

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
АКАДЕМИЯ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР

აბასთუმანის ასტროფიზიკური მზისმკვლევართა
მთაყანობილი

ბ ი უ ლ ე ტ ე ნ ი

АБАСТУМАНСКАЯ АСТРОФИЗИЧЕСКАЯ ОБСЕРВАТОРИЯ
ГОРА КАНОВИЛИ

Б Ю Л Л Е Т Е Н Ь

24

1969

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის გამომცემლობა

თბილისი

Тбилиси

52(05)
2.128

აბასთუმანის ასტროფიზიკური მზლერვატორია
მთა ყანობილო

ბ ი უ ლ ე ტ ე ნ ი

АБАСТУМАНСКАЯ АСТРОФИЗИЧЕСКАЯ ОБСЕРВАТОРИЯ
ГОРА КАНОБИЛИ

Б Ю Л Л Е Т Е Н Ь

24

P-26819



52(05) | აბასთუმანის
2.128 | ასტროფიზ. მზლერ
მთა ყანობილო
24
P-26819

1959

ЭМИССИОННЫЕ ЗВЕЗДЫ В УЧАСТКЕ μ ЦЕФЕЯ

М. В. ДОЛИДЗЕ, В. В. ВЯЗОВОВ

Сложная структура туманности IC1396, расположенной в районе μ Cep, и наличие в этой области O-ассоциации (Cep1) и эмиссионных звезд [1, 2, 3, 4, 5] давали основание предположить, что в этой области имеется значительное число слабых звезд с водородной эмиссией в спектре.

Красная часть спектра нами получена с помощью объективной призмы, установленной на 70-см менисковом телескопе, на фотопластинках Kodak OaE в комбинации со светофильтром KC-10. Экспозиция равнялась 120 минутам. Нами обнаружено 125 звезд 10—16 звездной величины, в спектре которых наблюдается яркая линия H_{α} . Список звезд приводится в таблице. Координаты относятся к равноденствию 1900 года. Интенсивность яркой линии H_{α} по отношению к непрерывному спектру дается в условной шкале: 5—очень сильная линия, 4—сильная линия, 3—средняя линия, 2—слабая линия, 1—наличие линии сомнительно, 0—нет линии. Звезда № 52 может быть звездой $MN_{\alpha}297-35$ [4], для которой, возможно, в [4] даны неточные координаты.

Отв. редактор Е. К. Харадзе

Таблица

№№	α_{1900}	δ_{1900}	$I_{H_{\alpha}}$	Примечания	№№	α_{1900}	δ_{1900}	$I_{H_{\alpha}}$	Примечания
1	21 ^h 22 ^m 3	+57°16'	4		24	21 ^h 30 ^m 5	57°21'	2	
2	22.7	57 26	4		25	31.2	57 40	4	
3	23.2	58 10	3		26	31.3	57 31	2	2
4	23.3	58 37	4		27	32.3	59 33	3	
5	24.3	56 51	4		28	32.7	57 21	4	3
6	25.0	57 52	4		29	33.0	58 00	4	3
7	25.0	58 00	3		30	33.0	56 16	3	
8	25.4	56 08	4		31	33.1	57 12	2	
9	25.4	58 36	3		32	33.3	56 26	2	
10	25.9	56 12	3		33	33.4	57 08	3	
11	26.2	57 38	4	2	34	33.8	58 06	2	
12	26.3	57 37	3		35	33.8	56 36	3	
13	26.6	56 55	2		36	34.4	58 25	3	
14	26.6	57 32	4	3	37	34.4	57 08	4	
15	26.8	56 53	4		38	34.5	58 25	3	
16	27.2	57 30	2		39	34.7	58 25	3	2
17	27.4	57 32	3		40	35.0	58 21	3	2
18	27.6	57 48	5		41	35.0	58 22	3	
19	28.2	58 11	3		42	35.5	56 02	3	
20	28.6	58 05	3		43	35.6	57 02	4	
21	28.7	58 00	2		44	35.7	58 23	3	
22	30.4	56 00	2		45	35.9	55 50	3	
23	30.4	56 20	4	1					

№№	α_{1900}	δ_{1900}	$I_{H\alpha}$	Примечания	№№	α_{1900}	δ_{1900}	$I_{H\alpha}$	Примечания
46	21 ^h 36 ^m 1	55 ^o 49'	3		86	21 ^h 45 ^m 8	58 ^o 33'	4	
47	36.2	55 51	4	1, 2	87	46.1	57 58	4	
48	36.2	55 53	3		88	46.2	59 11	4	
49	36.4	56 32	5		89	46.3	56 49	5	
50	36.5	57 38	3		90	46.5	56 49	2	
51	36.8	55 27	4		91	46.5	56 27	4	
52	37.8	56 37	4		92	46.8	56 06	5	
53	38.0	56 26	3	2	93	47.0	55 49	3	
54	38.2	55 21	4	1, 2	94	47.0	56 32	3	
55	38.4	58 08	3		95	47.1	57 45	3	
56	38.4	57 21	4		96	47.3	55 47	4	
57	38.6	55 40	3		97	47.5	55 45	5	
58	38.8	57 05	3		98	47.6	58 30	4	
59	38.8	56 27	4		99	47.7	56 09	5	
60	39.0	55 38	3		100	47.9	57 49	3	
61	39.7	57 56	2		101	48.1	55 43	4	
62	40.6	58 07	4		102	48.7	57 41	3	
63	40.8	56 11	4		103	48.8	56 19	4	1
64	40.8	58 58	4		104	48.8	55 48	3	
65	40.9	57 50	4		105	49.1	57 39	3	
66	41.3	56 33	3		106	49.5	57 39	3	
67	41.4	59 09	3		107	49.5	55 48	3	2
68	41.9	59 18	4	3	108	49.7	56 41	4	
69	42.0	58 20	4		109	50.6	57 20	4	
70	42.1	58 19	4		110	51.2	57 08	3	
71	42.2	57 48	2		111	52.0	56 23	2	
72	42.3	57 52	3		112	52.2	56 22	3	
73	42.3	56 14	4		113	52.8	56 33	3	
74	42.8	56 35	3	2	114	52.9	58 54	4	
75	42.9	58 55	3		115	53.1	58 22	4	3
76	43.0	57 59	4	2	116	53.4	58 45	4	
77	43.4	56 21	3	2	117	53.5	58 27	4	1
78	44.2	58 37	3	2	118	54.0	56 32	4	
79	44.3	58 30	4		119	54.8	56 31	3	
80	44.3	58 34	4		120	54.8	56 29	3	
81	44.6	56 00	3		121	55.1	57 11	4	
82	45.0	58 03	4		122	55.6	57 53	4	1
83	45.2	56 57	5		123	55.9	56 57	2	
84	45.2	57 54	4		124	55.9	56 55	3	
85	45.6	58 36	3		125	56.0	56 57	3	

Примечания к таблице:

- 1—означает звезды поздних спектральных классов,
2—наличие эмиссионных линий около $H\alpha$,
3—очень короткий спектр, включающий только $H\alpha$.

Туманность IC1396 имеет сложное строение и по своей структуре напоминает область MH_2265 Джоя [6]. Действительно, как видно на репродукции (фото 1) из атласа газово-пылевых туманностей [7], в туманности IC1396 имеются темные места, окаймленные с одного края светлыми кантами, а также светлые волокна. По Седербладу свечение туманности возбуждается звездами: HD206267 (Oe5) и HD206773 (Bor) — членами ассоциации *Serp I*, а расстояние туманности равно 480 пс. Область включает также звезду μ *Serp* (M2e1a), которая, согласно В. А. Амбарцумяну, принадлежит ассоциации [8].

На рис. 2 приводим репродукцию из атласа Росса и Кальверт. Исследуемая область обведена пунктиром. Показано примерное распределение эмиссионных звезд по отношению к туманности. Из рассмотрения

рис. 2 следует, что, в отличие от области MH_2265 , звезды с водородной эмиссией, так же как и звезды — члены ассоциации, избегают темные места и светлые волокна.

Члены ассоциации расположены вокруг туманности IC1396 (на рис. 2 звезды № 1, 2, 3) и в середине туманности (№ 4, 5), где находится «остров» ярких звезд. Эмиссионные звезды, в большинстве случаев ранних спектральных классов, расположены как в середине, так и в других светлых частях туманности.

Рассмотрение этой области приводит нас к выводу, что как и в случае других областей (например: *Ori*, *Tau Oph*), существует связь между составом (вероятно также структурой) туманности и спектральным классом, а также типом переменности и родом эмиссии (водородная, кальциевая) погруженных в эти туманности нестационарных звезд.

Август, 1958.

THE STARS WITH $H\alpha$ -EMISSION IN THE REGION AROUND μ CEPHEI

M. V. DOLIDZE, V. V. VYASOVOV

(Summary)

125 new stars of 10^m—16^m with $H\alpha$ in emission have been found on the spectrograms obtained by means of the objective prism attached to the 70-cm meniscus type telescope.

The lightfilter KC-10 and the Kodak *Ox E* plates were used.

August, 1958.

ЛИТЕРАТУРА

- Merrill P. W., Burwell C. G. Catalogue and bibliography of stars of classes B and A whose spectra have bright hydrogen lines. *Aph J*, 1933, 78, 87.
- Merrill P. W., Burwell C. G. Supplement to the Mount Wilson catalogue and bibliography of stars B and A whose spectra have bright hydrogen lines. *Aph J*, 1943, 98, 53.
- Merrill P. W., Burwell C. G. Second Supplement to the Mount Wilson catalogue and bibliography of stars of classes B and A whose spectra have bright hydrogen lines. *Aph J*, 1949, 110, 387.
- Merrill P. W., Burwell C. G. Additional stars whose spectra have bright $H\alpha$ line. *Aph J*, 1950, 112, 72.
- González G., González G. Stars with $H\alpha$ in emission in galactic longitudes 59° to 90°. *Bol. obs. Tonantzintla y Tacubaya*, 1956, № 15, 16.
- Joy A. H. Bright-line stars among the Taurus dark clouds. *Aph J*, 1949, 110, 424.
- Фессенков В. Г., Рожковский Д. А. Атлас газово-пылевых туманностей. АН Казахской ССР, Астрофизический институт, 1953.
- Амбарцумян В. А. Холодные сверхгиганты в O-ассоциациях. Доклады АН Арм. ССР, 1953, 16, № 3, 73.

ЗВЕЗДЫ С ЯРКОЙ ЛИНИЕЙ H_α ОКОЛО СКОПЛЕНИЯ NGC7380

М. В. ДОЛИДЗЕ

Программные наблюдения нестационарных звезд [1], выполненные для областей в *Aql Ser* и *Ser-Cas*, показали, что звезды с H_α в эмиссии в этом направлении расположены почти непрерывной полосой, состоящей из разнородных групп и сгущений.

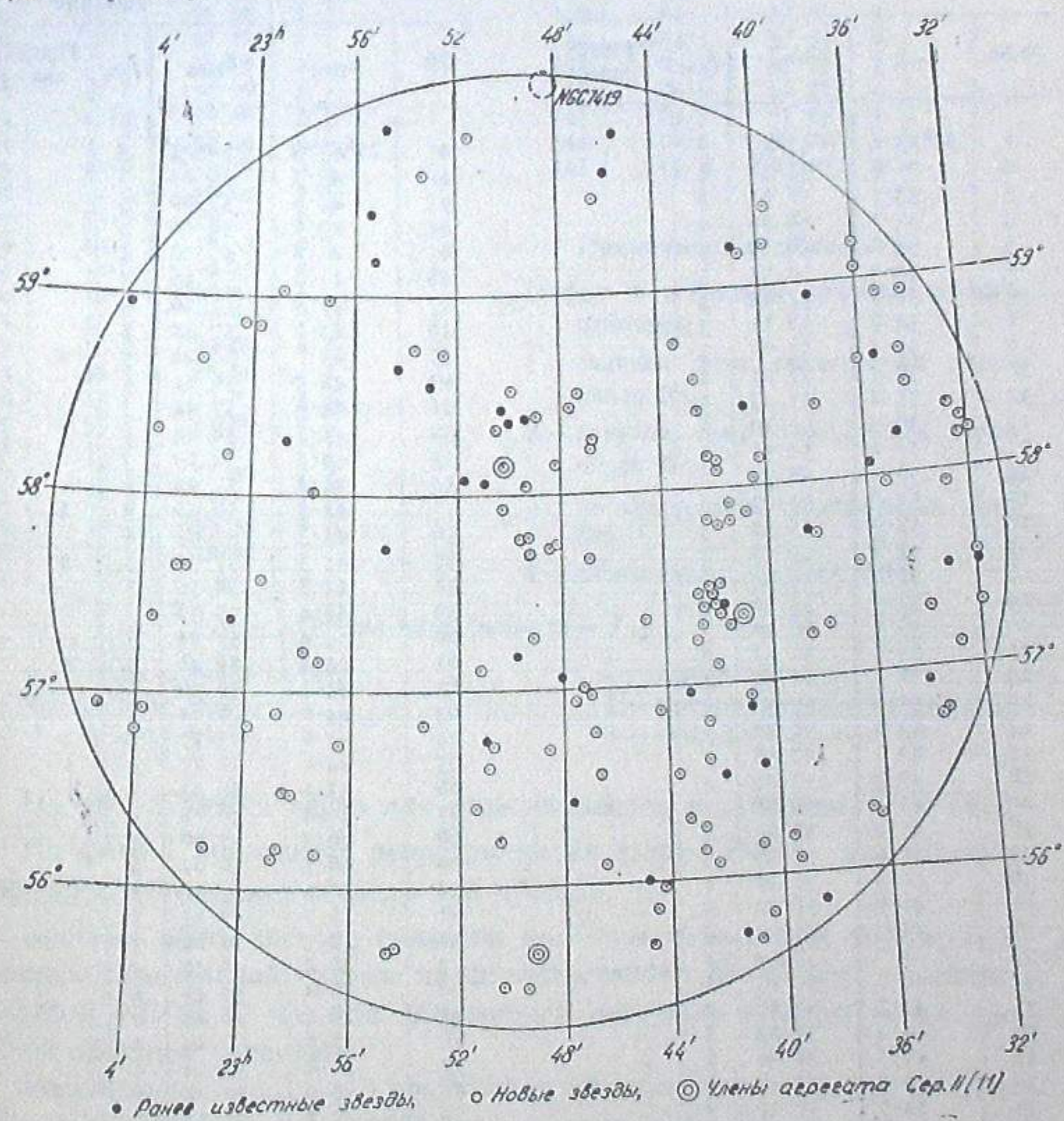


Рис. 1

Оказалось, что эмиссионные звезды группируются не только в тех местах, где темные и диффузные туманности как бы накладываются друг на друга, или в местах расположения темных и эмиссионных туманностей [1], но составляют также сгущения, не связанные видимым образом с туманностями.

Одной из таких областей является область с центром $\alpha = 22^h 53^m$; $\delta = +58^\circ$ (1900), в которой расположены несколько темных туманностей, скопление NGC7419 и NGC7380, погруженное в эмиссионную туманность и составляющее ядро ассоциации Ser II, несколько слабых эмиссионных туманностей [2] и часть кольца, составленного из звезд высокой светимости. Исследуемая область в 20 кв. градусов (рис. 1, равноденствие 1855 г.), включает в себя 186 звезд с H_α в эмиссии, из которых 41 звезда обнаружена ранее [3, 4, 5, 6, 7].

В нижеприведенной таблице мы даем координаты новых звезд с H_α в эмиссии и оценку интенсивности яркой линии H_α , определенную относительно непрерывного спектра.

