.66	507.54	527.14	-19.60
261	203.17	375.60	385.72	- 10.12	167	280.56	512.90	532.64	-19.74
284	206.27	381.19	391.60	- 10.41	143	283.51	518.39	538.24	-19.85
307	209.53	387.03	397.79	- 10.76	120	286.62	524.21	544.15	-19.94
330	213.05	393.30	404.48	- 11.18	96	289.93	530.45	550.43	-19.98
353	217.02	400.32	412.01	- 11.69	72	293.49	537.20	557.19	-19.99
376	221.91	408.92	421.30	- 12.38	48	297.52	544.90	564.84	-19.94
392	226.49	416.94	429.99	- 13.05	24	302.71	554.88	574.69	-19.81
406	236.01	433.53	448.06	- 14.53	0	314.68	578.04	597.42	-19.38

Таблица XXVIII ცხრილი

Случай: $V_{кр. скор.} = 5 км/сек$ $V_R = +3.55 км/сек$ $V_{\theta} = 236.55 км/сек$ $\varphi = 45^{\circ}$

ΔR в парсеках звёздных миллиардов	Δt в миллион. лет возраста звёзд	θ°	$\theta_0^{\circ} = \omega \cdot \Delta t$	$(\theta - \theta_0)^{\circ}$	ΔR в парсеках звёздных миллиардов	Δt в миллион. лет возраста звёзд	θ°	$\theta_0^{\circ} = \omega \cdot \Delta t$	$(\theta - \theta_0)^{\circ}$
0.0	0.00	0.00	0.000	0.00	0.0	154.96	287.62	294.19	- 6.57
7.2	8.06	15.48	15.30	0.18	7.2	163.02	303.10	309.49	- 6.39
14.4	14.31	27.37	27.17	0.20	14.4	169.27	314.99	321.36	- 6.37
21.6	19.86	37.82	37.70	0.12	21.6	174.82	325.44	331.90	- 6.46
28.8	25.11	47.60	47.63	- 0.07	28.8	180.07	335.22	341.86	- 6.64
35.8	30.37	57.31	57.66	- 0.35	35.8	185.33	344.93	351.85	- 6.92
42.8	36.03	67.64	68.38	- 0.74	42.8	190.98	355.26	362.58	- 7.32
49.8	42.27	78.96	80.25	- 1.29	49.8	197.23	366.58	374.44	- 7.86
58.8	50.27	93.33	95.44	- 2.11	56.8	205.23	380.95	389.63	- 8.68
61.8	55.93	103.42	106.12	- 2.76	60	210.89	391.04	400.37	- 9.33
60	64.38	118.43	122.22	- 3.79	61.8	219.34	406.05	416.42	- 10.37
60	72.83	133.44	138.77	- 4.83	60	227.79	421.06	432.46	- 11.40
56.8	78.49	143.53	149.01	- 5.48	56.8	233.45	431.15	443.20	- 12.05
49.8	86.49	157.90	164.20	- 6.30	49.8	241.45	445.52	458.39	- 12.87
42.8	92.74	169.22	176.07	- 6.85	42.8	247.70	456.84	470.26	- 13.42
35.8	98.39	179.55	186.79	- 7.24	35.8	253.35	467.17	480.98	- 13.81
28.8	103.65	189.26	196.78	- 7.52	28.8	258.61	476.88	490.97	- 14.09
21.6	108.90	199.04	206.75	- 7.71	21.6	263.86	486.66	500.94	- 14.28
14.4	114.45	209.49	217.28	- 7.79	14.4	269.41	497.11	511.47	- 14.36
7.2	120.70	221.38	229.15	- 7.77	7.2	275.66	509.00	523.34	- 14.34
0	128.76	236.86	244.45	- 7.59	0.0	283.73	524.48	538.66	- 14.18
-2.4	132.66	244.40	251.86	- 7.46	-2.4	287.62	532.02	546.05	- 14.03
-4.8	141.86	262.24	269.32	- 7.08	-4.8	296.82	549.86	563.51	- 13.65
-2.4	151.06	280.08	286.79	- 6.71					

Таблица XXIX ცხრილი

Случай:
შემთხვევა: $V_{кр. сгор.} = 5 \text{ км/сек}$ $V_R = +5 \text{ км/сек}$ $V_\theta = 233 \text{ км/сек}$ $\varphi = 90^\circ$

ΔR в 5 парсеках პარსეკებში	Δt в миллионах лет მილიონ წლებში	θ°	$\theta_0^\circ = \omega \cdot \Delta t$	$(\theta - \theta_0)^\circ$
0.0	0.00	0.00	0.00	0.00
7.6	7.61	14.39	14.45	-0.06
14.8	15.64	29.42	29.69	-0.27
22	26.52	49.58	50.35	-0.77
24.8	38.36	71.36	72.83	-1.44
22.0	50.20	93.14	95.30	-2.16
14.8	61.08	113.30	115.96	-2.66
7.6	69.11	128.33	131.21	-2.88
0.0	76.72	142.72	145.65	-2.93
-6.8	83.41	155.50	158.35	-2.85
-14.0	91.45	171.01	173.62	-2.61
-19.0	98.14	184.02	186.32	-2.30
-21.4	102.56	192.66	194.71	-2.05
-23.8	113.15	213.44	214.81	-1.37
-21.4	123.74	234.22	234.92	-0.70
-19.0	128.16	242.86	243.31	-0.45
-14.0	134.85	255.87	256.01	-0.14
-6.8	142.89	271.38	271.28	+0.10
0.0	149.58	284.16	283.98	0.18
7.6	157.19	298.55	298.42	0.13
14.8	165.22	313.58	313.67	-0.09
22.0	176.10	333.74	334.32	-0.58
24.8	187.94	355.52	356.80	-1.28
22.0	199.78	377.30	379.28	-1.98
14.8	210.66	397.46	399.94	-2.48
7.6	218.69	412.49	415.18	-2.69
0.0	226.30	426.88	429.63	-2.75
-6.8	232.99	439.66	442.33	-2.67
-14.0	241.03	455.17	457.60	-2.43
-19.0	247.72	468.18	470.30	-2.12
-21.4	252.14	476.82	478.69	-1.87
-23.8	262.73	497.60	498.79	-1.19

Таблица XXX ცხრილი

Случай:
შემთხვევა: $V_{кр. сгор.} = 5 \text{ км/сек}$ $V_R = 0$ $V_\theta = 228 \text{ км/сек}$ $\varphi = 180^\circ$

ΔR в 5 парсеках პარსეკებში	Δt в миллион. лет მილიონ წლებში	θ°	$\theta_0^\circ = \omega \cdot \Delta t$	$(\theta - \theta_0)^\circ$	ΔR в 5 парсеках პარსეკებში	Δt в миллион. лет მილიონ წლებში	θ°	$\theta_0^\circ = \omega \cdot \Delta t$	$(\theta - \theta_0)^\circ$
0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	— 3.8	153.58	299.96	291.57	8.39
—3.8	10.18	20.14	20.50	-0.36	—11.2	161.34	34.55	306.30	8.25
—11.2	18.56	34.73	35.24	-0.51	—18.4	167.12	325.53	317.28	8.25
—18.4	24.34	45.71	46.20	-0.49	—25.8	172.15	335.18	326.83	8.35
—25.8	29.37	55.36	55.76	-0.40	—33.2	176.86	344.31	335.77	8.54
—33.2	34.08	64.49	64.70	-0.21	—40.6	181.48	353.36	344.54	8.82
—40.6	38.70	73.54	73.47	0.07	—48.0	186.14	362.59	353.39	9.20
—48.0	43.36	82.77	82.32	0.45	—55.6	191.13	372.58	362.86	8.72
—55.6	48.35	92.76	91.79	0.97	—63	196.90	384.26	373.81	10.45
—63.0	54.12	104.44	102.75	1.69	—70.6	205.12	401.68	389.42	11.66
—70.6	62.34	121.26	118.35	2.91	—73.8	214.17	419.73	406.60	13.13
—73.8	71.39	139.91	135.53	4.38	—70.6	223.22	438.38	423.78	14.60
—70.6	80.44	158.56	152.72	5.84	—63.0	231.44	455.20	439.39	15.81
—63	88.66	175.38	168.32	7.06	—55.6	237.21	466.88	450.34	16.54
—55.6	94.43	187.06	179.28	7.78	—48.0	242.20	476.87	459.82	17.05
—48.0	99.42	197.05	188.75	8.30	—40.6	246.86	486.10	468.66	17.44
—40.6	104.08	206.28	197.60	8.68	—33.2	251.48	495.15	477.43	17.72
—33.2	108.70	215.33	206.37	8.96	—25.8	256.19	504.28	486.38	17.80
—25.8	113.41	224.46	215.31	9.15	—18.4	261.22	513.93	495.93	18.00
—18.4	118.44	234.11	224.86	9.25	—11.2	267.00	524.91	506.90	18.01
—11.2	124.22	245.09	235.83	9.26	—3.8	274.76	539.50	521.63	17.87
—3.8	131.98	259.08	250.56	9.12	—0.0	285.56	559.64	542.14	17.50
0	142.78	279.82	271.07	8.75					

Таблица XXXI ცხრილი

Случай:
შემთხვევა: $V_{кр. сгор.} = 5 \text{ км/сек}$ $V_R = -3.55 \text{ км/сек}$ $V_\theta = 229.45 \text{ км/сек}$ $\varphi = 215^\circ$