Таблица

№№	α_{1900}	δ_{1900}	I_{H_α}	Примечания	№	α_{1900}	δ_{1900}	I_{H_α}	Примечания
1	22 ^h 33 ^m 6	+57°43'	3		41	22 ^h 43 ^m 2	+58°09'	3	
2	33.7	57 48	4		42	43.3	58 03	3	
3	33.7	58 24	3		43	43.4	57 29	5	
4	34.1	58 22	4		44	43.6	58 18	4	
5	34.1	58 29	3		45	43.8	57 20	4	
6	34.4	58 33	3		46	43.8	57 36	3	
7	34.7	57 20	3		47	43.8	57 38	3	
8	34.7	58 11	3	2	48	43.8	57 42	3	
9	35.4	57 00	3	2	49	43.8	58 02	3	1
10	35.4	57 01	4		50	44.0	58 21	4	
11	35.6	57 33	3	1	51	44.1	57 42	3	
12	36.0	59 10	3		52	44.1	58 04	3	1
13	36.2	58 51	3		53	44.2	56 19	3	
14	36.3	58 51	3		54	44.2	57 43	3	
15	37.0	59 09	4		55	44.3	56 50	3	1
16	37.2	58 12	3	1	56	44.3	57 03	4	
17	37.8	59 17	3		57	44.3	57 31	3	2
18	37.8	59 24	4		58	44.3	58 36	3	
19	37.9	58 50	3		59	44.4	57 36	3	
20	38.2	56 30	3	2	60	44.4	57 41	3	
21	38.3	56 31	3		61	44.4	58 46	3	2
22	38.4	57 49	4		62	44.5	56 30	3	
23	39.6	57 30	3		63	44.6	56 22	3	
24	39.6	58 29	3		64	44.6	57 27	4	
25	40.1	57 58	3		65	44.6	58 57	3	1
26	40.3	57 26	4		66	45.2	56 33	3	1
27	41.3	56 18	4		67	46.2	56 12	3	
28	41.4	56 24	4		68	46.2	57 06	3	1
29	41.4	59 26	3		69	46.3	56 07	3	
30	41.4	59 36	4		70	46.5	55 51	3	
31	41.8	58 24	3		71	46.7	57 35	3	
32	41.9	58 21	4		72	48.3	56 19	3	
33	42.0	55 54	4		73	48.4	56 49	4	
34	42.2	56 03	5		74	48.4	59 42	3	
35	42.2	58 16	4		75	48.6	58 24	4	
36	42.4	56 23	3		76	48.6	58 29	4	
37	42.5	58 06	3	1	77	48.8	57 54	4	
38	42.5	59 24	3		78	48.9	57 14	4	
39	42.7	57 10	3		79	49.2	57 12	3	
40	42.7	58 20	4		80	49.3	58 44	3	

№№	α_{1900}	δ_{1900}	I_{H_α}	Примечания	№	α_{1900}	δ_{1900}	I_{H_α}	Примечания
81	22 ^h 49 ^m 15	+57°10'	3	1	121	22 ^h 59 ^m 1	+57°24'	3	
82	49.5	58 40	3		122	59.3	57 23	3	
83	49.7	57 01	4		123	59.4	58 15	3	
84	50.1	57 57	3		124	59.7	57 26	3	
85	50.2	57 59	3		125	23 00.2	59 22	4	
86	50.2	58 21	4		126	00.3	56 41	3	
87	50.2	60 17	4	4	127	00.3	56 41	3	
88	50.3	60 17	2	4	128	00.5	56 26	3	
89	50.4	60 17	3	4	129	00.6	56 24	4	
90	50.4	60 17	3	4	130	00.6	57 09	5	
91	50.5	56 56	4		131	01.5	57 48	3	3
92	50.6	60 18	3	4	132	01.7	59 05	4	
93	50.7	60 15	3	4	133	01.8	57 04	3	
94	50.8	60 18	4	4	134	22 45.5	56 48	3	
95	50.9	58 37	3		135	23 02.3	59 09	4	
96	51.1	57 30	4		136	02.8	58 26	3	
97	51.1	57 57	3		137	03.3	56 26	3	3
98	51.2	55 39	3		138	03.9	58 56	5	
99	51.2	55 46	3		139	04.4	57 53	3	
100	51.2	58 22	2		140	04.5	57 53	2	
101	51.3	58 16	4		141	05.5	57 37	3	
102	51.4	58 00	3		142	05.6	58 35	4	
103	51.4	58 00	3		143	05.7	57 09	3	1
104	51.8	58 44	3		144	06.1	57 02	3	
105	52.0	55 45	3		145	07.4	57 10	3	
106	52.3	56 29	3						
107	52.3	58 10	4						
108	52.4	58 33	3						
109	52.6	56 49	3						
110	52.7	56 51	4						
111	52.9	57 21	3						
112	53.5	60 03	4						
113	54.4	58 56	4						
114	55.2	57 03	3						
115	55.3	59 50	3						
116	55.6	58 59	3						
117	56.3	55 56	3						
118	56.4	55 54	4						
119	58.3	56 49	3						
120	58.9	59 14	3						

Примечания к таблице:

Цифры в последнем столбце таблицы означают:

1 — наличие двух эмиссионных линий около H_α ,2 — наличие трех эмиссионных линий около H_α ,

3 — звезды поздних спектральных классов,

4 — члены скопления NGC7419.

Оценка интенсивности — I_{H_α} :

5 — очень сильная линия,

4 — сильная линия,

3 — средняя линия

2 — слабая линия,

1 — наличие линии сомнительно,

0 — эмиссионной линии нет.

На рис. 2 дается карта для отождествления в скоплении NGC7419.

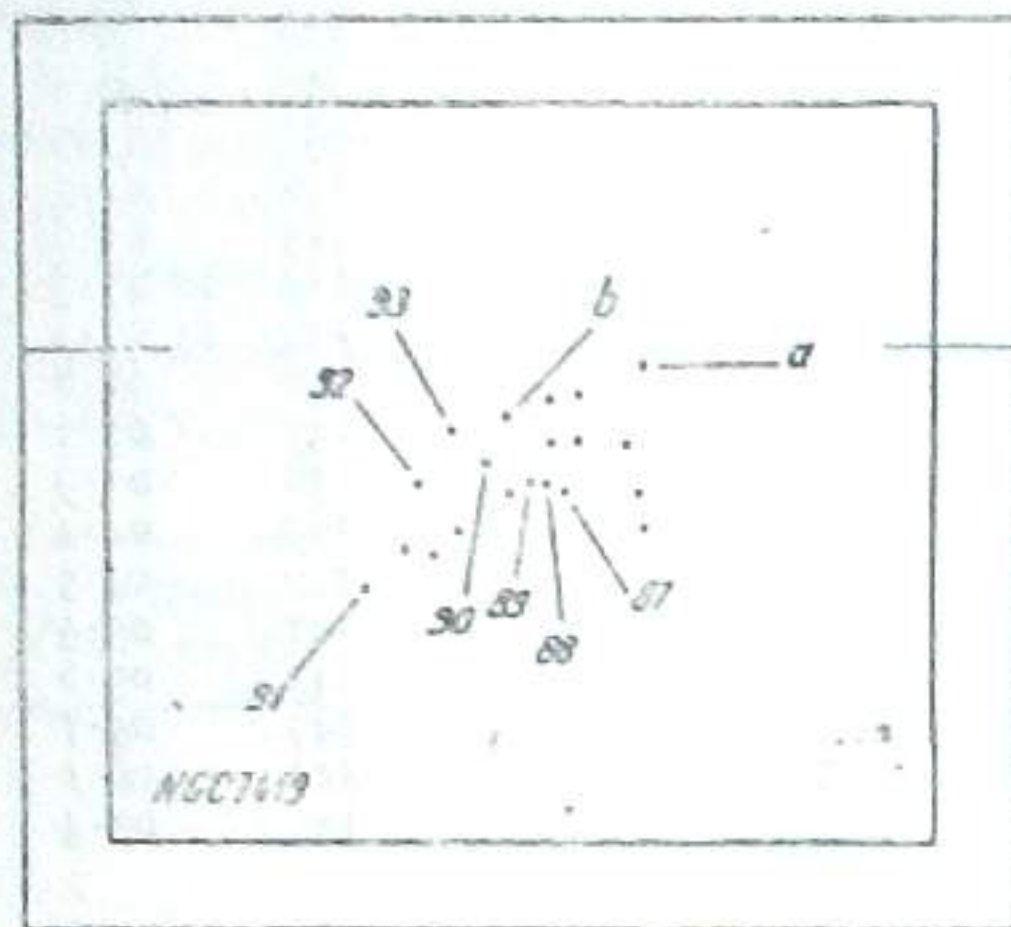
На фото 1 приводится репродукция из атласа Росса и Кальверт. Пунктиром обозначена исследуемая область.

Красная часть спектра получена на 70-см менисковом телескопе с помощью объективной призмы на фотопластинках Kodak OaE со светофильтром KC-10. С часовой экспозицией получены спектры звезд до 15.5-ой звездной величины.

Рассмотрение рис. 1 и 3 показывает, что имеются сгущения эмиссионных звезд. Координаты (1900) центров этих сгущений следующие:

1) $\alpha=22^h 32^m$, $\delta=+57^{\circ}00'$;	2) $\alpha=22^h 39^m$, $\delta=+58^{\circ}45'$;
3) 22 39, +57 30;	4) 22 44, +58 00;
5) 22 45, +57 00;	6) 22 45, +57 30;
7) 22 48, +56 30;	8) 22 51, +58 15;
9) 22 51, +60 00;	10) 22 54, +55 40;
11) 22 57, +59 00;	12) 23 02, +57 50;

Имеется также 11 пар близко расположенных звезд. При этом в трех парах одна из звезд обнаружена ранее.



$a - N 112 [4]$
 $b - N 113 [4]$

Рис. 2

Сгущения, по-видимому, представляют собой неоднородные по составу пространственные группировки. Так, например, сгущение 6) связано со скоплением NGC 7380, погруженным в эмиссионную туманность (среднее расстояние по многим данным $r \approx 2000$ пс). Сгущение 9) — со скоплением NGC 7419 и включает в себя 4 сМ звезды [8] ($r = 1300$ пс [9]; 8) — с группой маленьких по размеру эмиссионных туманностей № 265, 267 [2], которые, по [10], составляют вместе с 6) одну пространственную группу. Это сгущение включает в себя звезду типа *T Tau D ICas* и вместе с туманностями № 265, 267 [2] напоминает ядро ассоциации, хотя, возможно, *D ICas* связана с темной туманностью и не принадлежит сгущению 8).

Сгущения 1), 2), 3), 4), 5) включают в себя ранние звезды высоких светимостей, а 7) и 11) не связаны с туманностями.

Таким образом, рассмотрение этой области, наряду с другими областями в *Orh*, *Aql*, *Sep*, показывает, что звезды с H_{α} в эмиссии, группируясь, часто ассоциируются с группами туманностей, с *O* или *T* — ассоциациями или же со скоплениями и вместе с этими образованиями составляют население спиральных ветвей Галактики. Этот же результат получен при рассмотрении всех возможных областей сгущений звезд с H_{α} в эмиссии, ассоциированных с туманностями [1].

Сентябрь, 1958.

THE STARS WITH H_{α} -EMISSION AROUND THE CLUSTER NGC 7380

M. V. DOLIDZE

(Summary)

186 stars with H_{α} in emission surrounding the cluster NGC 7380 have been found by means of the objective prism attached to the 70-cm meniscus type telescope.

It is shown that the stars with H_{α} in emission gathering in groups, in most cases are associated with the groups of nebulae, *O* or *T*-associations and star clusters, and form with them the population of spiral arms of the Galaxy.

September, 1958.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дolidze М. В. О звездах с H_{α} в эмиссии, ассоциированных с туманностями. Астрон. Цирк. АН СССР, 1958, № 195, 13.
2. Газе В. Ф., Шайн Г. А. Каталог эмиссионных туманностей. Изв. Крым. астрофиз. общ. 1955, 15, 11.
3. González G., González G. Stars with H_{α} in emission in galactic longitudes 59° to 90° . Boll. Ton. y Tac. 1956, № 15, 26.
4. Merrill P. W., Burwell C. G. Supplement to the Mount Wilson catalogue and bibliography of stars B and A, whose spectra have bright hydrogen lines. *Aph. J.* 1943, 98, 53.
5. Merrill P. W., Burwell C. G. Second Supplement to the Mount Wilson catalogue and bibliography of stars of classes B and A whose spectra have bright hydrogen lines. *Aph. J.* 1949, 110, 387.
6. Merrill P. W., Burwell C. G. Additional stars whose spectra have a bright H_{α} line. *Aph. J.* 1950, 112, 72.
7. Bidelman W. P. Catalogue and bibliography of emission line stars of types later than B. *Aph. J. Suppl.* 1954, 1, № 7.
8. Blanco V., Nassau J. J., Stock J., Wehlauf W. M-type stars in NGC 7419. *Aph. J.* 1955, 121, 637.
9. Бархатова К. А. Рассеянные звездные скопления. Астрон. Ж. 1950, 27, 186.
10. Morgan W. W., Whitford A. E., Code A. D. Studies in galactic structure.
11. A preliminary determination of the space distribution of the blue giants. *Aph. J.* 1953, 118, 318.

ЭЛЕКТРОФОТОМЕТРИЯ ЗАТМЕННЫХ ПЕРЕМЕННЫХ ЗВЕЗД
 RR РЫСИ И У ЛЕБЕДЯ

Н. Л. МАГАЛАШВИЛИ, Я. И. КУМСИШВИЛИ

Затменные переменные звезды RR Рыси и У Лебеда наблюдались нами в течении 1950—1957 годов. Наблюдения велись при помощи звездного электрофотометра, установленного в нэсмитовском фокусе 33-см рефлектора Абастуманской астрофизической обсерватории. В электрофотометре используется сурьмяно-цезиевый фотоумножитель. Применяемая аппаратура, методика наблюдений и обработки описывались неоднократно [1, 2].

Звездами сравнения служили:

для RR Рыси —

а HD 46590 (A_0) = BD + 56° 1136,

б HD 48432 (G_5) = BD + 57° 1004;

для У Лебеда —

а HD 198820 (B_5) = BD + 32° 3974,

б HD 197419 (B_3) = BD + 34° 4127.

Впрочем, с 1952 года мы удовлетворялись лишь первыми из указанных звезд сравнения. Наблюдения RR Рыси велись с желтым и синим фильтрами. Эффективные длины волн — около 527 м μ и 381 м μ соответственно. У Лебеда наблюдалась без фильтра. Эффективная длина волны — 420 м μ .

Наблюдения выполнены в основном авторами настоящей статьи, но в них участвовали также Н. А. Размадзе, Т. Г. Мегрелишвили, Л. М. Фишкова и др.

Индивидуальные наблюдения приведены в таблице I.

Таблица I

RR Рыси							
JD \odot	φ	$\Delta m_{\text{ж}}$	$\Delta m_{\text{с}}$	JD \odot	φ	$\Delta m_{\text{ж}}$	$\Delta m_{\text{с}}$
2433622.480	p 0.120	m 0.303	m 0.026	2433629.519	p 0.830	m 0.304	m 0.052
483	123	324	029	529	831	290	053
489	127	297	028	539	832	297	070
572	132	302	022	549	833	315	051
623.385	213	314	058	590	837	323	029
399	215	323	042	599	838	296	014
447	219	330	028	611	839	308	027
461	221	328	050				
491	224	352	035*	630.486	927	310	062
505	225	334	046	545	933	316	073

* На юге у горизонта облака.

JD _☉	φ	Δm _ж	Δm _с	JD _☉	φ	Δm _ж	Δm _с
2433660.433	^p 0.938	^m 0.299	^m 0.046	2433713.313	^p 0.256	^m 0.301	^m 0.034
457	941	305	051	327	258	308	060
498	945	314	028	361	261	310	017
516	947	302	-0.026	370	262	300	040
				379	263	338	037
661.476	043	326	0.027	391	264	326	023
493	045	328	022	400	265	326	025
508	047	342	047				
534	049	314	000	2434333.549	622	324	084
548	051	310	002	556	623	302	019
				570	624	352	054
685.469	456	100	-0.150	366.438	929	328	041
490	458	100	-0.150	396.294	932	316	025
519	461	173	-0.100	308	933	312	028
				333	936	316	057
686.396	549	337	0.078	414	944	325	091
422	552	310	038	432	954	310	059
487	558	348	059				
498	560	312	016	421.222	438	220	-0.053
				249	441	109	-0.202
687.476	658	300	016	283	445	137	-0.164
490	659	322	035	336	450	084	-0.213
516	662	314	088	386	455	067	-0.170
528	663	306	060	433	460	126	-0.134
688.366	747	275	-0.006	423.307	648	272	0.028
382	749	319	0.060	445.257	854	332	054
412	752	310	045	271	857	352	060
424	753	332	056				
446	755	278	098	688.465	310	323	-0.025
498	761	297	062	486	312	330	0.036
515	762	316	069	501	314	320	034
				530	317	313	047
690.428	956	300	034	554	319	324	042
456	958	295	026	574	321	318	016
523	964	274	004				
				722.327	715	313	029
691.484	061	318	067	343	717	321	072
517	064	332	019	357	718	326	076
534	066	296	023	369	719	315	050
				409	723	314	038
704.250	347	294	045	420	725	285	040
263	346	308	063	444	727	288	059
275	347	284	020	456	728	295	048
299	350	306	022				
310	351	308	043	725.441	028	340	045
321	352	300	046	454	030	300	028
331	353	319	022	474	032	306	022
				488	033	300	048
708.348	757	325	058	512	035	293	016
374	759	343	052*	525	037	329	045
385	761	315	060	535	038	308	037
				556	040	308	043
710.257	949	310	037	567	041	309	041
270	950	325	024	580	042	307	030
287	952	302	016				
304	954	321	020*	728.515	337	304	020
317	954	325	046	525	338	296	025
				562	342	311	043
713.255	250	298	026	573	343	309	048
273	252	325	051	581	344	300	049
287	254	336	043				

* На западе облака.

JD _☉	φ	Δm _ж	Δm _с	JD _☉	φ	Δm _ж	Δm _с
2435016.500	^p 0.296	^m 0.308	^m 0.040	2435188.319	^p 0.572	^m 0.337	^m 0.044
540	300	304	059	350	576	302	053
549	301	316	062	366	577	343	069
				401	581	346	036
021.492	798	291	062				
499	798	320	043	189.332	674	343	-0.002
553	804	306	046	359	677	280	0.026*
574	806	309	046	390	680	307	032
022.461	895	308	042	190.298	771	323	008
513	900	322	038	311	773	326	-0.005
565	906	326	042	334	775	325	0.016
				364	778	341	039
053.484	014	168	098	377	779	280	056
497	015	203	-0.073				
530	019	271	0.013	192.241	967	309	046
559	022	301	054	255	968	296	019
				269	970	293	042
068.273	501	307	080	288	972	288	031
295	503	311	044	300	973	324	030
307	505	299	031	313	974	312	012
				341	977	309	040
097.218	412	320	067	354	978	280	021
231	413	323	034	375	980	310	022
247	415	309	046				
302	420	316	076	515.252	446	026	-0.211
317	422	314	045*	257	447	040	0.074
333	423	283	001				
				539.273	862	294	050
128.313	538	314	040	278	862	302	056
362	543	304	052	287	863	296	064
377	545	309	044*	306	865	322	079
408	548	297	024*				
441	551	304	028	542.263	162	299	080
				270	163	294	055
136.444	356	308	043	276	164	323	078
455	357	304	039	314	168	284	065
464	358	306	056	320	168	291	058
505	363	314	018	326	169	304	044
137.392	451	070	-0.195	600.257	994	096	-0.177
403	452	070	-0.210	262	995	031	-0.215
425	455	088	-0.202	267	995	075	0.197
466	459	119	-0.122	272	996	061	-0.256
478	460	129	-0.122	279	997	018	0.202
487	461	133	-0.144	282	997	020	-0.232
535	466	219	-0.057	287	997	046	-0.244
547	467	245	-0.037	297	998	016	0.298
				302	999	-0.008	-0.310
139.483	661	317	0.053	308	000	-0.013	-0.179
495	663	306	042	313	000	-0.048	-0.336
601	665	334	081				
				749.407	992	0.124	-0.116
187.270	467	230	-0.025	412	992	124	-0.112
289	469	297	-0.002	416	992	144	-0.138
319	472	293	-0.009	421	993	088	-0.168
344	474	306	0.054	426	993	084	-0.168
382	478	321	040	452	996	061	-0.256
399	480	324	038				

* Появились облака.