ΔR в 5 парсеках პარსეკებში	Δt в миллион. лет მილიონ წლებში	θ°	$\theta_0^\circ = \omega \cdot \Delta t$	$(\theta - \theta_0)^\circ$	ΔR в 5 парсеках პარსეკებში	Δt в миллион. лет მილიონ წლებში	θ°	$\theta_0^\circ = \omega \cdot \Delta t$	$(\theta - \theta_0)^\circ$
0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	— 3.8	144.74	281.04	274.79	6.25
—3.8	4.53	8.50	8.60	-0.10	—11.2	149.27	289.54	283.39	6.15
—11.2	11.25	21.21	21.36	-0.15	—18.4	155.99	302.25	296.15	6.10
—18.4	17.04	32.27	32.25	+0.02	—25.8	161.78	313.31	307.14	6.17
—25.8	22.55	42.91	42.81	+0.10	—33.2	167.29	323.95	317.60	6.35
—33.2	27.97	53.48	53.10	0.38	—40.6	172.71	334.52	327.89	6.63
—40.6	33.76	64.89	64.09	0.80	—48.0	178.50	345.93	338.88	7.05
—48.0	40.38	78.08	76.66	1.42	—55.6	185.12	359.12	351.45	7.67
—55.6	50.28	98.02	95.46	2.56	—63	195.02	379.06	370.24	8.82
—63	64.41	114.51	110.89	3.62	—70.6	203.15	395.55	385.68	9.87
—70.6	80.44	131.00	126.33	4.67	—73.8	211.28	412.04	401.12	10.92
—73.8	88.66	150.94	145.12	5.82	—70.6	221.18	431.98	419.91	12.07
—70.6	94.43	164.13	157.69	6.44	—63.0	227.80	445.17	432.48	12.69
—63	99.42	175.54	168.68	6.86	—55.6	233.59	456.58	443.47	13.11
—55.6	104.08	186.11	178.97	7.14	—48.0	239.01	467.15	453.76	13.39
—48.0	108.70	196.75	189.43	7.32	—40.6	244.52	477.79	464.22	13.57
—40.6	113.41	207.86	200.42	7.44	—33.2	250.31	488.85	475.21	13.64
—33.2	118.44	220.52	213.18	7.34	—25.8	257.03	501.56	487.97	13.59
—25.8	124.22	229.02	221.78	7.24	—18.4	261.56	510.06	496.57	13.49
—18.4	131.98	245.09	235.83	7.06	—11.2	267.21	520.61	507.30	13.31
—11.2	142.78	270.49	264.06	6.43	—3.8	275.52	536.07	523.07	13.00
0					0.0				

Таблица XXXII ცხრილი

Случай: V_{кр. скор.} = 5 км/сек V_R = +3.55 км/сек V₀ = 233 км/сек φ = 270°

Table with 10 columns: ΔR (5 parsecs), Δt (million years), θ, θ₀ = ω Δt, (θ - θ₀), ΔR (5 parsecs), Δt (million years), θ, θ₀ = ω Δt, (θ - θ₀). Rows range from 0.0 to -14.

Случай: V_{кр. скор.} = 5 км/сек V_R = -3.55 V₀ = 236.55 φ = 305°

Table with 10 columns: ΔR (5 parsecs), Δt (million years), θ, θ₀ = ω Δt, (θ - θ₀), ΔR (5 parsecs), Δt (million years), θ, θ₀ = ω Δt, (θ - θ₀). Rows range from 0.0 to -4.8.

Таблица XXXIV ცხრილი

Случай: V_{кр. скор.} = 5 км/сек V_R = +3.55 км/сек V₀ = 229.45 км/сек φ = 135°

Table with 10 columns: ΔR (5 parsecs), Δt (million years), θ, θ₀ = ω Δt, (θ - θ₀), ΔR (5 parsecs), Δt (million years), θ, θ₀ = ω Δt, (θ - θ₀). Rows range from 0.0 to 3.4.

Анализ относительных орбит звезд. На рисунках 13 и 14 изображаются относительные орбиты звезд, выброшенных в восьми различных направлениях. Эти направления различаются между собой углами в 45°. Рисунок 14 отличается от рисунка 13 величиной скорости выброса. В первом случае скорость выброса равна 1 км/сек, а во втором — 5 км/сек. Сравнение между собой этих орбит показывает, что величина скорости выброса не влияет на форму относительной орбиты. Почти для всех направлений форма относительных орбит звезд в обоих случаях одна и та же.

Различие между ними существует, главным образом, в масштабах движения. Например, в случае рис. 14 звезда удаляется от скопления в течение 100 миллионов лет в среднем на 100 парсеков, а в случае рис. 13 — на 1000 парсеков. Так что для анализа орбит достаточно рассмотреть один случай.

Таким образом, мы ограничимся случаем рис. 13 и проведем более детальное исследование для него. Но, общие выводы, полученные в результате обсуждения, будут распространены и на случай рис. 14.

Нас интересует вопрос — возможно ли представить относительные орбиты звезд в виде почти кругового движения?

Вычисление и рассмотрение формы относительной орбиты звезды показывает, что можно найти точку в пространстве (обозначим эту точ-

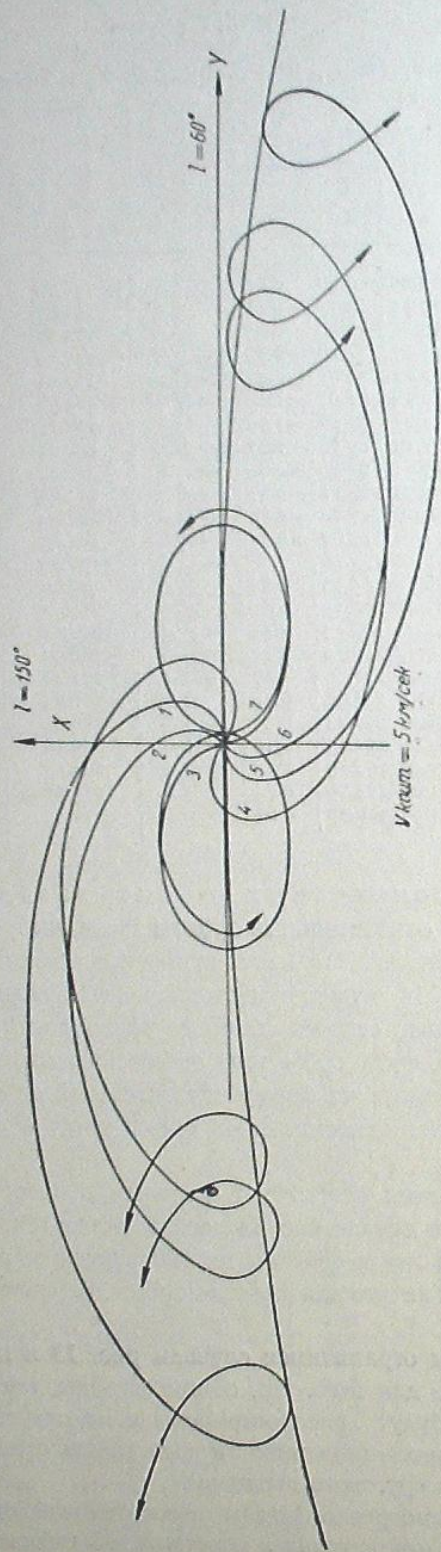


Рис. 13 б.б.

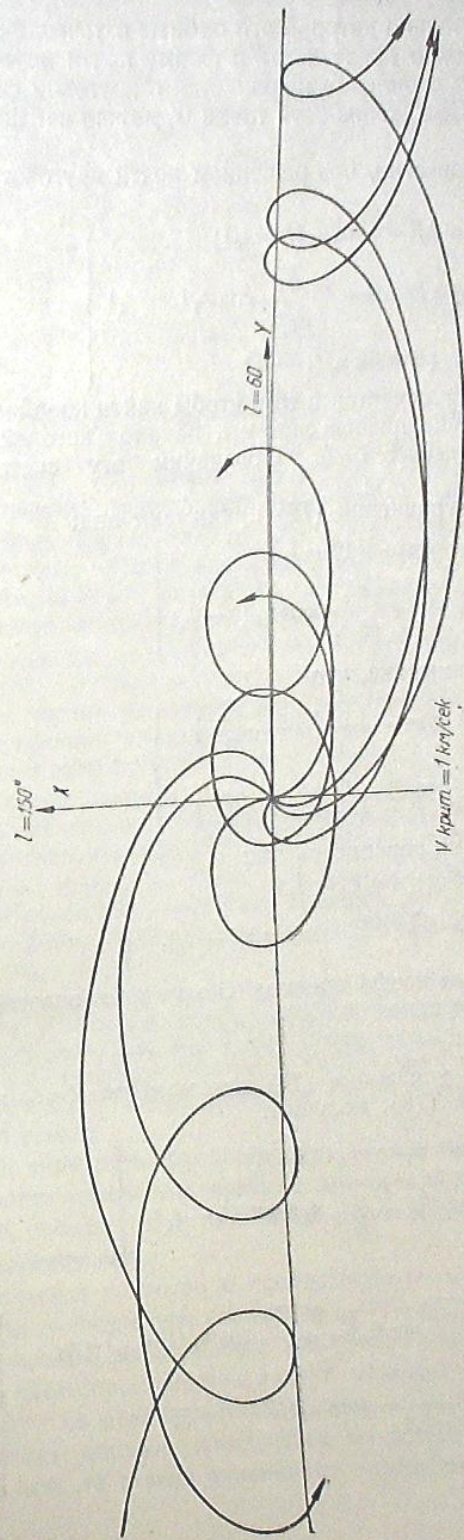


Рис. 14 б.б.

ку через O'), относительно которой эти орбиты в течение длительного интервала времени можно представить в форме почти круговой. Эта точка находится близко от скопления и движется с круговой скоростью вокруг центра Галактики. Положение этой точки O' можно найти следующим образом [16].

Из динамики известно, что решением почти кругового движения является:

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \Delta R = a \sin \alpha_1 (t - t_0) \\ \eta &= R_0 \Delta \theta = 2 \frac{V_c}{R_0 \alpha_1} \cos \alpha_1 (t - t_1) \\ \zeta &= z = b \sin \alpha_2 (t - t_1) \end{aligned} \right\} \quad (76)$$

Наша задача заключается в том, чтобы найти координаты этой точки O' относительно вращающейся системы, начало которой находится в скоплении—для момента $t=t_0$. Обозначим эту систему координат через $хоу$.

В момент $t=t_0$ уравнения (76) принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} \xi_0 &= a \sin \alpha_1 (t - t_1) \\ \eta_0 &= 2a \frac{V_c}{R_0 \alpha_1} \cos \alpha_1 (t - t_1) \end{aligned} \right\} \quad (77)$$

Принимая во внимание, что

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_c}{\partial R} - \frac{V_c}{R} \right) \\ B &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_c}{\partial R} + \frac{V_c}{R} \right) \end{aligned} \right\} \quad (78)$$

уравнения (77) можно переписать так:

$$\left. \begin{aligned} \xi_0 &= a \sin \alpha_1 (t - t_0) \\ \eta_0 &= a \sqrt{\frac{B-A}{B}} \cos \alpha_1 (t - t_1), \end{aligned} \right\} \quad (79)$$