JD _☉	φ	Δm _ж	Δm _с	JD _☉	φ	Δm _ж	Δm _с
2435749·457	^p 0·997	^m -0·001	^m -0·229	2435776·404	^p 0·706	^m 0·288	^m 0·015
463	997	-0·011	-0·245	411	707	295	029
468	998	0·037	-0·270	417	707	309	024
475	988	-0·001	-0·279	425	708	288	006
481	999	-0·034	-0·261	452	711	287	032
775·400	605	333	033	459	712	294	035
406	606	296	054	464	712	286	038
411	606	288	034	470	713	288	032
415	607	275	-0·001	475	713	280	034
436	609	287	0·023	484	714	286	034

У Лебеда

JD _☉	φ	Δm	JD _☉	φ	Δm
2433827·345	^p 0·610	^m 0·885	2433890·410	^p 0·632	^m 0·868
362	616	884	422	636	869
374	620	847	434	640	860
385	623	879	445	644	868
419	635	859	455	647	884
428	638	866	463	650	870
828·328	797	808	891·359	949	894
342	802	905	365	951	878
349	804	866	389	956	917**
359	808	876	395	961	903
382	815	888	892·240	243	873
390	818	873	257	249	870
397	820	854	266	252	848
403	822	874	275	255	868
410	825	878	287	258	860
416	827	882	295	261	869
829·435	283	852	303	264	872
451	288	857	311	267	866***
458	290	858	320	270	863
464	292	854	34208·311	729	834
856·295	247	884	326	734	876
307	251	866	209·306	061	1·108
313	253	862	316	065	0·911
321	255	870	211·302	728	848
370	272	874	311	731	878
378	274	872	320	734	872
384	276	859	328	736	860
391	279	850	336	740	867
857·411	619	860	214·341	742	869
415	620	848	360	748	849
425	624	832*	245·413	112	883
449	632	856	446	123	849
890·370	619	872			
377	621	864			
384	623	860			
402	629	854			

* Плохая стабильность гальванометра.

** На востоке у горизонта облака.

*** На юге у горизонта облака.

JD _☉	φ	Δm	JD _☉	φ	Δm
2434246·347	^p 0·424	^m 0·880	2434949·298	^p 0·027	^m 1·197
391	438	943	306	030	260
268·252	734	838	953·360	383	0·824
275	742	891	374	388	866
296	749	862	382	390	859
302	751	876	392	394	846
311	754	911	955·273	013	1·343
317	756	860	282	016	304
322	758	845	287	017	310
274·265	742	876	295	020	282
281	746	872	322	029	148
328	762	870	331	032	156
361	773	889	422	062	0·872
276·269	710	900	429	065	895
562·343	884	892	436	067	872
352	887	887	443	069	877
361	890	892	450	072	856
578·392	238	892	956·304	366	853
395	242	857	337	376	837
445	258	857	344	379	819
475	268	855	352	381	828
579·377	569	867	358	383	841
445	592	870	368	387	842
537	622	869	375	389	850
593·309	219	845	382	391	840
320	223	887	390	394	886
336	228	837	400	397	860
341	230	858	407	400	859
347	232	858	413	402	856
596·366	239	866	449	414	863
382	245	860	457	416	876
397	250	849	463	419	868
407	253	909	961·354	049	1·042
631·318	904	893	370	054	0·944
337	911	880	396	063	894
369	921	887	409	067	934
397	930	874	976·302	031	1·144
632·332	243	862	312	034	089
413	270	877	318	036	097
033·379	568	892	35280·358	512	246
460	619	867	365	515	239
634·303	887	894	372	517	199
435	931	903	376	518	167
446	934	900	380	520	167
897·696	392	694	383	521	160
700	401	698	386	522	076
706	420	704	281·348	846	0·854
			352	848	841
			363	851	878
			367	853	843
			376	856	875
			411	867	890
			415	868	868
			420	870	854
			467	886	864
			471	887	920

P-26819

* Появились облака.



JD _☉	φ	Δm	JD _☉	φ	Δm
2435283.396	^p 0.527	^m 1.052	2435639.467	^p 0.365	^m 0.856
399	528	062	640.373	668	846
405	530	025	376	669	849
417	534	0.993	382	670	894
			384	671	853
337.349	532	1.000	388	672	857
353	533	0.972	392	673	840
363	535	949	395	675	838
365	539	936	398	676	850
377	543	915	402	677	847
407	551	883	406	679	839
411	552	867	433	688	849
421	556	871	436	689	852
427	558	879	449	624	839
429	558	860	452	694	845
432	559	886	456	695	847
446	564	871	460	697	843
			464	698	839
608.460	015	1.311	647.335	994	1.381
465	016	267	338	995	356
472	019	252	341	996	393
478	021	245	344	997	417
483	022	195	340	999	403
491	025	156	349	000	437
501	028	140	352	001	412
			355	002	412
635.346	993	375	359	003	447
355	997	352	362	004	440
362	999	412	365	005	505
370	002	450	373	008	405
380	005	433	376	009	375
386	007	387	378	009	379
399	012	345	388	016	306
403	013	369	401	017	328
408	014	475	403	018	322
423	020	396	409	020	293
428	021	266			
434	023	242	659.321	994	454
440	024	227	327	995	411
442	026	196	329	997	418
446	027	216	341	001	396
450	029	184	343	001	446
453	030	168	349	003	465
456	031	164	353	005	420
			663.311	322	845
639.371	333	0.852	314	324	873
383	337	838	317	325	853
385	338	837	323	327	856
390	339	858	331	329	849
392	340	848	335	331	855
395	341	851	349	335	846
396	342	840	352	336	859
408	346	837	354	337	851
412	347	841	357	338	845
430	353	840	359	339	865
433	354	876	362	340	869
438	356	841	364	340	843
445	358	870	367	341	875
448	359	834	367	351	836
452	360	859	399	352	856
455	361	831	402	353	861
460	363	859			
463	364	847			

JD _☉	φ	Δm	JD _☉	φ	Δm
2435659.405	^p 0.354	^m 1.843	2436013.316	^p 0.134	^m 0.907
407	355	850	320	135	887
410	356	848	345	143	884
413	357	855	349	145	882
415	357	830	352	146	880
418	358	854	365	150	862
430	363	844	368	151	868
433	363	854	378	154	878
436	364	849	381	155	877
438	365	867	384	156	884
445	367	849			
448	368	851	041.311	464	1.051
451	369	854	317	467	180
454	370	852	321	468	116
457	371	875	325	469	168
459	372	870			
462	373	848	048.297	808	0.874
			301	809	853
36011.317	453	990	316	814	875
320	454	015	324	817	842
336	460	018	336	821	851
349	464	072	399	842	869
352	465	084	410	846	863
359	467	112			
363	469	146	071.331	482	1.382
370	471	184	334	483	383
372	472	182	339	485	324
377	473	228	342	486	324*
379	479	251	386	501	462
382	475	263	389	502	434
385	476	285	392	503	429

Первый столбец таблицы содержит моменты наблюдений в юлианских днях, приведенные к центру Солнца, второй — соответствующие фазы наблюдений. Третий и четвертый столбцы для RR Рыси содержат разности звездных величин звезды сравнения и переменной в желтых и синих лучах, соответственно. Для Y Лебеда третий столбец содержит разность звездных величин переменной и звезды сравнения.

На полученных кривых блеска для RR Рыси эффекты фазы и эллиптичности не заметны; кривые имеют постоянный блеск между минимумами. Поэтому их ректификация не производилась.

Вторичный минимум смещен относительно середины между двумя главными: $T_2 - T_1 - \frac{p}{2} = -0.5$. Это обстоятельство было положено в основу решения кривых блеска. Поскольку кривые в минимумах симметричны, мы построили нормальные точки около минимумов сложением ветвей. Нормальная кривая для RR Рыси приведена в таблице II, где последовательно даны среднее значение фазы, среднее значение разности блеска звезды сравнения и переменной в желтых и синих лучах и число наблюдений, участвующих в образовании нормальной точки.

* Плохая стабильность гальванометра.

Таблица II

$\bar{\varphi}$	$\Delta\bar{m}_ж$	$\Delta\bar{m}_с$	n	$\bar{\varphi}$	$\Delta\bar{m}_ж$	$\Delta\bar{m}_с$	n
p	m	m		p	m	m	
0.0011	-0.007	-0.276	7	0.4520	0.058	-0.202	5
0.0030	0.014	-0.230	5	0.4552	0.098	-0.173	4
0.0045	0.043	-0.223	4	0.4592	0.117	-0.140	5
0.0067	0.089	0.170	3	0.4626	0.175	-0.101	3
0.0095	0.140	-0.116	4	0.4673	0.232	-0.038	3
0.0170	0.237	-0.030	2	0.4705	0.295	-0.005	2
0.0211	0.298	0.032	3	0.4760	0.312	0.043	2
0.0230	0.309	0.040	1	0.5008	0.313	0.046	5
0.0316	0.308	0.032	5	0.5494	0.312	0.046	6
0.0396	0.312	0.039	5	0.5902	0.312	0.036	10
0.0492	0.323	0.028	6	0.6483	0.322	0.040	10
0.0880	0.309	0.034	5	0.6962	0.301	0.028	11
0.1629	0.300	0.054	9	0.7184	0.302	0.046	10
0.2257	0.328	0.038	6	0.7522	0.309	0.053	10
0.2580	0.318	0.043	7	0.7819	0.314	0.037	9
0.2926	0.319	0.039	7	0.8357	0.312	0.046	10
0.3320	0.309	0.037	10	0.8976	0.312	0.048	11
0.3507	0.305	0.037	7	0.9459	0.313	0.044	13
0.3979	0.310	0.042	9	0.9669	0.299	0.028	9

Кривые блеска решались в предположении эллиптической орбиты, в гипотезе U, методом Расселла, со значениями глубины минимумов:

$$1 - \lambda' = 0.2600, \quad 1 - \lambda'' = 0.2056.$$

Полученные фотометрические элементы приведены в таблице III. Они совершенно одинаковы для желтых и синих лучей.

Решение получилось для случая M → B.

Таблица III

RR Рыси		
Наибольшая потеря блеска в главном минимуме	λ_1^0	0.710
Наибольшая потеря блеска во вторичном минимуме	λ_2^0	0.589
Отношение полуосей звезд	K	0.75
Радиус большой звезды	r_1	0.086
Радиус меньшей звезды	r_2	0.065
Блеск большой звезды	L_1	0.6510
Блеск меньшей звезды	L_2	0.3490
Наклон орбиты	i	$86^{\circ}22'$
Эксцентриситет орбиты	e	0.04
Долгота периастра от восходящего узла	ω	141°

На рис. 1 и 2 показано представление минимумов (а-главный минимум, б-вторичный минимум) в желтых и синих лучах, соответственно.

На рис. 3 показаны теоретические кривые блеска в желтых (а) и синих (б) лучах, соответствующие проведенному решению. Они хорошо ложатся среди нормальных точек.

Мы решали кривую блеска также и для У Лебеда. Как известно, для У Лебеда имеет место движение линии апсид с периодом 46 лет. В минимумах блеска фазы вычислялись по элементам Дэгана [3].