где A и B —известные коэффициенты Оорта, а значение постоянной α_1 определяется из уравнений (80):

$$\alpha_1 = 2\sqrt{B(B-A)} \quad (80)$$

Дифференцируя уравнения (76) для момента $t=t_0$ и принимая во внимание выражения (78), получим:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\xi}_0 &= a \alpha_1 \cos \alpha_1 (t_0 - t_1) \\ \dot{\eta}_0 &= a \sqrt{\frac{B-A}{B}} \alpha_1 \sin \alpha_1 (t_0 - t_1) \end{aligned} \right\} \quad (81)$$

Отсюда:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\dot{\xi}_0}{\alpha_1} \sqrt{\frac{B-A}{B}} &= a \sqrt{\frac{B-A}{B}} \cos \alpha_1 (t - t_0) = \eta_0 \\ -\frac{\dot{\eta}_0}{\alpha_1 \sqrt{\frac{B-A}{B}}} &= a \sin \alpha_1 (t_0 - t) = \xi_0 \end{aligned} \right\} \quad (82)$$

Подставив в уравнения (82) выражение (80), будем иметь:

$$\xi_0 = + \frac{\dot{\eta}_0}{2(B-A)}$$

$$\eta_0 = - \frac{\dot{\xi}_0}{2B}$$

Но,

$$\xi_0 = -x_0$$

$$\eta_0 = -y_0$$

так, что

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= - \frac{\dot{\eta}_0}{B-A} \\ y_0 &= + \frac{\dot{\xi}_0}{2B} \end{aligned} \right\} \quad (83)$$

По выражениям (83) можно найти координаты той точки, относительно которой звезда будет двигаться по почти круговой орбите.

Изучим теперь формы относительных орбит звезд. Из рисунка 13 видно, что некоторые орбиты, как например, 3 и 8, почти замкнуты, а некоторые другие (1 и 5)—развернуты. Это явление легко можно объяснить теорией почти кругового движения.

В самом деле, для звезд 3 и 8 соответствующие точки, полученные по формулам (83), (обозначим эти точки через a и b), расположены на оси y (влево и вправо от начала координатной системы), а для звезд 1 и 5 соответствующие точки (обозначим их через c и d) расположены на оси x (вверх и вниз от начала скопления).

В первом случае скорости точек (a и b) мало отличаются от скорости скопления, так как круговая скорость зависит только от расстояния от центра Галактики, а расстояния для всех этих точек почти одинаковы.

Во втором же случае разности между этими расстояниями и, следовательно, скоростями максимальные. Конечно, орбиты звезд 3 и 8 подходят ближе к форме почти кругового движения, т. е. более замкнуты, чем орбиты звезд 1 и 5.

Это явление указывает на то, что по формуле (83) можно найти точки (различные для различных звезд), относительно которых звезды в течение длинного промежутка времени от момента выброса будут двигаться по почти круговым орбитам. Это значит, что теория почти кругового движения Л и н д б л а д а имеет реальный смысл и справедлива для большого отрезка времени.

Мы можем даже дать количественную оценку времени, в течение которого с удовлетворительным приближением можно использовать эту теорию. Наши орбиты дают для этого промежутка времени значение около 200 миллионов лет.

Теперь займемся вопросом о пространственном распределении выброшенных звезд относительно скопления.

Ясно, что звезды, выброшенные одновременно из скопления, займут определенную часть пространства вокруг скопления. Этот объем пространства изменяет со временем свой размер и форму. Мы постараемся определить—каким образом изменяются во времени форма и размер этого объема, есть ли в этих изменениях определенная закономерность.

С этой целью мы составили рисунок 15. На нем изображены относительные орбиты звезд, одновременно выброшенных из скопления в различных направлениях. На этих орбитах отмечены точки, для которых t имеет одно и то же значение (t — интервал времени, который отсчитывается от момента выброса этих звезд).

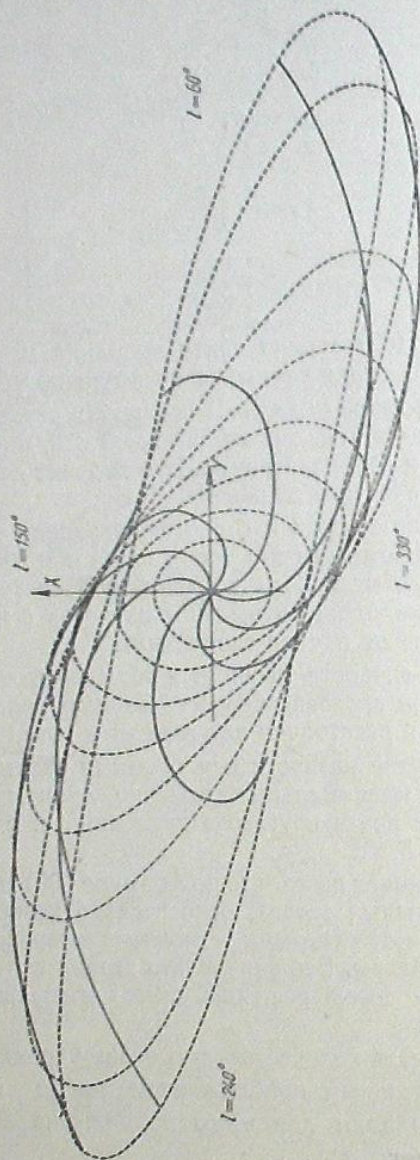


Рис. 15 б.б.

Совокупность таких точек дает кривую, по которой распределяются звезды, выброшенные из скопления t миллионов лет тому назад. Для различных значений t имеются различные кривые, которым соответствуют значения t : 10, 20, 30, 40, 50, 70, 90, 100 миллионов лет.

Изучение этих кривых позволяет сделать некоторые выводы относительно распределения выброшенных звезд вокруг скопления. Заметим, что на рисунке представлены относительные орбиты звезд, имеющих скорости выброса 5 км/сек.

В том случае, когда скорость выброса звезд из скопления равна 1 км/сек, формы кривых остаются такими же, как в случае скорости выброса 5 км/сек. Разница заключается лишь в различных размерах объема, занимаемого звездами.

Ясно, что начальный момент выброса для обоих случаев подразумевается один и тот же. Отсюда следует, что все выводы, полученные для второго случая, будут справедливы и для первого в соответствующих масштабах.

Мы рассмотрим здесь второй случай.

Из рисунка видно, что через 10 миллионов лет от момента выброса, звезды расположатся вокруг скопления по окружности, радиус которой равен 100 парсекам.

Через 20 миллионов лет от момента выброса радиус этой окружности увеличивается до 200—250 парсек.

Через 30 миллионов лет окружность деформируется в фигуру, подобную эллипсу с небольшим эксцентриситетом. Большая полуось эллипса направлена по $l=175^\circ$.

С увеличением интервала времени большая полуось постепенно вращается в направлении против движения скопления, а эксцентриситет эллипса увеличивается.

Начиная со значения интервала времени в 50 миллионов лет эллипс постепенно деформируется, превращаясь в замкнутую кривую овальной формы. Овальность этой замкнутой кривой тоже увеличивается со временем. Так, что через 100 миллионов лет от момента выброса звезд из скопления звезды распределяются по овалу, который вытянут в направлении $l=220^\circ$, а сжат в направлении $l=150^\circ$ (скопление движется в направлении $l=60^\circ$).

Наше исследование было уже закончено, когда появилась статья Г. Г. Кузмина [17]. Она содержит в себе попытку нахождения третьего интеграла движения звезд. Ее автор поставил себе целью также определить аналитическое выражение гравитационного потенциала Галактики применением третьего интеграла движения звезд.

Как известно, вопрос нахождения третьего интеграла движения не является новой проблемой. Как отмечает и автор названной статьи, в этом направлении не мало труда затратили Эддингтон, Оорт, Чандрасекар и другие. Заслугой же Г. Г. Кузмина является то, что он сделал попытку получить оригинальным путем третий интеграл движения и просто и понятно изложил настоящее состояние проблемы.

По Кузмину третий интеграл имеет следующий вид:

$$I_3 = (RV_Z - ZV_R)^2 + Z^2 V_\theta^2 + Z_0^2 (V_\theta^2 - 2\Phi^*)$$

где Φ^* можно найти из уравнений:

$$Z_0^2 \frac{\partial \Phi^*}{\partial R} = Z_0^2 \frac{\partial \Phi}{\partial R} - RZ \frac{\partial \Phi}{\partial R},$$

$$Z_0^2 \frac{\partial \Phi^*}{\partial Z} = (R^2 + Z_0^2) \frac{\partial \Phi}{\partial Z} - RZ \frac{\partial \Phi}{\partial R}.$$

Если исключим из этих двух уравнений Φ^* , то получим уравнение, которое является ограничением, наложенным на потенциал третьим интегралом движения:

$$3 \left(Z \frac{\partial \Phi}{\partial R} - R \frac{\partial \Phi}{\partial Z} \right) - (R^2 + Z_0^2 - Z^2) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial R \partial Z} + RZ \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial R^2} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Z^2} \right) = 0.$$

Это уравнение является дифференциальным уравнением с частными производными для Φ , решение которого дает

$$\Phi = \frac{\varphi(x_1) - \varphi(x_2)}{x_1^2 - x_2^2},$$

где φ — произвольная функция, а x_1 и x_2 являются корнями уравнения:

$$\frac{R^2}{x^2 - Z_0^2} + \frac{Z^2}{x^2} = 1.$$

Окончательный вид потенциала в случае $Z=0$ по Кузмину следующий:

$$\Phi = \Phi_0 \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{R^2}{Z_0^2}}},$$

где Z_0 — постоянная и равна 3-6 кпс.

Введение третьего интеграла дает возможность объяснить трехосность эллипсоида скоростей и, в случае справедливости рассуждения автора, показывает, что оси эллипсоида скоростей для звезд, находящихся вне галактической оси и вне галактической плоскости, имеют наклон к галактической плоскости.

Работа Г. Г. Кузмина является шагом вперед и полученное им выражение гравитационного потенциала Галактики даст новые результаты в этом направлении, но при этом надо отметить также, что справедливость аналитического выражения этого потенциала и его точность, пока не проверены наблюдательными данными.

Преимущество потенциала П. П. Паренаго заключается в том, что его аналитическое выражение получено на основе анализа существующих наблюдательных данных. Наряду с этим, выражение потенциала Паренаго более простое и с его помощью легче изучать галактические орбиты и движения звезд.