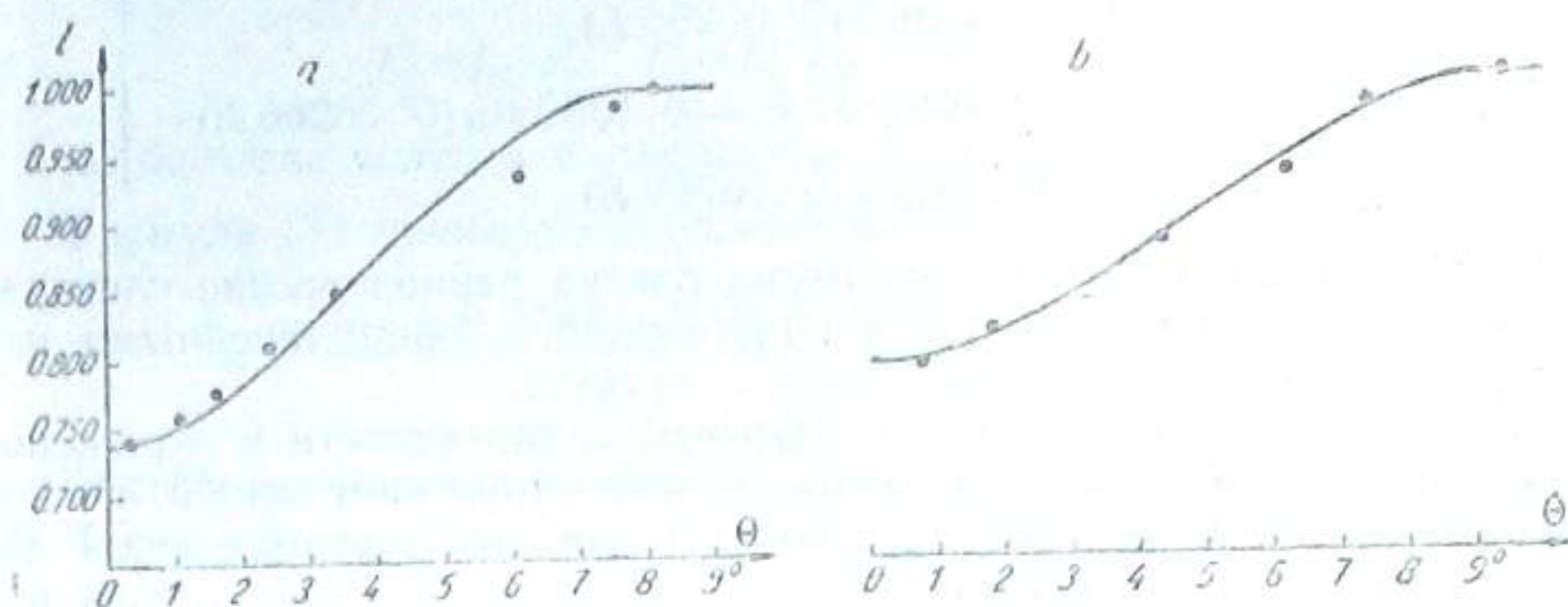


Рис. 1

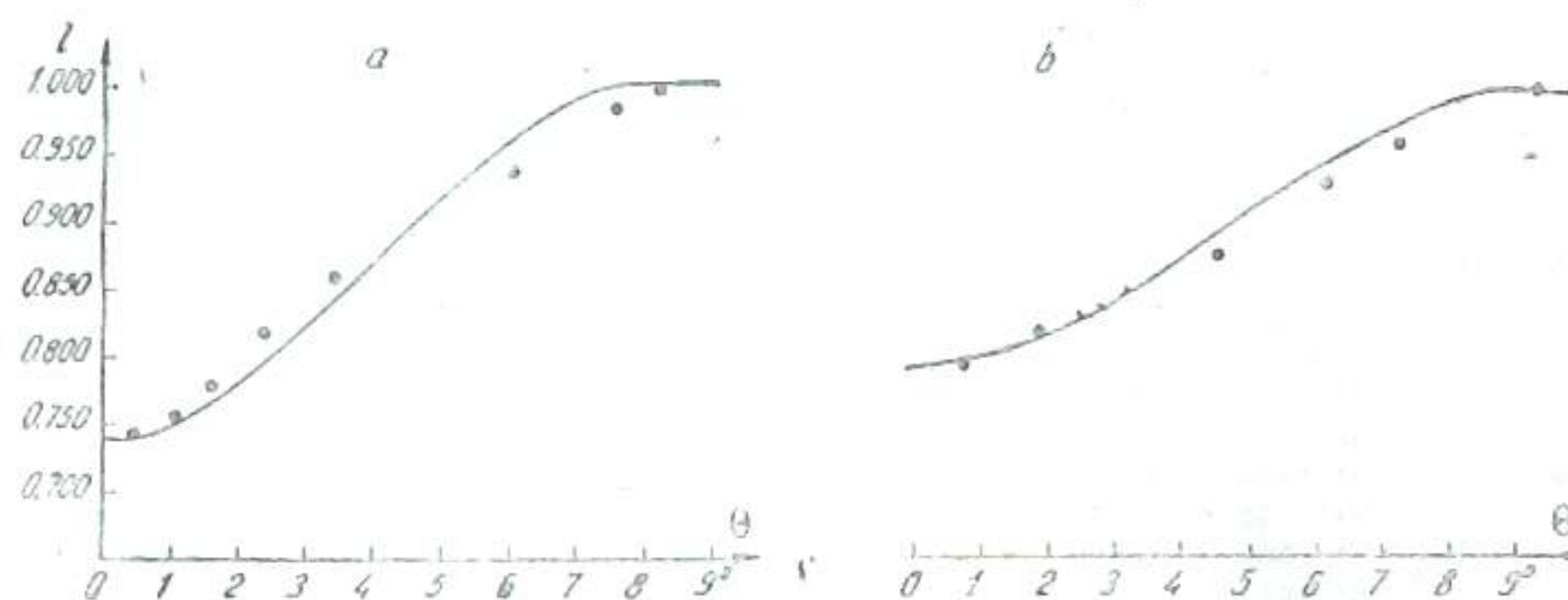


Рис. 2

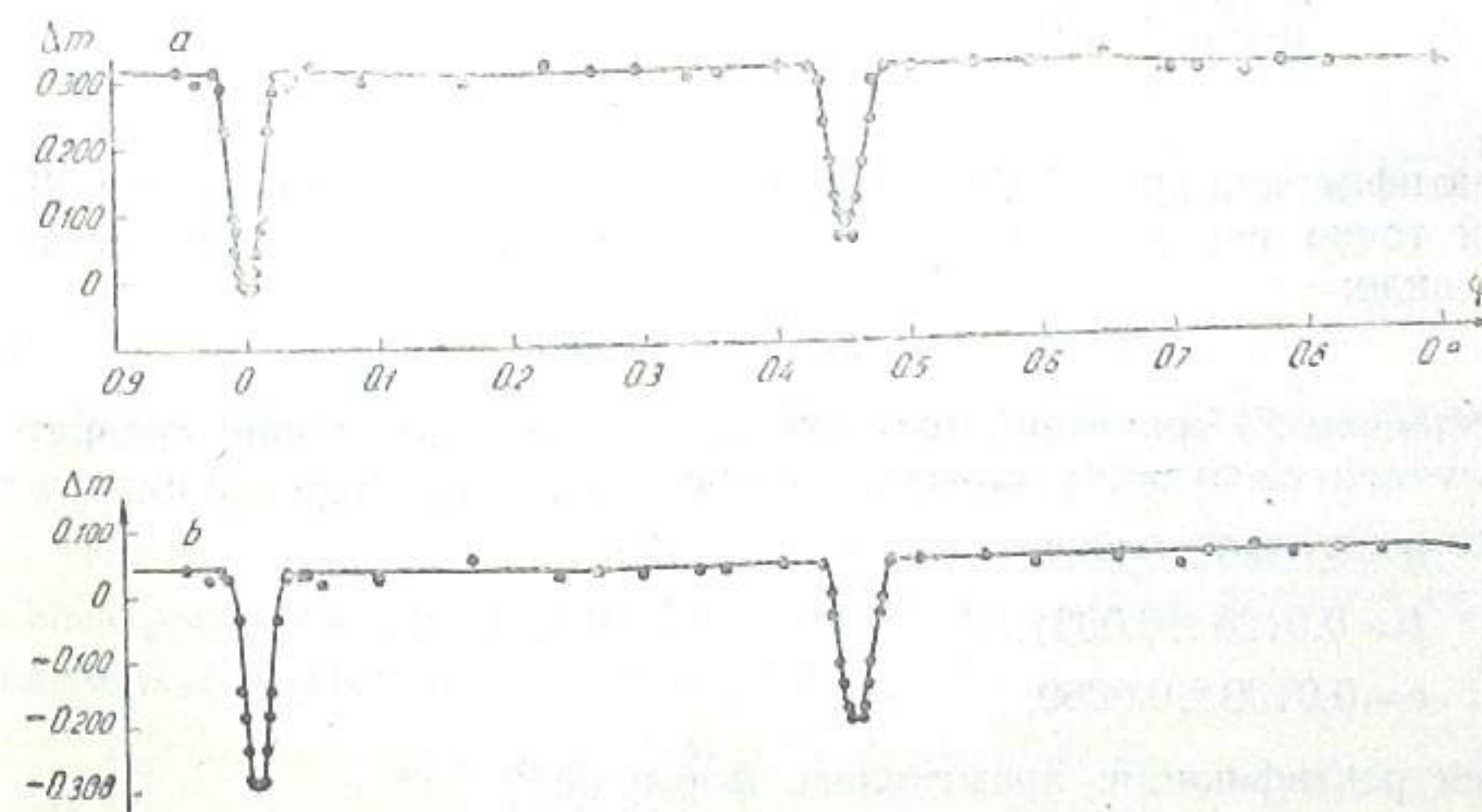


Рис. 3

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= 2409534.3195 + 2.9963331 E + 0.1380 \sin(0.06266 E) - \\ &\quad - 0.0074 \sin 2(0.06266 E) \\ M_2 &= 2409535.8175 + 2.9963331 E - 0.1380 \sin(0.06266 E) - \\ &\quad - 0.0074 \sin 2(0.06266 E) \end{aligned} \right\} (1)$$

При вычислении фаз в максимуме блеска периодические члены не принимались во внимание, мы удовлетворялись лишь линейными членами уравнений (1).

В максимуме блеска заметны эффекты эллиптичности и отражения. Нормальные точки в минимумах мы строили сложением ветвей. Наблюдения собраны в 42 нормальных точках. Нормальная кривая для У Лебеда представлена таблицей IV.

Таблица IV

$\bar{\varphi}$	$\Delta \bar{m}$	n	$\bar{\varphi}$	$\Delta \bar{m}$	n
p	m		p	m	
0.0011	1.420	8	0.3765	0.844	10
0.0033	1.419	8	0.3908	0.858	7
0.0058	1.414	8	0.4108	0.871	7
0.0116	1.326	8	0.5088	1.372	7
0.0172	1.286	8	0.5172	1.282	4
0.0214	1.267	9	0.5230	1.200	6
0.0277	1.173	7	0.5290	1.131	8
0.0359	1.096	7	0.5328	1.063	6
0.0530	0.951	4	0.5362	1.018	5
0.0634	0.890	7	0.5454	0.964	5
0.0688	0.888	5	0.5542	0.887	4
0.1044	0.874	5	0.5628	0.873	5
0.1544	0.871	10	0.6031	0.868	12
0.1867	0.865	10	0.6269	0.858	10
0.2513	0.868	10	0.6629	0.860	10
0.2644	0.865	7	0.6879	0.845	10
0.2890	0.859	10	0.7236	0.852	10
0.3305	0.851	8	0.7440	0.870	8
0.3383	0.854	10	0.7862	0.867	12
0.3497	0.848	10	0.8590	0.865	12
0.3580	0.848	10	0.9076	0.889	12
0.3645	0.853	10			

Ректификация кривой блеска была проведена в интенсивностях. Для каждой точки вне затмения наблюдаемые интенсивности представлялись в виде:

$$I = 1 - a - b \cos \theta - c \cos^2 \theta \quad (2)$$

Решением 23 уравнений типа (2) по способу наименьших квадратов мы получили следующие значения коэффициентов ректификации:

$$a = 0.0020 \pm 0.0027,$$

$$b = 0.0128 \pm 0.0031,$$

$$c = 0.0139 \pm 0.0069.$$

Для ректификации применялась формула:

$$I_{rec} = \frac{I_{obs} + A + b \cos \theta - c \cos^2 \theta}{(a + A)(1 - \zeta \cos^2 \theta)^{1/2}}, \quad (3)$$

где

$$A = 0.354 \sin i [L_1^* + L_2^*], \quad C = 0.11 [L_1^* + L_2^*],$$

$$L_1^* = L_2 \cdot a_1^2, \quad L_2^* = L_1 \cdot a_2^2, \quad \zeta = 2(c + C),$$

a_1 и a_2 большие полуоси компонентов, L_1 и L_2 блеск компонентов.

Формула (3) приняла следующее численное выражение:

$$I_{rec} = \frac{I_{obs} + 0.0182 + 0.0128 \cos \theta - 0.0057 \cos^2 \theta}{1.0202 (1 - 0.0392 \cos^2 \theta)^{1/2}}.$$

Ректифицированная кривая решалась в гипотезе U, в предположении круговой орбиты, со значениями фактора эллипсоидальности $\zeta = 0.0392$ и глубин минимумов: $1 - \lambda' = 0.3800$, $1 - \lambda'' = 0.3800$.

Полученные фотометрические элементы приведены в нижеследующей табличке.

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= 0.760, & a_2 &= 0.214, \\ K &= 1, & b_2 &= 0.210, \\ a_1 &= 0.214, & L_1 &= 0.500, \\ b_1 &= 0.210, & L_2 &= 0.500, \\ \zeta &= 0.0392, & i &= 85^\circ 27'. \end{aligned}$$

Представление минимумов теоретическими кривыми приведено на рис. 4 (а—главный минимум, б—вторичный минимум).

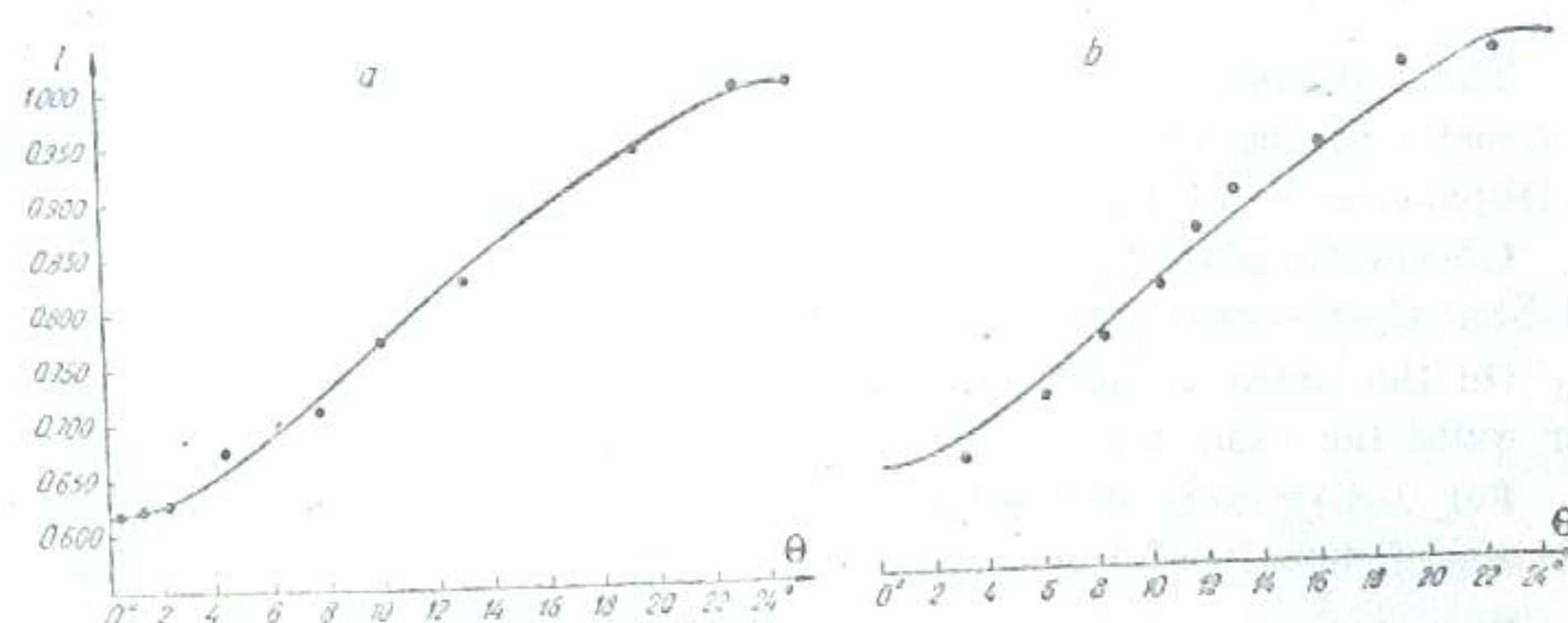


Рис. 4

Теоретическая кривая, соответствующая проведенному решению, достаточно хорошо удовлетворяет наблюдениям (рис. 5).

Используя значения полученных нами фотометрических элементов и спектроскопические данные Редмана [4], мы вывели абсолютные размеры, массы и плотности компонентов:

$$\begin{aligned} a_1 = a_2 &= 6.38 \odot, & R_2 &= 17.73 \odot, \\ b_1 = b_2 &= 6.27 \odot, & \rho_1 &= 0.066 \odot, \\ R_1 &= 17.51 \odot, & \rho_2 &= 0.067 \odot. \end{aligned}$$

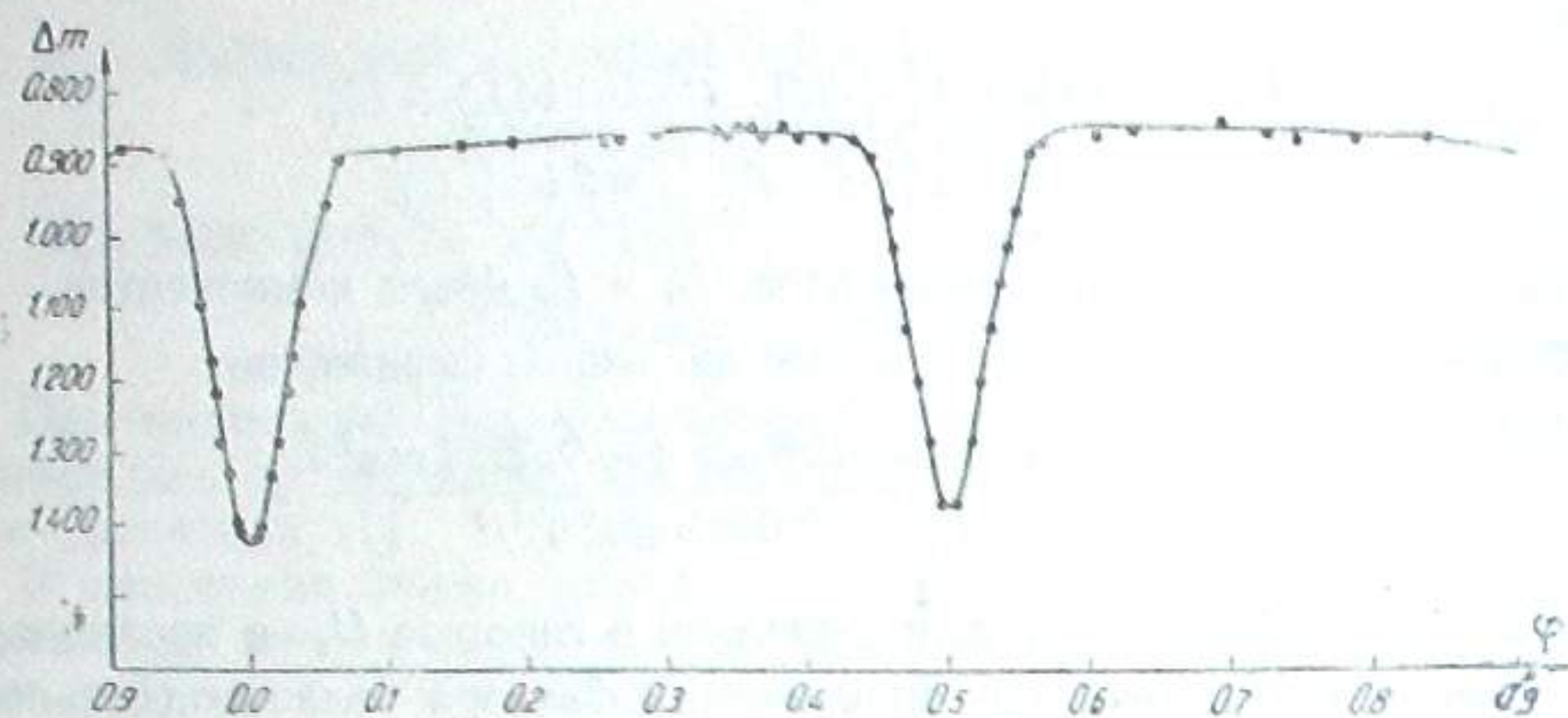


Рис. 5

В последней табличке $a_1, a_2, b_1, b_2, \mathfrak{B}_1, \mathfrak{B}_2, \rho_1, \rho_2$ — большие полуоси, малые полуоси, массы и плотности компонентов, соответственно.

Декабрь, 1957.

PHOTOELECTRIC OBSERVATIONS OF THE ECLIPSING VARIABLE STARS RR LYN AND Y CYG

N. L. MAGALASHVILI, J. J. KUMSISHVILI

(Summary)

The eclipsing variable stars RR Lyn and Y Cyg were observed photoelectrically during 1950–57. Observations were being made using a stellar electrophotometer of the Abastumani astrophysical observatory.

Observations of RR Lyn were obtained with yellow ($\lambda_{\text{eff}} = 527 m\mu$) and blue ($\lambda_{\text{eff}} = 381 m\mu$) filters.

On the basis of light-curve are obtained orbital elements which appear quite the same for yellow and blue light-curves.

For Y Cyg were determined the relative and also absolute dimensions, masses and density of the component.

December, 1957.