Иногда мы были вынуждены применять потенциал Паренаго в таком интервале, где наблюдательные данные скудны и ничего определенного нельзя сказать о ходе потенциала. Интерполирование в этих случаях допустимо, ибо лучшего выражения потенциала мы не имеем, а потенциал Паренаго, несмотря на его приближенный характер, дает ответы на ряд вопросов качественного и количественного характера. Развитие современной астрономии дает основание надеяться на получение в недалеком будущем более точного потенциала, что предоставит возможность изучить движения звезд и строение Галактики точнее и детальнее.

Представило бы интерес проверить выражение потенциала Кузмина на наблюдательных данных, с точки зрения объяснения кинематических особенностей звезд. Также было бы интересным изучить галактические орбиты и движения звезд с применением этого потенциала и полученные результаты сравнить с результатами, полученными на основе применения потенциала Паренаго. Хотя надо думать, что в случае $z=0$ не должно быть большой качественной разницы, так как третий интеграл накладывает на потенциал ограничение более чувствительное в пространстве, чем в плоскости Галактики. Но это дело будущего и рассмотрение этих вопросов не входило в задачи настоящего исследования.

Выводы

1. Исследование галактических орбит звезд, на основе выведенного из наблюдений гравитационного потенциала Галактики, имеет важное значение для изучения задач, относящихся к строению и развитию Галактики. Эта проблема относительно нова и на пути ее решения встречаются существенные трудности. Решение задачи требует знания точного аналитического выражения гравитационного потенциала, но последнее со своей стороны должно опираться на закономерностях пространственного распределения звезд в Галактике; эти закономерности пока недостаточно выявлены.

Исследованием проблемы звездных орбит занимались многие авторы. Общим в применявшихся методах было то, что для вывода аналитического выражения потенциала задавалась исходная геометрическая модель Галактики с соответствующим гипотетическим распределением масс. Удовлетворительные результаты в решении проблемы достигнуты не были.

2. С методически новой точки зрения подошел к решению проблемы П. П. Паренаго, избрав за исходную основу, вместо геометрической модели, кинематические характеристики галактической звездной системы. При этом, работы П. П. Паренаго выгодно отличаются от других тем, что аналитическое выражение гравитационного потенциала Галактики получено на основе анализа существующих наблюдательных данных. Используя выражение своего потенциала П. П. Паренаго исследовал характер движения звезд (в окрестностях Солнца) и дал метод вычисления галактических орбит.

3. Опираясь на выражения гравитационного потенциала П. П. Паренаго, мы построили диаграммы с осями координат V_R , V_θ для различных расстояний от центра Галактики ($R_0=2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 12$ килопарсеков), на которых провели кривые одинаковых R_1 , R_2 и P_a (R_1 , R_2 — минимальное и максимальное удаление звезды от центра Галактики, P_a — аномалистический период обращения звезды) и определили дисперсии скоростей и скорости центроидов для различных подсистем и вычертили на диаграммах эллипсы распределения скоростей V_R и V_θ для плоских, промежуточных и сферических подсистем.

Диаграммы дают общее представление о движении звезд различных подсистем на различных расстояниях от центра Галактики.

4. На основе анализа этих диаграмм можно сделать следующие выводы.

а) Средние аномалистические периоды для всех подсистем в центральных частях Галактики почти одинаковы. С увеличением галактических расстояний аномалистические периоды звезд промежуточных и осевых подсистем увеличиваются быстрее, чем для звезд сферической подсистемы, так что в перифериях Галактики аномалистический период звезд плоских подсистем в 2.5 раза больше, чем аномалистический период звезд сферических подсистем. Это позволяет утверждать, что в периферийных частях Галактики линия апсид галактической орбиты для звезд сферической подсистемы вращается в 2-3 раза быстрее, чем для звезд промежуточных и плоских подсистем.

б) Звезды плоской подсистемы, находящиеся в центральных частях Галактики не могут в своем движении дойти до окрестностей Солнца, а звезды, которые находятся в окрестностях Солнца, не могут продвигаться в центральные части Галактики, т. е. галактическая полоса возможных движений звезд очень узка, что доказывает невозможность существен-

ного изменения в пространственном распределении звезд плоской подсистемы со времени их возникновения.

Можно заключить, что звезды плоской подсистемы возникли в периферийных частях Галактики.

в) Галактическая полоса возможных движений для звезд сферической подсистемы относительно велика. Можно утверждать, что многие звезды сферической подсистемы, находящиеся ныне в окрестностях Солнца, являются пришедшими из центральной части Галактики.

5. Изучены относительные орбиты звезд, выброшенных из скоплений в результате диссипации. Допущено, что скопление движется по круговой скорости, а звезды вылетают из скоплений в различных направлениях, вычислены относительные орбиты для нескольких направлений скоростей выброса. Оказалось, что, в течение довольно большого промежутка времени с момента выброса, их орбиты можно представить в виде почти круговых траекторий.

6. Звезды, выброшенные из скопления в один определенный момент времени с одинаковой скоростью в различных направлениях в каждый фиксированный момент времени располагаются по периметру фигуры, близкой к некоторому эллипсу, эксцентриситет и большая полуось которого увеличиваются с течением времени. Оси эллипса вращаются в направлении, обратном обращению скопления.

Следует заключить, что при изучении дифференциального поля скоростей в Галактике, в окрестностях скоплений, нужно принимать во внимание искажения, вводимые в поле скоростей звездами, выброшенными из скоплений.

7. Вследствие того, что аналитическое выражение гравитационного потенциала известно недостаточно хорошо, общие выводы о характере движения звезд в Галактике только приближенно отображают действительную картину.

Вместе с тем, при рассмотрении относительных орбит звезд, выброшенных из скоплений мы принимали некоторые упрощающие допущения (основное из них—пренебрежение собственным гравитационным потенциалом скопления). Это ограничивает точность вычисления указанных орбит, особенно для близких к скоплениям областей.

Проблемы динамики звездных систем разрабатываются усиленно и настолько успешно, особенно — в работах советских астрономов, что можно не сомневаться, что в ближайшем будущем будут созданы реальные возможности для более точного решения вопросов, связанных с вычислением галактических орбит, на основе более точного аналитического выражения потенциала, при более точно вычисленных параметрах.

В заключение пользуюсь случаем выразить глубокую благодарность члену-корреспонденту АН СССР профессору П. П. Паренаго, оказавшему мне ценными советами большую помощь в выполнении настоящего исследования. Я также искренне благодарен за помощь и советы А. Ф. Торонджадзе и за руководство при прохождении аспирантуры—профессору Е. К. Харадзе.

Март, 1954 г.

ЛИТЕРАТУРА—ლიტერატურა

1. Паренаго, П. П. Курс звездной астрономии, 2е изд. 1946 г.
2. Кукаркин Б. В. Исследование строения и развития звездных систем на основе изучения переменных звезд. 1949.
3. Паренаго, П. П. Труды ГАИШ, 16, 1949 г.
4. « » Труды ГАИШ, 20, 1951.
5. Bucerius H. AN, 259, № 6215, 1936.
6. Уиттекер Е. Т. Аналитическая динамика, 1937.
7. Strömberg E. AN, 203, № 4850, 1917.
8. Lense Z. AN, 204, № 4874, 1917.
9. Bottlinger K. E. Veröff. Univ. Berlin—Babelsberg, 10, Heft 2, 1933.
10. Огородников К. А. Успехи астрон. наук, 4, 1948.
11. Бархатова К. А. АЖ, 26, 6, 1949.
12. Паренаго П. П. АЖ, 27, № 6, 1950.
13. « » АЖ, 29, № 3, 1952.
14. Маркарян, Б. Е. Сообщ. Бюракан. обс. вып. 9, часть 2, 1951.
15. Амбарцумян В. А. Эволюция звезд и астрофизика, изд. АН Армянской ССР, 1947; Труды второго совещания по вопросам космогонии, 1953.
16. Торонджадзе А. Ф. Особенности движений звезд спектральных классов O и B и расширение звездных ассоциаций. Вюлл. Абаст. астрофиз. обс. № 15, 1953.
17. Кузмин Г. Г. Публ. Тартуской обс. 32, № 5, 1953.
18. Чандрасекар С. Принципы звездной динамики. 1948.

გალაქტიკური ორბიტების შესწავლა და ზომიერების კანონზომიერებანი ვარსკვლავთ მოძრაობაში*

რ. ძიგვაშვილი

(რეზიუმე)

წინამდებარე ნაშრომის მიზანია გალაქტიკური ორბიტების შესწავლა და ზოგიერთ კანონზომიერებათა გამოკვლევა ვარსკვლავთ მოძრაობაში.

შრომა ეყრდნობა პროფ. პ. პარენაგოს მიერ მიღებული გალაქტიკის გრავიტაციული პოტენციალის გამოსახულების გამოყენებას. გამოთვლების საფუძველზე შედგენილია სიჩქარეთა დიაგრამები (ნახ. 1—9), რომლებიც იძლევიან ვარსკვლავთა შესაძლო მოძრაობის გალაქტიკური ზოლის მონახვის საშუალებას. დიაგრამებზე გავლებულია აგრეთვე მრუდები $P_n = const$, რაც საწყისი პირობების მიხედვით ვარსკვლავთა ანომალისტური პერიოდის განსაზღვრის საშუალებას იძლევა. დიაგრამების ანალიზის შედეგად მიღებულია ზოგიერთი კოსმოგონიური ხასიათის დასკვნები სხვადასხვა ქვესისტემის ვარსკვლავთა შესაძლო წარმოშობის შესახებ.

შრომის მეორე ნაწილში შესწავლილია დისიპაციის შედეგად გროვიდან ამოვარდნილი ვარსკვლავების ფარდობითი ორბიტები (იხ. ცხრილი XX—XXIV). სხვადასხვა საწყისი პირობებით ამოვარდნილი ვარსკვლავების ფარდობითი ორბიტები წარმოდგენილია ნახ. 13—14. ნაჩვენებია, რომ ფარდობითი ორბიტები დროის საკმარისად დიდი მონაკვეთის განმავლობაში კარგად წარმოდგენება თითქმის წრიული ორბიტების სახით.

მარტი, 1954 წ.

* ნაშრომი წარმოადგენს ავტორის საკანდიდატო დისერტაციის საფუძველს.