ЛИТЕРАТУРА

1. Магалашвили Н. Л. Электроколориметрия затменной переменной U Ophiuchi. Бюлл. Абастум. астрофиз. обс. 1949, № 10, 1–62.
2. Размадзе И. А. Фотоэлектрические наблюдения планетарных туманностей и диффузной туманности Ориона. Астрон. Ж. 1956, 33, 1, 3–12.
3. Dugan R. S. Photometric Researches, The Eclipsing Variable Y Cygni. Princ. Contr. 1931, 12.
4. Redman R. O. Y Cygni. Victoria Publ. 1930, 4, 341.

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ФОТОМЕТРИИ КОМЕТАРНОЙ ТУМАННОСТИ NGC2261

Н. А. РАЗМАЗДЕ

В последнее время большое внимание уделялось вопросам свечения кометарных туманностей. Выдвинутая В. А. Амбарцумяном [1, 2] гипотеза о выносе вещества из головных звезд кометарных туманностей и последующем выделении из него в объеме туманности энергии противопоставляется в настоящее время старому взгляду о том, что свечение туманности обусловлено рассеянием излучения головной звезды пылевым веществом туманности.

Для проверки указанных альтернативных утверждений важны количественные наблюдательные данные о кометарных туманностях. В частности, несомненный интерес представляет фотометрическое исследование туманностей с целью определения для них распределения поверхностной яркости в различных лучах, степени поляризации излучения по туманности, плоскости поляризации света относительно головной звезды. Важно также исследование изменения указанных характеристик во времени, ибо для нескольких кометарных туманностей замечено изменение яркости.

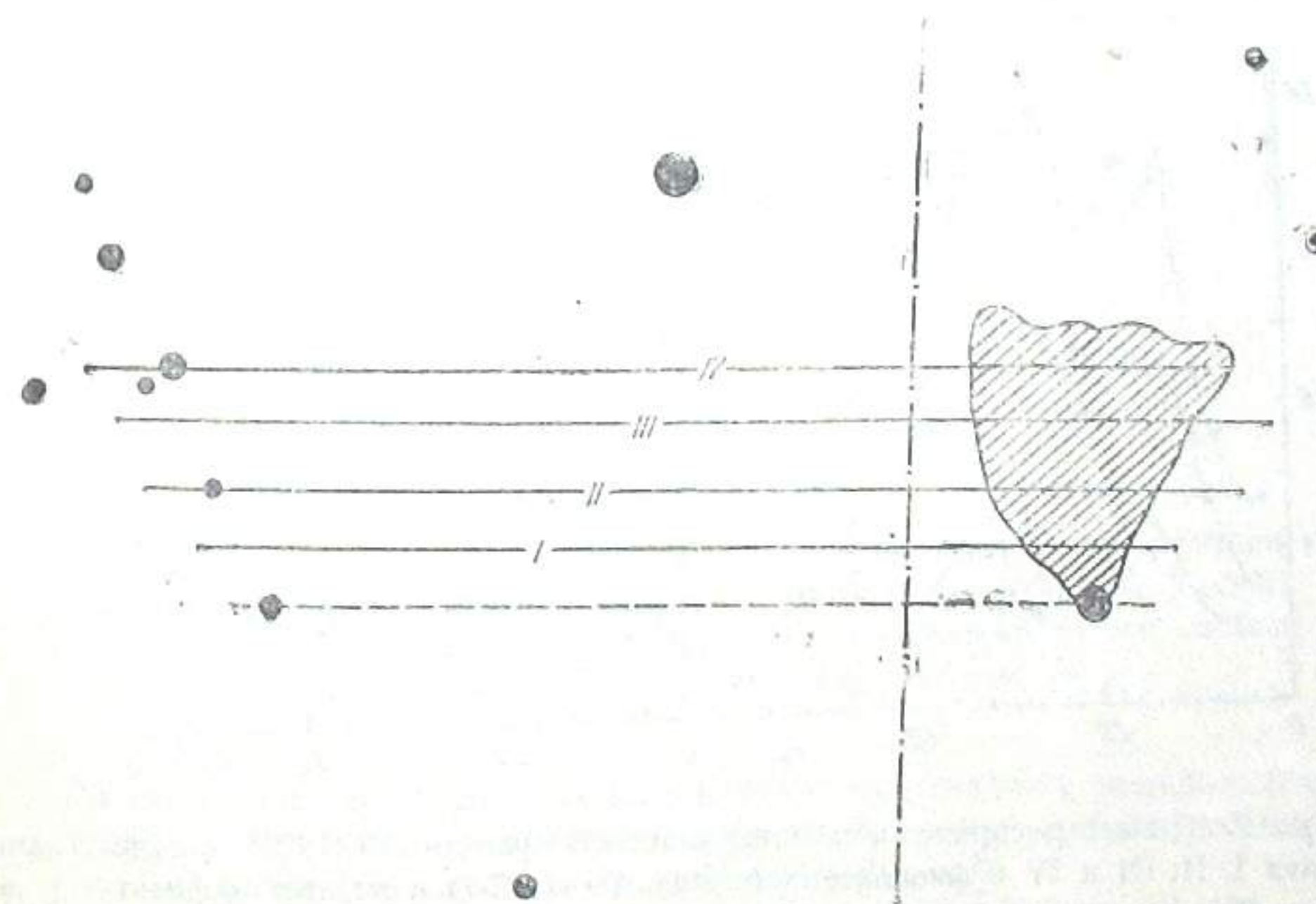


Рис. 1. Направление фотометрических разрезов NGC 2261. Вертикальная штрих-пунктирная линия указывает начало записи на микрофотометре

В настоящей заметке мы приводим некоторые результаты фотометрии известной кометарной туманности NGC2261 по наблюдениям, выполненным весной 1957 года.

Наблюдения NGC2261 были проведены на 70-см менисковом телескопе Абастуманской астрофизической обсерватории. Была получена серия фотографий в фиолетовых и желтых лучах. При этом NGC2261 фотографировалась на пластинках Агфа-астро-несенсибилизированные с фиолетовым светофильтром ФС-7 и Агфа-панхром (не чувствующих H_{α} излучение) со светофильтром ЖС-18. Были получены также фотографии с применением поляроида (в трех его позициях, отличающихся друг от

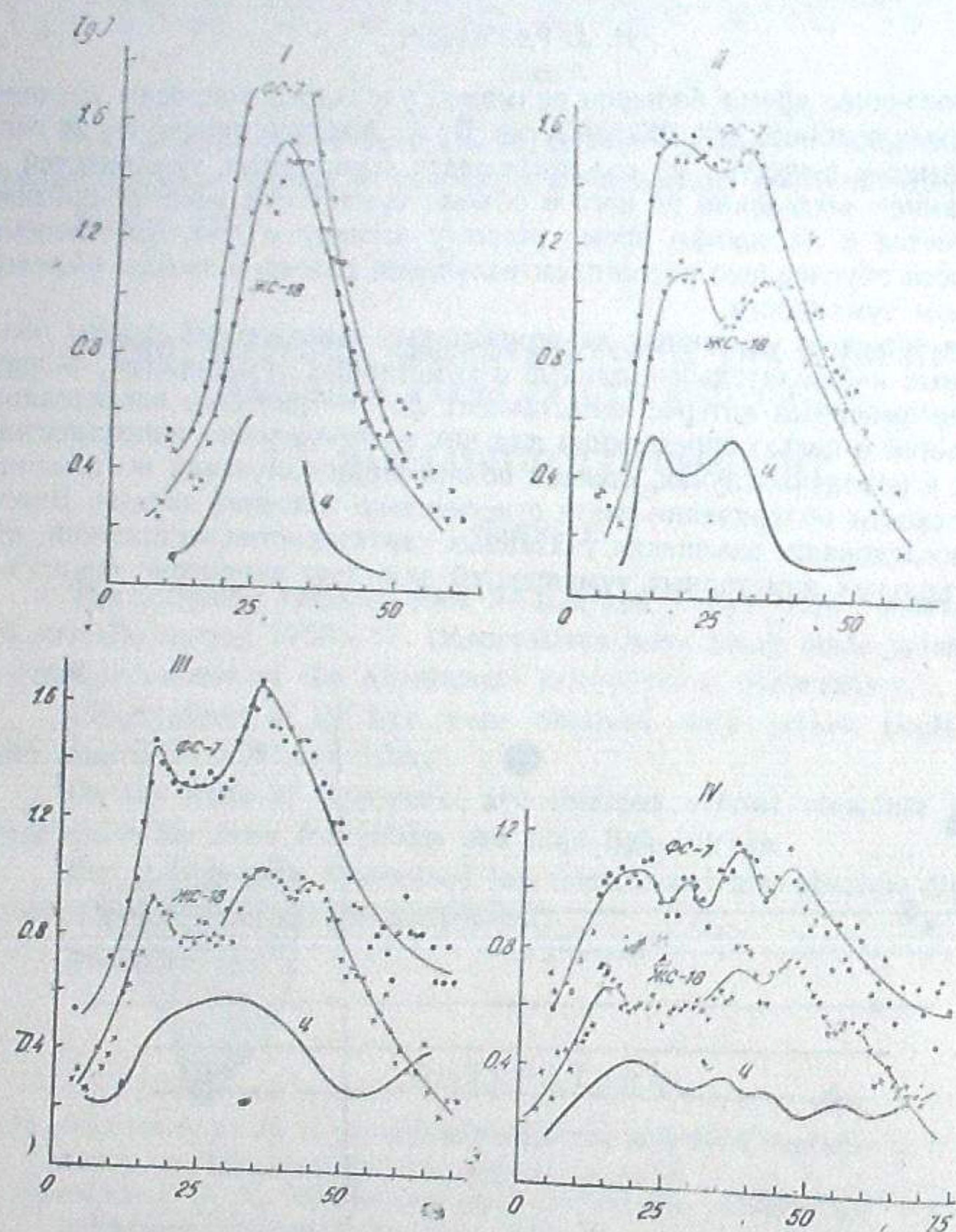


Рис. 2. Кривые распределения поверхностной яркости NGC 2261 в сечениях I, II, III и IV в фиолетовых (с фильтром ФС-7) и желтых (с фильтром ЖС-18) лучах. Кривые «u» иллюстрируют изменение цвета вдоль туманности. Ординаты последних равны по значению разностям логарифмов интенсивности туманности в фиолетовых и желтых лучах.

друга на 60°) на пластинках Агфа-астро-несенсибилизированные. Калибровка пластинок осуществлялась с применением трубчатого фотометра.

Наиболее удачные фотографии, полученные 22—23 и 29—30 марта 1957 года, обработаны на регистрирующем микрофотометре МФ-4. Было выполнено 4 фотометрических разреза туманности. При этом, размер примененной при регистрации щели соответствовал на измеряемой пластинке квадрату со стороной в 2, 3 угловых секунды. Рис. 1 служит иллюстрацией направлений фотометрических разрезов туманности.

На рис. 2 дано распределение поверхностной яркости NGC2261 в сечениях I, II, III и IV в фиолетовых и желтых лучах. Там же приведены кривые, показывающие изменения цвета по туманности в тех же сечениях.

На рис. 3 приведены результаты обработки негативов, полученных с применением поляроида. Тут необходимо отметить, что длительность экспозиции при получении каждого из трех снимков (снятых в одну ночь) через поляризатор равнялась 20 минутам, а изменение зенитного расстояния NGC2261 от начала до конца получения этой серии снимков было незначительным. Поэтому, мы сочли возможным не учитывать влияние земной атмосферы, тем более, что снимки эти были получены в отличную наблюдательную погоду.

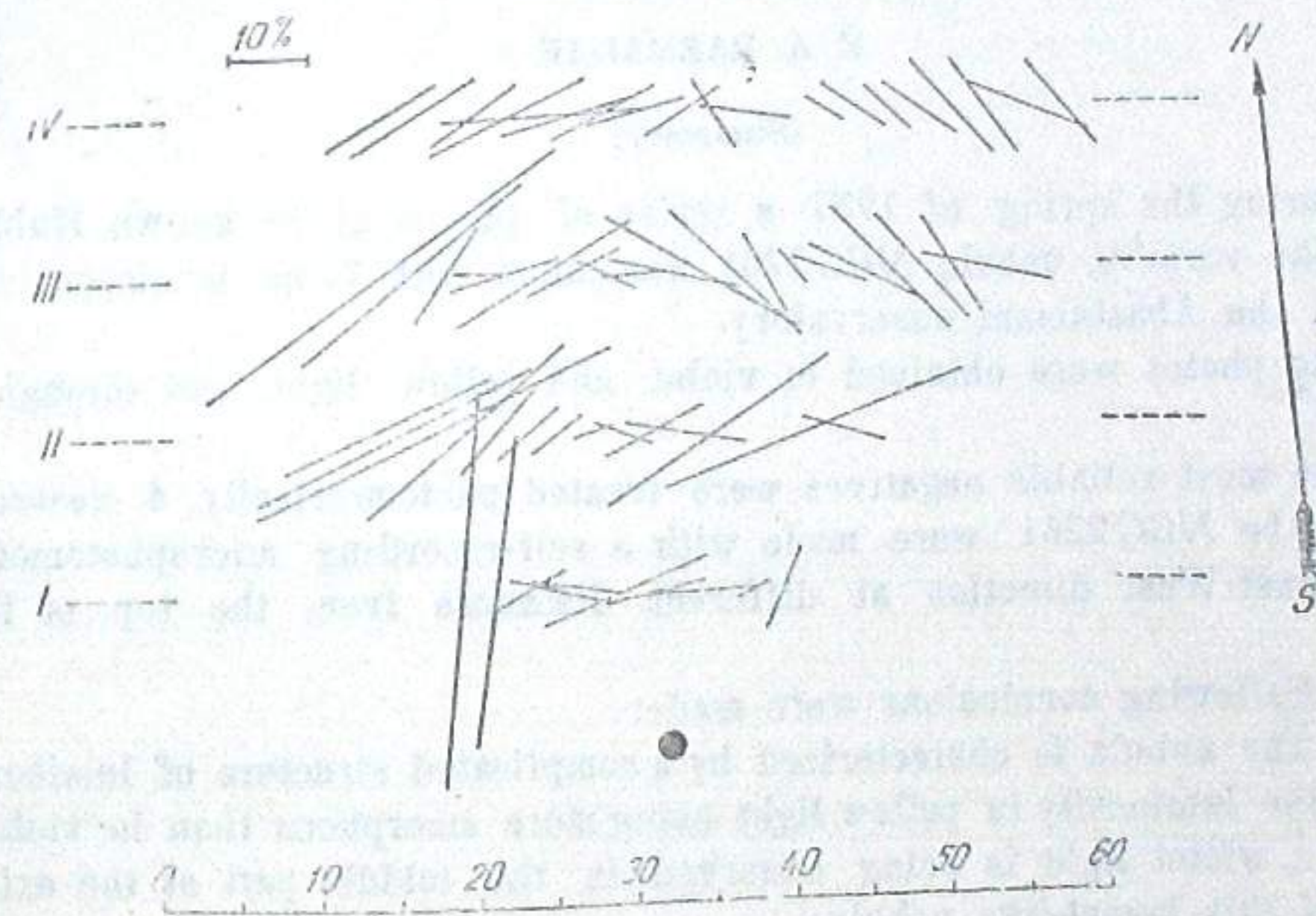


Рис. 3. Распределение характеристик поляризации света (степени поляризации и направления колебания светового вектора) для NGC 2261. Темным кружком помечена головная звезда. Значения расстояний по оси абсцисс соответствуют таковым, приведенным на рис. 2.

Рассмотрение приведенных на упомянутых рисунках результатов фотометрии, а также непосредственный просмотр негативов на компараторе, дает возможность сделать следующие выводы.

1. NGC2261 характеризуется сложной структурой светящегося вещества; причем, свечение в желтых лучах более аморфно чем в фиолетовых.

2. Более голубой цвет в этой кометообразной туманности наблюдается в средней части ее осевой области.

3. Поляризация в *NGC 2261* распределена, в основном, радиально относительно головной части туманности. (Это совпадает с результатом исследования, выполненного недавно Э. Е. Хачикяном [4]). В среднем она равна 19%. Наибольшая степень поляризации (подчас доходящая до 60%) наблюдается в расположенной на востоке дуге светящегося вещества. Последнее хорошо иллюстрируется репродукциями с двух поляроидных снимков, приведенных на рис. 4. Между прочим, указанная деталь, как видно по фотоснимкам Лампланда [3], подвержена наибольшей изменчивости в яркости.

4. Нет зависимости между цветом и степенью поляризации в туманности.

Сентябрь, 1958.

SOME RESULTS OF THE PHOTOMETRY OF THE COMETARY NEBULA *NGC 2261*

N. A. RAZMADZE

(Summary)

During the spring of 1957 a series of photos of the known Hubble comet-like variable nebula *NGC 2261* was taken with 70-cm meniscus telescope of the Abastumani observatory.

The photos were obtained in violet and yellow light and through a polaroid.

The most reliable negatives were treated photometrically. 4 cross-sections of the *NGC 2261* were made with a self-recording microphotometer in the East-West direction at different distances from the top of the nebula.

Following conclusions were made:

1. The nebula is characterized by a complicated structure of luminous matter; the luminosity in yellow light being more amorphous than in violet.
2. A violet light is being observed in the middle part of the axial region of this comet-like nebula.
3. The polarization in *NGC 2261* is mainly radial with respect to the head of the nebula. Its average value is equal to 19%. The maximum rate of polarization (sometimes it is equal to 60%) is observed in the east stream of the nebula. This fact is illustrated by the fig. 4.
4. There is no correlation between colour and polarisation of the nebula.

September, 1958.

ЛИТЕРАТУРА

1. Амбарцумян В. А. Явление непрерывной эмиссии и источники звездной энергии. Сообщ. Бюраканской обс., 1954, вып. 13.
2. Амбарцумян В. А. О природе кометообразных туманностей. Вопросы космогонии, 1955, 4, 76—86.
3. Duncan J. C. Lampland's study of Hubble's variable nebula *NGC 2261*. Publ. Astr. Soc. of the Pacific, 1956, 68, 517—519.
4. Хачикян Э. Е. Поляриметрическое исследование *NGC 2261*. Сообщения Бюраканской обсерватории, 1958, 25, 67—74.

ИЗОФОТЫ ПЛАНЕТАРНОЙ ТУМАННОСТИ NGC6853 В ИЗЛУЧЕНИИ $\lambda 3727$ [OII]

Н. А. РАЗМАДЗЕ, Р. С. ИРОШНИКОВ, Э. В. КОТОК

Поверхностная фотометрия планетарной туманности в лучах определенных, присущих ей эмиссионных линий, соответствующих различным химическим элементам, представляет несомненный интерес. Это, в частности, обусловлено тем, что по результатам фотометрии можно установить многие важные физические характеристики планетарной туманности, как то, относительное изобилие различных химических элементов в различных частях туманности, степень проникновения ионизирующего излучения ядра туманности в объем туманности, электронную температуру в различных местах туманности. В конечном счете все эти данные служат делу дальнейшей разработки теории о том, какие силы контролируют движение газов в планетарной туманности и предопределяют ее наблюдаемую форму, а также каков механизм образования и развития данного объекта.

Детальное поверхностное фотометрирование сравнительно точно можно выполнить для планетарной туманности большого углового размера. В этом смысле интересно изучение NGC6853, являющейся второй по величине (диаметр яркой части — около 8 угловых минут) среди планетарных туманностей. К настоящему времени опубликованы результаты поверхностной фотометрии NGC6853 в суммарном излучении [1, 2]. Но, они не могут служить для определения указанных выше характеристик туманности. В связи с этим нами было решено получить картину изофот NGC6853 в излучении возможно большего числа химических элементов, например, водорода, гелия, кислорода, неона, серы.

Программа эта (как в части наблюдений, так и в смысле обработки их) не выполнена полностью и поэтому в настоящей заметке мы приводим результаты поверхностной фотометрии NGC6853 лишь в излучении фиолетового дублета $\lambda 3727$ ионизованного кислорода.

Фотометрия туманности была выполнена нами по негативам, полученным на 70-см менисковом телескопе (относит. отверстие 1:3). NGC6853 фотографировалась на пластинках Кодак ОаО с применением ультрафиолетового фильтра УФС-1. Такая комбинация пластинки и фильтра с учетом пропускания мениска и отражения алюминированного зеркала телескопа давала возможность получать фотографии в интервале длины волн от 3300 \AA до 4100 \AA (при этом максимум чувствительности аппаратуры падал на 3700 \AA). В случае NGC6853 это означало фотографирование практически в излучении ионизованного кислорода в $\lambda 3727$, ибо согласно спектроскопическому исследованию Минковского [3] относительная интенсивность эмиссионного излучения туманности в наиболее сильных линиях, которые попадают в вышеупомянутый интервал длин волн, такова: $J_{\lambda 3727} : J_{\lambda 3869} : J_{\lambda 3968} = 45.0 : 9.5 : 4.5$.

Из ряда фотонегативов *NGC 6853* для фотометрии были взяты два негатива, полученные с экспозициями в 26 минут и 2 часа. Результаты промеров первого из них послужили для построения изофот более яркой, в основном центральной, части туманности. Измерения второго же дали изофоты менее ярких деталей *NGC 6853*. Негативы измерялись на регистрирующем микрофотометре МФ-4. Записи распределения почернения вдоль туманности — от центра к краю — были проведены для 36 направлений, отличающихся друг от друга на 10° .

На рис. 1 представлена картина изофот *NGC 6853* в излучении $\lambda 3727$. Для наглядности на фото 1 даны репродукции с негативом *NGC 6853*, полученных с указанными выше двумя различными экспозициями.

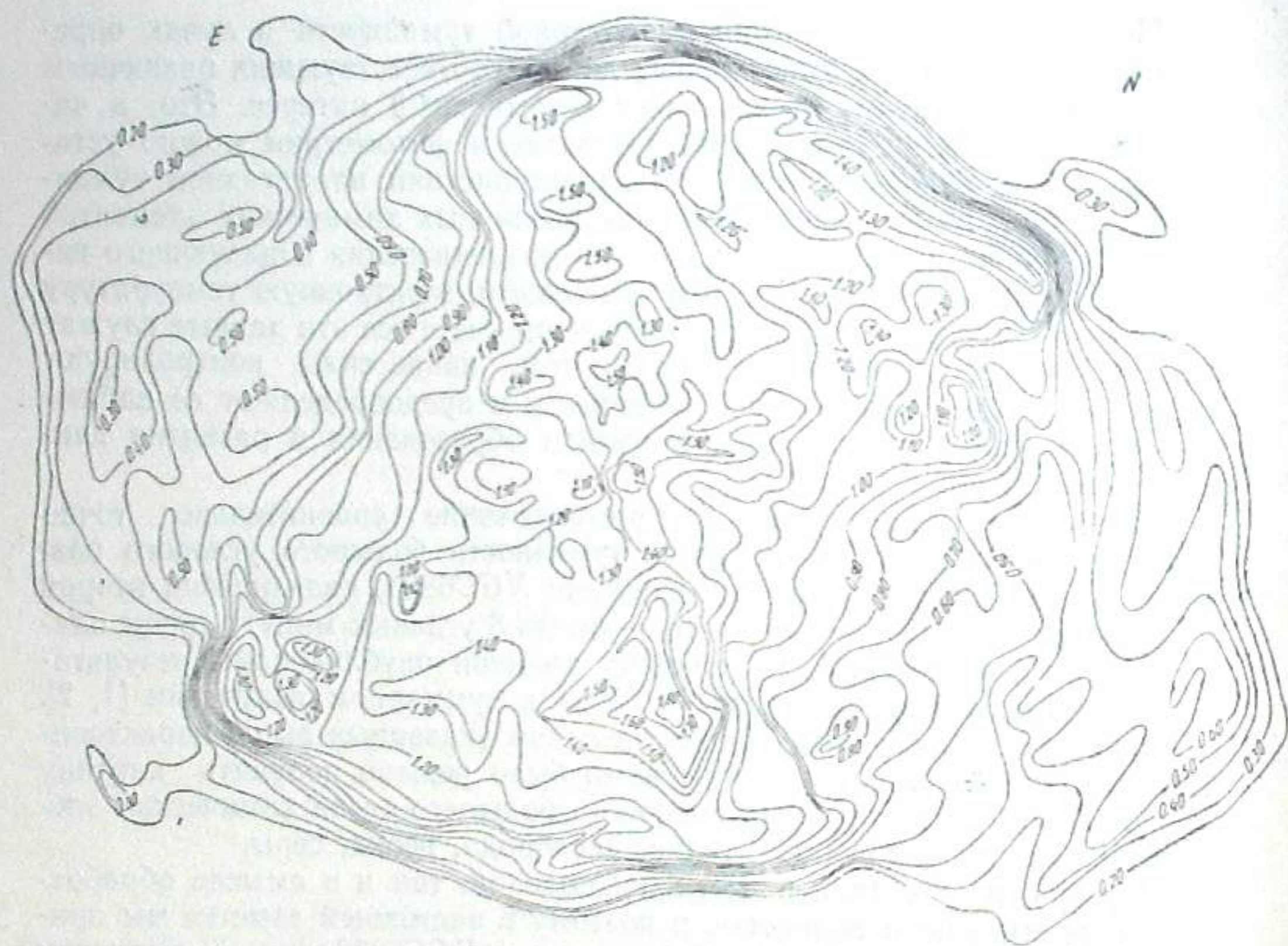


Рис. 1. Изофоты *NGC 6853* в излучении $\lambda 3727$ [OII].
Значения интенсивностей даны в логарифмах

Достойно упоминания, что на 2-х часовом негативе хорошо выявилась (хотя и вышедшая недодержанной) обширная вторая оболочка *NGC 6853*, прослеживаемая до расстояния равного от центра удвоенному радиусу основной яркой части туманности. Наибольшая поверхностная яркость второй оболочки наблюдается в направлениях наименьшей яркости основной, более яркой части туманности. На фото II дана репродукция с 2-х часового негатива *NGC 6853*, на которой (хотя и гораздо хуже чем на оригинальном негативе) видны следы второй оболочки туманности.

NGC 6853 нами была сфотографирована также в излучении $H\text{I} + [N\text{II}]$ около H_α -линии. При этом применялись пластинки Кодак ОаЕ и светофильтр КС-10. Микрофотометрическое измерение полученных таким пу-

тем негативов не проводилось нами, ибо сопоставление их на компараторе с негативами, снятыми в лучах $\lambda 3727$ показало тождественное распределение яркости в *NGC 6853* для излучения водорода (отчасти с примесью излучения ионизованного азота) и ионизованного кислорода. Это естественно, так как, как известно, потенциалы ионизации водорода, кислорода и азота не очень различаются между собой.

Таким образом можно заключить, что картина изофот *NGC 6853* в $H\text{I} + [N\text{II}]$ и $\lambda 3727$ лучах одинакова. Тут необходимо отметить, что для построения изофот целесообразней было использовать негативы, полученные в ультрафиолетовых лучах, т. к. звездный фон на них значительно меньше чем на негативах полученных в красных лучах, т. е. значительно меньшее число звездных изображений проектируется на туманность.

Сентябрь, 1958.

ISOPHOTES OF THE PLANETARY NEBULA *NGC 6853* IN THE LIGHT $\lambda 3727$ [OII]

N. A. RAZMADZE, R. S. IROSHNIKOV, E. W. KOTOK

(Summary)

With the 70-cm meniscus type telescope the photographs *NGC 6853* have been obtained in the light $\lambda 3727$ [OII] (Photo's I and II). From results of their measurements the isophotes (Fig. 1) have been constructed.

September, 1958.

ЛИТЕРАТУРА

1. Воронцов-Вельяминов Б. А., Крамер О. Фотометрическое исследование планетарной туманности *NGC 6853* (в Лисичке), *Астроном. журн.*, 1937, 14, 301—305.
2. Размадзе Н. А. Фотометрия планетарной туманности *NGC 6853* („Гантель“) *Астроном. журн.*, 1956, 33, 698—707.
3. Minkowski R. Spectra of planetary nebulae of low surface brightness, *Aph J.*, 1942, 95, 243—247.

ОПЫТ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЛУЧЕВЫХ СКОРОСТЕЙ ЗВЕЗД С ПОМОЩЬЮ ОБЪЕКТИВНОЙ ПРИЗМЫ, УСТАНОВЛЕННОЙ ПЕРЕД 70-см МЕНИСКОВЫМ ТЕЛЕСКОПОМ*

Р. И. КИЛАДZE

Наличие в Абастуманской астрофизической обсерватории нового менискового телескопа довольно большого (70-см) отверстия, снабженного 72-см объективной призмой, и большая потребность в массовых данных о лучевых скоростях относительно слабых звезд для решения многих важных проблем астрофизики и звездной астрономии поставили перед обсерваторией задачу опытного определения лучевых скоростей звезд.

Настоящая статья посвящена изложению результатов выполненной нами опытной работы.

Поскольку для проведения работы применялся новый менисковый телескоп, недавно установленный в обсерватории, естественно, оказалось необходимым предварительно исследовать его оптические характеристики и в первую очередь те, которые могут оказывать влияние на качество определения лучевых скоростей.

Статья состоит из двух, почти самостоятельных глав. Первая глава посвящена изложению результатов исследования телескопа и призмы. Вторая глава содержит изложение собственно опытной работы по определению лучевых скоростей звезд.

Глава I

ИССЛЕДОВАНИЕ 70-см МЕНИСКОВОГО ТЕЛЕСКОПА И ОБЪЕКТИВНОЙ ПРИЗМЫ

Общее описание телескопа и пульта управления им

Оптика 70-см менискового телескопа, установленного в Абастуманской астрофизической обсерватории в конце 1955 года, представляет собой известную менисковую систему Д. Д. Максимова (фото 1). Менисковая линза изготовлена из увиолевого стекла КЗ. Диаметры светового отверстия равны для мениска M (рис. 1) 700 мм и главного зеркала S 975 мм. Телескоп работает в двух оптических схемах.

Первая, светосильная схема имеет относительное отверстие 1:3, фокусное расстояние 2100 мм, при поле зрения $4^{\circ}50'$. Фотографирование производится на пластинках размером 18x18 см. Поле плоское, что достигается применением линзы L_1 . Кассета устанавливается снаружи трубы в специальный загрузочный люк. Закрытая кассета закрепляется на подвижной каретке, затем крышка люка закрывается и поворотом ру-

* Работа является основой кандидатской диссертации автора.

коячки каретка с кассетой транспортируется на рабочее место, а крышка кассеты автоматически снимается и остается в загрузочном люке.

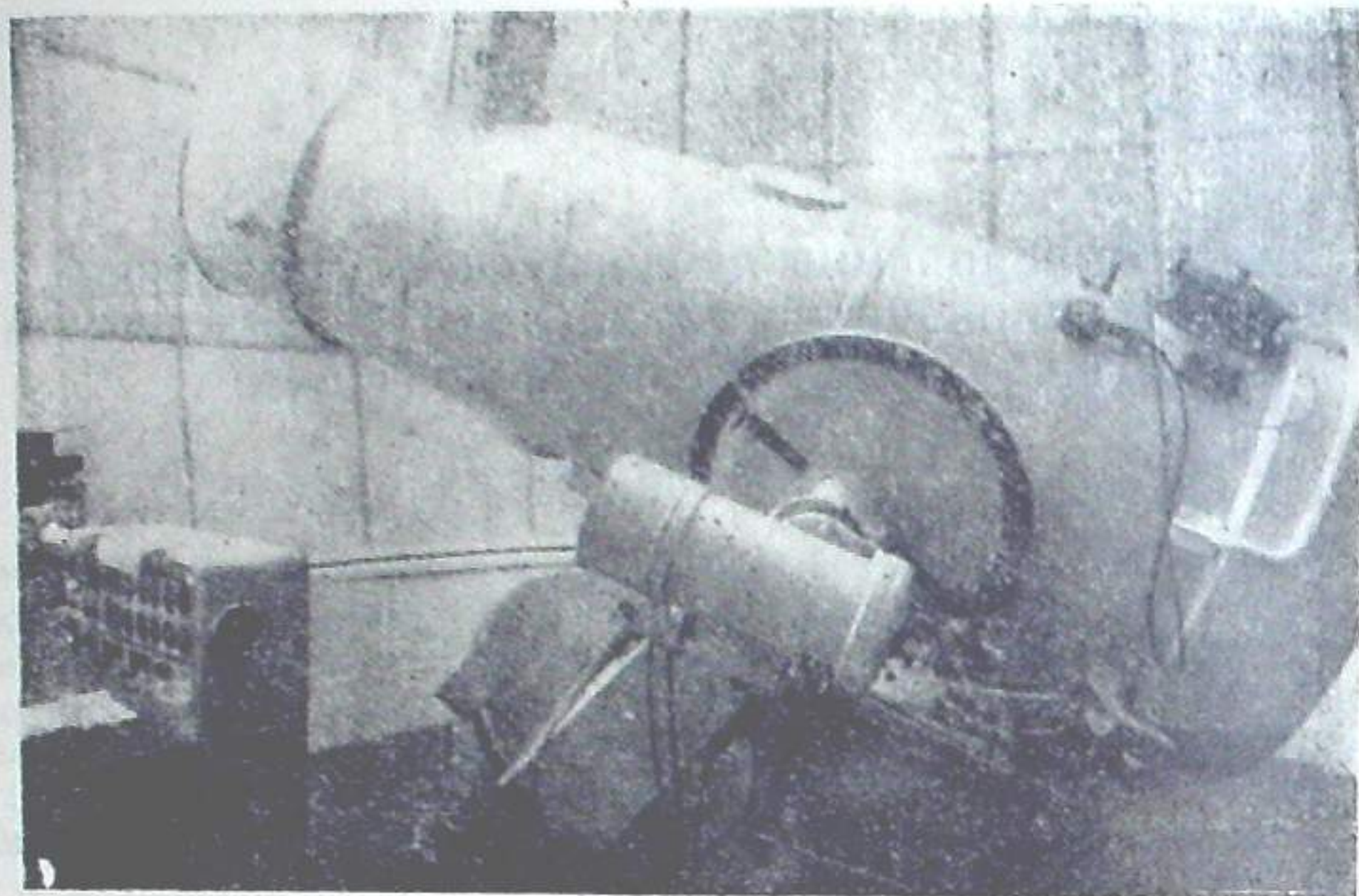


Фото I

Для гидирования служат два менисковых гида диаметром 200 мм и фокусным расстоянием 2500 мм, установленных на цапфах оси склонения. Компактность гидов (длина тубуса вместе с ломаной окулярной частью равна 86 см), хорошие изображения звезд, эквивалентное фокусное расстояние, превосходящее длину фокуса телескопа, и, наконец, расположение по обе стороны, заметно облегчают качественное гидирование. Гиды имеют возможность поворота на угол отклонения объективной призмы, в пределах $\pm 8^\circ$.

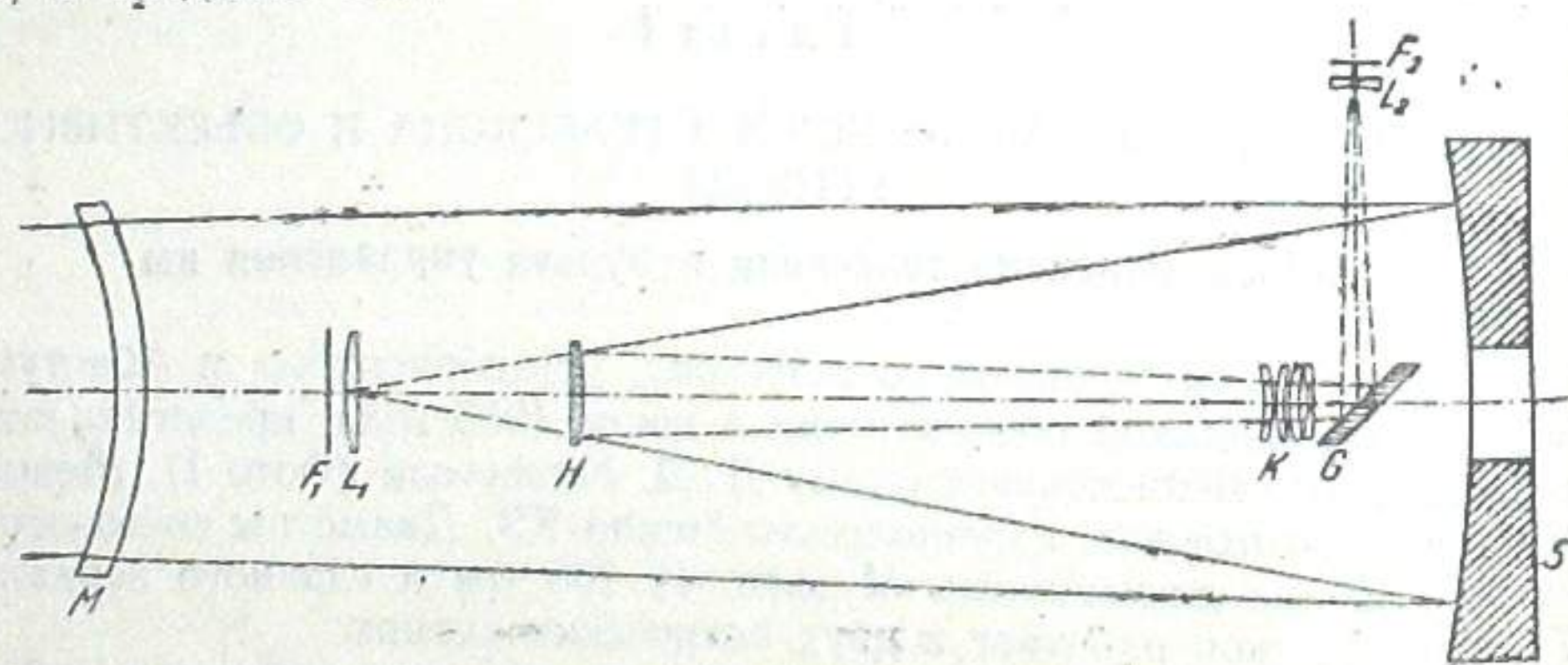


Рис. 1

Для работы во втором фокусе, на пути сходящегося пучка лучей ставится гиперболическое зеркало H . Отраженный от него пучок, проходя через компенсатор K и отражаясь от диагонального зеркала G , выходит из трубы сбоку. Перед фокальной плоскостью F_2 второго фокуса помещена полеспрямляющая линза L_2 . Относительное отверстие второй схемы 1:15, а фокусное расстояние 10500 мм, при поле зрения $40'$. Данное

поле зрения образуется линзовым компенсатором из плавленого кварца. Он может быть заменен другим компенсатором, дающим поле $20'$, но с меньшими оптическими потерями. Во втором фокусе могут производиться как фотографирование на пластинках размером 13 x 13 см, так и визуальные наблюдения. При фотографировании гидирование осуществляется по известному принципу Ричи.

Для спектральных работ инструмент снабжен объективной призмой диаметром 72 см и с углом 8° , изготовленной из стекла ЛФ7, а также дифракционным спектрографом, устанавливаемым во втором фокусе.

Спектральное пропускание объективной призмы доходит до 3500 Å.

Затвор представляет собой зачерненную металлическую пластину, вращающуюся вокруг оси в пределах 90° с помощью электромотора. Пластина расположена перед гиперболическим зеркалом и работает на оба фокуса. В открытом состоянии, т. е. при экспонировании, пластина затвора примыкает к внутренней стенке трубы. При окончании экспозиции она заслоняет гиперболическое зеркало и кассету первого фокуса от главного (сферического) зеркала (но не защищает от света, рассеянного внутри трубы). Затвор срабатывает за 2—3 секунды.

Монтировка телескопа вилочная. Движение осуществляется с помощью электромоторов, приводимых в действие с пульта управления, (фото II) или с помощью клавиш. Мотор установочного движения осу-

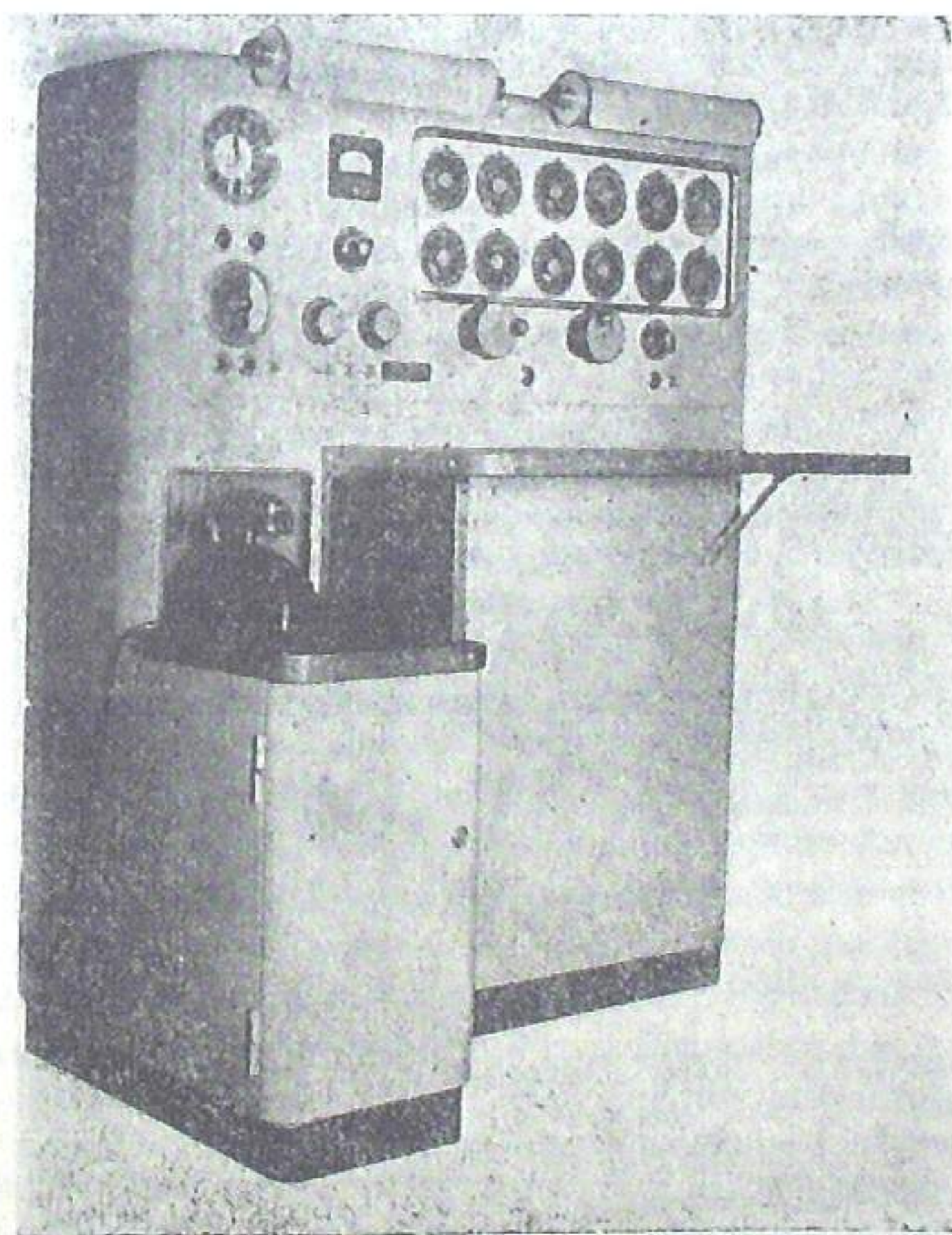


Фото II

ществляет перемещение со скоростью 1° в секунду; грубое движение происходит со скоростью $1'$ в секунду и тонкое — со скоростью $2''$ в секунду.

На пульте управления имеются шкалы установки (нижний ряд) и шкалы отработки координат (верхний ряд). Установив склонение и прямое восхождение объекта, подлежащего наблюдению, наблюдатель простым нажатием кнопки приводит телескоп в движение одновременно по обеим координатам.

При этом, шкалы отработки координат в каждый момент показывают фактическое положение телескопа, т. е. они следуют за положением трубы телескопа при движении. В момент установки инструмента в нужном положении показания шкал отработки координат совпадают с показаниями установочных шкал и движение прекращается. Точность установки, — порядка 2—3 минут дуги, — достаточна для попадания звезды в поле зрения гида. Установка телескопа занимает не более 3-х минут.

Кроме этого, с пульта управления осуществляется автоматическое расширение спектра путем добавочного принудительного движения телескопа по прямому восхождению, придаваемого посредством отдельного мотора. Направление движения меняется на обратное через определенные интервалы времени. Для исключения эффекта сближения меридианов при увеличении склонений наблюдаемых звезд, скорость мотора расширения спектра меняется, посредством реостата, устанавливаемого соответственно значению склонения так, что ширина спектра остается неизменной. Механизм расширения спектра позволяет получать спектры шириной 0,2, 0,3, 0,4, 0,6, и 1,2 мм.

На пульте управления имеется также устройство для автоматического закрывания затвора в конце заданной экспозиции. Максимальная возможная экспозиция с применением автомата — 3 ч. 45 мин. Автоматическая установка экспозиции осуществляется с точностью до 0,5 минуты. Открытие и закрытие затвора можно осуществлять также с помощью клавиша.

На пульте управления имеются также устройства для быстрого отключения телескопа от часового механизма и замедления движения телескопа по прямому восхождению в 5 раз. Эта последняя мера необходима при наблюдениях во втором фокусе, чтобы линейная скорость перемещения звезды на пластинке при движении телескопа не оказалась слишком большой.

Специальный горизонтальный выключатель исключает возможность опускания трубы ниже горизонта.

В нижней части пульта находится электрический часовой механизм, связанный с телескопом карданной передачей. Часовой механизм приводится в действие асинхронным двигателем ДВА-УЗ мощностью 30 вт.

Секундный контроль устроен следующим образом. С помощью системы реле и магнитного усилителя напряжение на двигатель подается в момент поступления электрического импульса от часов. С двигателем соединен диск с кулачком, который прерывает электрическую цепь через каждую секунду. Таким образом, при вращении двигатель выключает сам себя. Продолжительность интервала времени, в течение которого двигатель остается включенным, регулируется его же ходом: при опережении двигатель выключается раньше и наоборот. Для уменьшения периодических ошибок в часовом ведении, вращение полярной оси осуществля-

ется с помощью двух синхронно работающих червяков, расположенных в двух концах диаметра шестерни.

Подробное описание часового механизма можно найти в [1]. Оптика телескопа рассчитывалась под руководством Г. Г. Слюсарева. Телескоп был изготовлен в Государственном оптическом институте имени С. И. Вавилова под руководством главного конструктора Б. К. Иоаннисяни. В проектировании принимали участие конструкторы Б. Я. Карасик, Д. М. Фролов, М. К. Яроцкая и др. Мениск и главное зеркало были изготовлены оптиком М. А. Степановым, а объективная призма и гиперболическое зеркало — Л. В. Симоненко. Юстировал телескоп М. А. Уханов. Собирали прибор механики К. К. Шулепов, В. Н. Кулемин и др.

Об исследовании телескопа

Почти весь 1956 год ушел на юстировку телескопа, опытные снимки, а также и на программные снимки по плану обсерватории. Лишь в 1957 году мы приступили к планомерному и детальному исследованию телескопа. Эти исследования касаются лишь первичного фокуса (2100 мм).

В процессе эксплуатации телескопа уже в первые месяцы выяснилось, что его полярная ось не сохраняет постоянного направления в пространстве при движении телескопа. Это неприятное явление также исследовано нами.

Некоторые оптические характеристики телескопа были оценены уже в 1956 году, сейчас же после установки телескопа. Эти данные также приводятся в настоящей работе.

Иррегулярное движение полярной оси

Как отмечено, в процессе эксплуатации телескопа выяснилось, что его полярная ось не сохраняет неизменного направления в пространстве, а несколько колеблется при различных положениях телескопа. Особенно явно наблюдалось это явление при переходе через меридиан: звезда, которая довольно хорошо держалась вблизи креста нитей гида (пока она бывала на востоке от меридиана), начинала довольно быстро смещаться по δ , когда переходила через меридиан. Такую же картину давали снимки полюса с экспозицией более 15 м, произведенные как в первичном так и во вторичном фокусе.

Создавалось впечатление, что при вращении телескопа полярная ось несколько смещается к Западу и имеет как бы два направления, различные для положений телескопа до и после меридиана.

Явление было замечено для положений телескопа вблизи меридиана, но не было известно, как будет вести себя телескоп в других положениях.

Это обстоятельство побудило нас заняться детальным изучением движения полярной оси.

С этой целью был использован метод, который в первоначальном виде применялся Д. А. Рожковским [2].

Мы фотографировали околополярные звезды следующим образом. Телескоп направлялся на полюс при часовом угле $t=13^h$ с этого положения вращался вокруг полярной оси с наибольшей возможной скоростью (установочным движением) в направлении суточного вращения до $t=11^h$. После почти полного оборота инструмент сейчас же возвращался обратным движением в исходное положение. При этом, через

каждый один час по часовому углу, движение прерывалось на несколько секунд при открытом затворе.

В результате, каждая звезда давала на пластинке след в качестве несколько деформированного круга, на котором в виде звездных изображений образовывались точки, соответствующие местам звезд при остановках телескопа.

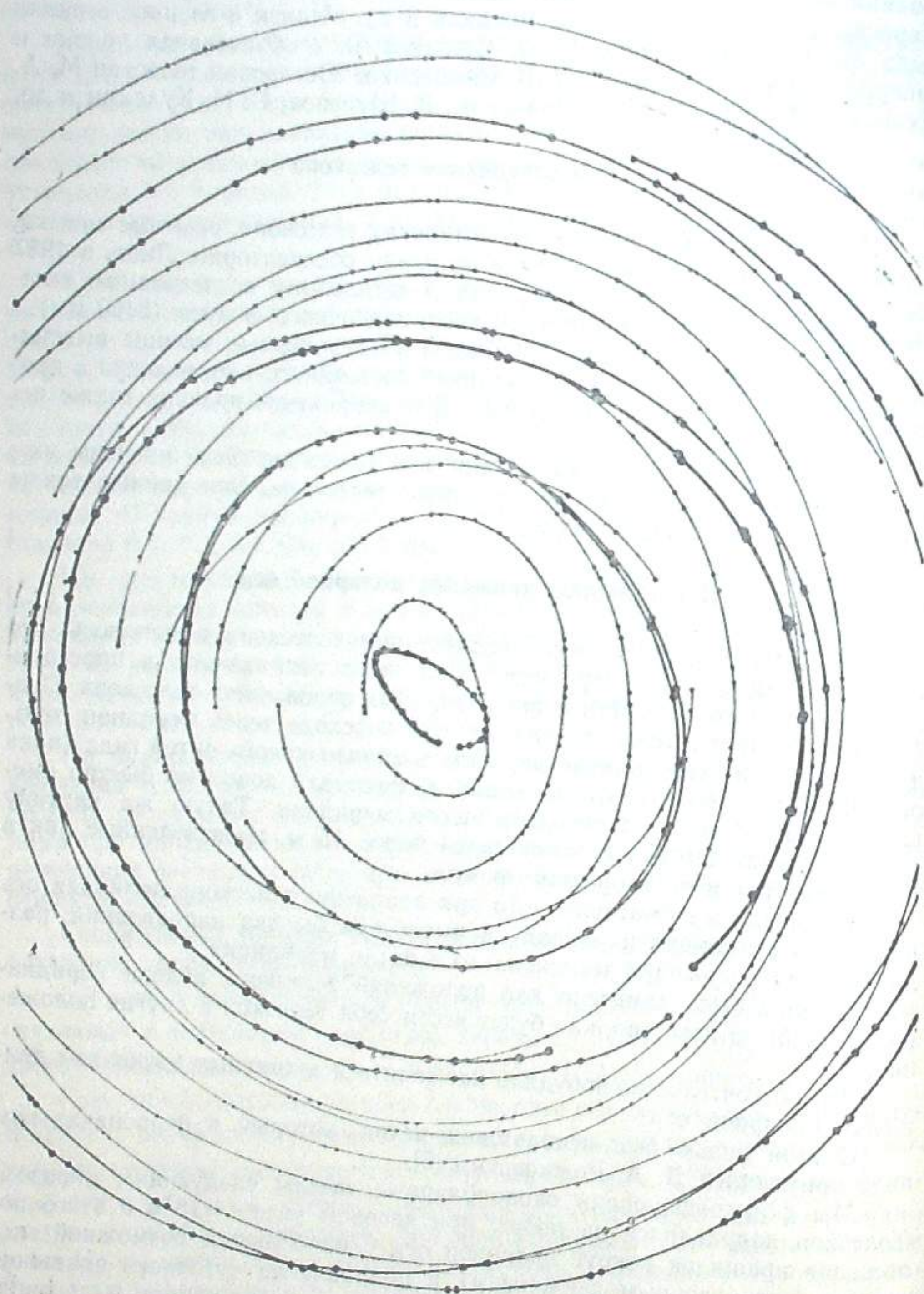


Рис. 2

Вся процедура съемки занимала около 15 минут. За это время звезды успевали довольно сильно сместиться из-за суточного движения. Поэтому, при каждом часовом угле получалась пара звездных изображений. При вычислениях брались координаты средних положений этих пар, чем исключалось влияние суточного вращения звезд.

Таким путем было получено два негатива: № 191, 27 августа, и № 342, 6 декабря 1956 года, которые и были использованы для измерений (рис. 2, относящийся к увеличенному негативу № 342).

Сущность применяемого метода заключается в следующем. В каждый отдельный момент телескоп совершает вращение вокруг мгновенной оси. Ее проекция на пластинке будет центром кривизны соответствующего отрезка дуги, описанной изображением звезды. Следовательно, нужно отыскать на негативе совокупность центров кривизны дуг, соответствующих различным часовым углам телескопа и соответствующие точки на небесной сфере.

Для определения радиусов кривизны и координат центра кривизны использовались звездные изображения, полученные в моменты остановок телескопа. Принималось, что между этими двумя остановками направление полярной оси не менялось и, следовательно, след звезды на пластинке представляет собой дугу круга.

При таком предположении легко видеть (рис. 3), что радиус кривизны

$$r = OC = \frac{AB}{2 \sin \angle AOC}, \quad (1)$$

где точки A и B представляют два соседних изображения звезды, а $\angle AOB = 15^\circ$.

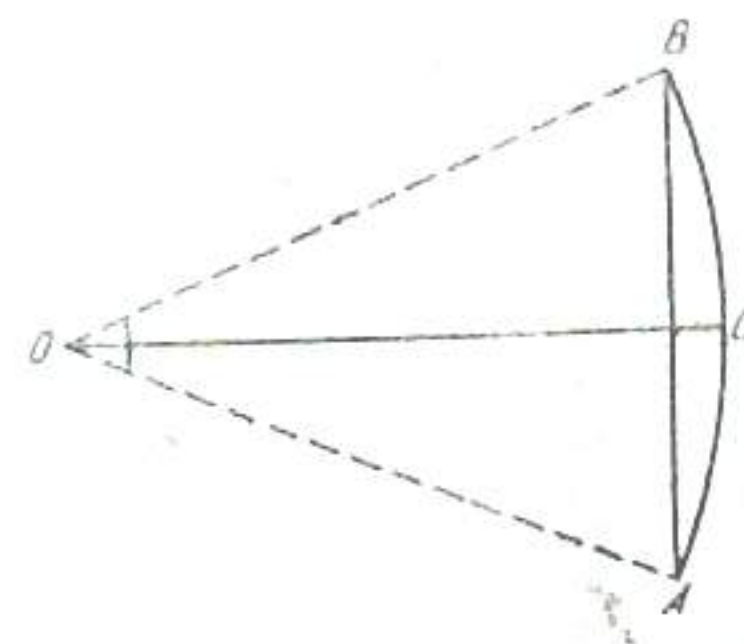


Рис. 3

Если известно расстояние AB и угол ψ , составленный \overline{AB} с осью X -ов, то легко вычислить величину радиуса QC и его направление. Следовательно, мы получим положение центра кривизны относительно точки C , которая соответствует звезде при некотором среднем часовом угле телескопа.

Угол между OC и осью X -ов будет равен $\psi + 90^\circ$. Для перехода на неподвижную систему координат эту величину нужно изменить еще на угол t , чтобы учесть влияние поворота пластинки вместе с телескопом.

Если соответственно ориентировать пластинку в измерительном приборе, то позиционный угол инструментального полюса относительно звезды будет равен $p = \psi + t$.

С помощью величин « ρ » и « r » (расстояния от звезды до инструментального полюса) вычислялись прямоугольные координаты следа мгновенной оси на небесной сфере ΔA и $\Delta \varphi$ (относительно звезды) и координаты X и Y относительно центра полученной кривой:

$$X = \Delta A - \overline{\Delta A},$$

$$Y = \Delta \varphi - \overline{\Delta \varphi}.$$

Для уменьшения всевозможных ошибок нужно выбрать звезду по возможности ближе к полюсу. В этом отношении особенно удачным оказался негатив № 342, на котором удалось получить изображения звезды 12-ой величины, удаленной от полюса всего на $2'$. Кроме этого, на обеих пластинках были использованы изображения звезды *NPS14*, отстоящей от полюса на расстоянии $12'$.

Результаты этих вычислений даны в таблице 1. В ней координаты представлены в секундах дуги.

Таблица 1

t	Негатив № 342		Негатив № 191		Ср. взвешенное	
	X	Y	X	Y	X	Y
(12 ^h)	+15	+36	+17	+39	+16	+37
13.5	-17	+51	-33	+34	-22	+45
14.5	-29	+32	-46	+23	-35	+29
15.5	-53	+10	-45	+12	-50	+11
16.5	-34	-20	-43	-23	-37	-21
17.5	-22	-43	-21	-37	-22	-41
18.5	+8	-51	+7	-50	+8	-51
19.5	+38	-47	+30	-43	+35	-46
20.5	+60	-17	+61	-17	+60	-17
21.5	+74	-4	+66	+4	+71	-1
22.5	+66	+29	+58	+26	+63	+28
23.5	+41	+45	+48	+42	+43	+44
0.5	+7	+51	-8	+41	+2	+48
1.5	-45	+28	-36	+32	-42	+29
2.5	-83	-1	-75	-2	-80	-1
3.5	-75	-52	-68	-27	-72	-44
4.5	-51	-64	-49	-53	-50	-60
5.5	-28	-61	-9	-49	-22	-57
6.5	+13	-39	+6	-49	+11	-42
7.5	+22	-16	+27	-21	+25	-18
8.5	+33	+15	+41	+10	+38	+13
9.5	+20	+47	+40	+36	+27	+44
10.5	+23	+54	+16	+37	+21	+48

Сравнение между собой данных табл. 1 показывает, что характер движения полярной оси одинаков для обеих пластинок. При образовании средних значений данные негатива № 342 были взяты с двойным весом, так как на нем измерения велись по изображениям двух звезд. Отклонения отдельных значений X и Y от соответствующих средних величин составляют в среднем $5''$, так что кривая проводится довольно уверенно.

Картина движения полярной оси телескопа показана на рис. 4. Цифры около точек показывают часовой угол, которому соответствует данная точка.

Телескоп не может (по механическим причинам) принять положение, соответствующее часовому углу 12^h , поэтому вблизи соответствующего места на рис. 4 проведена пунктирная кривая.

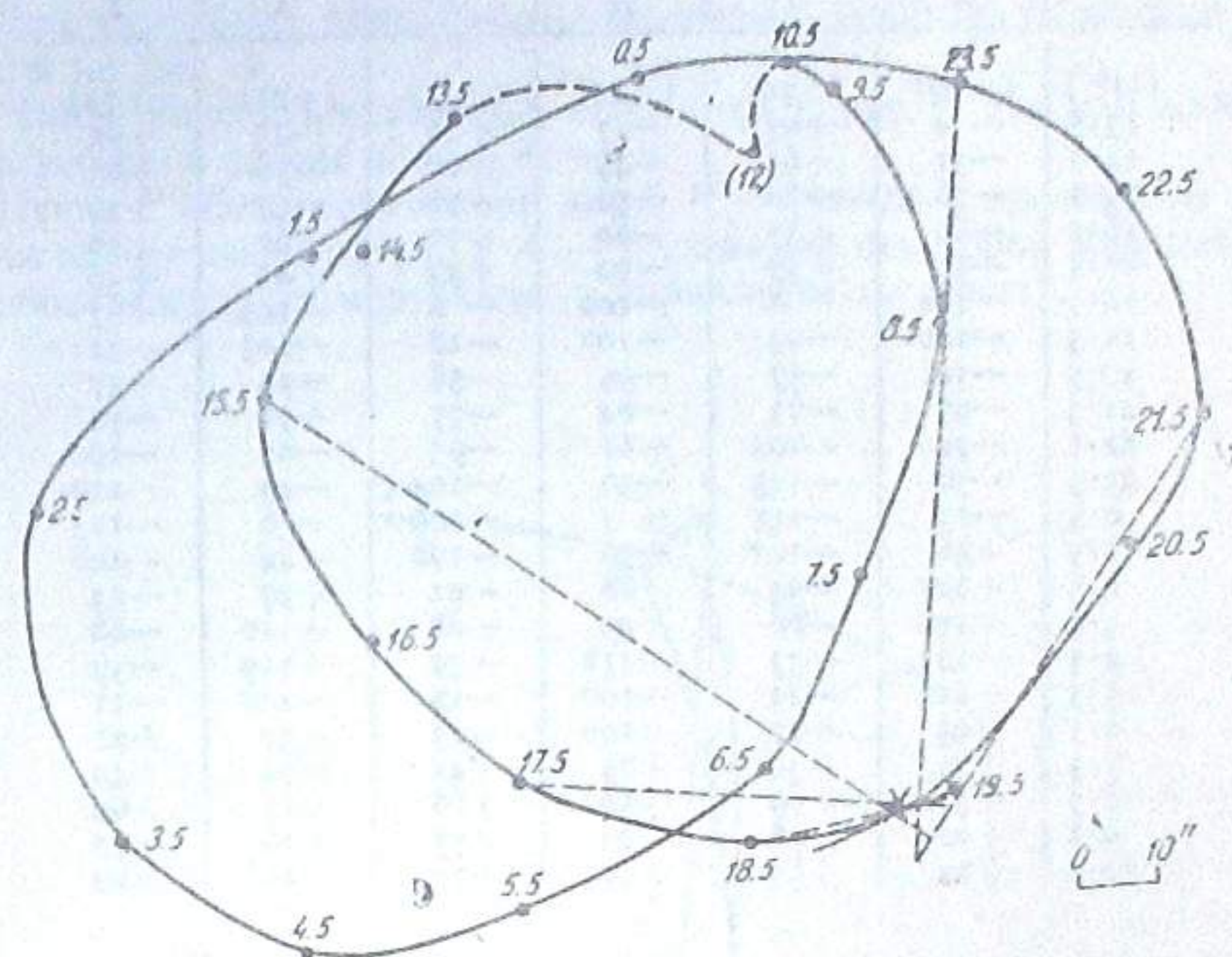


Рис. 4

Как видно из рис. 4, за один оборот телескопа его полярная ось совершает два оборота вокруг средней точки, причем отклонения от нее достигают $1'$ и больше. Следует обратить внимание на то обстоятельство, что один негатив получен на несколько месяцев раньше другого, но результаты получились все-таки вполне сходными.

Такая аномалия движения полярной оси, по-видимому, вызвана различной степенью гнущия вилки при различных положениях телескопа и может быть тем, что экваториальное сечение полярной оси не является правильным кругом.

Кроме данных табл. 1 нами были вычислены координаты следа мгновенной оси на фотопластинке, — относительно подвижной системы координат. Для этой цели с помощью рис. 3 были получены формулы:

$$X = \frac{x_1 + x_2}{2} + \frac{y_2 - y_1}{2 \sin \angle AOC}, \quad (2)$$

$$Y = \frac{y_1 + y_2}{2} - \frac{x_2 - x_1}{2 \sin \angle AOC};$$

где x_1, x_2, y_1, y_2 — суть координаты звездных изображений на пластинке, а X и Y — координаты следа мгновенной оси.

Результаты этих вычислений даны в табл. 2 и на рис. 5.

Таблица 2

t	Негатив № 342		Негатив № 191		Ср. взвешенное	
	X	Y	X	Y	X	Y
(12 ^h)	(+19)	(+70)	(+25)	(+75)	(+21)	(+72)
13.5	-9	+93	-27	+88	-15	+91
14.5	-31	+85	-45	+86	-36	+85
15.5	-56	+80	-52	+76	-55	+79
16.5	-80	+57	-80	+59	-80	+58
17.5	-92	+37	-90	+33	-91	+36
18.5	-104	+8	-102	+6	-103	+7
19.5	-106	-23	-102	-18	-105	-21
20.5	-101	-57	-95	-58	-99	-57
21.5	-97	-73	-84	-77	-93	-74
22.5	-72	-103	-61	-95	-68	-100
23.5	-39	-113	-50	-104	-43	-110
0.5	-13	-115	+7	-108	-6	-113
1.5	+48	-107	+36	-102	+44	-106
2.5	+101	-94	+88	-91	+97	-93
3.5	+116	-68	+99	-68	+110	-68
4.5	+123	-33	+112	-39	+119	-37
5.5	+112	-11	+100	-12	+108	-11
6.5	+95	+27	+100	+13	+97	+22
7.5	+71	+39	+79	+41	+74	+40
8.5	+51	+69	+58	+68	+53	+69
9.5	+22	+78	+40	+77	+28	+78
10.5	+22	+85	+19	+76	+21	+82

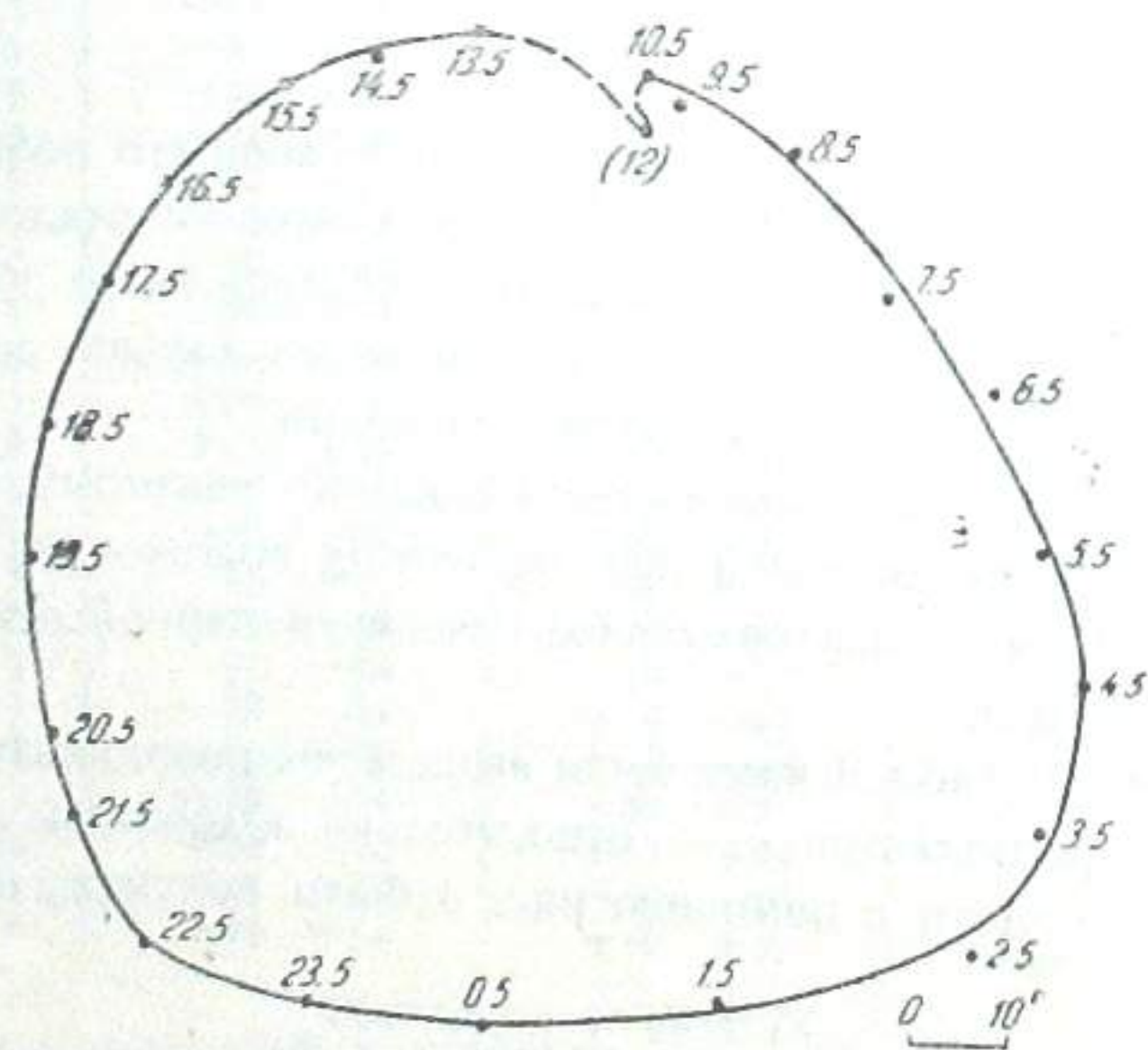


Рис. 5

Фотографирование полюса

Так как Северным полярным рядом часто пользуются для стандартизации негативов при фотометрических работах, то фотографирование полюса имеет важное значение.

На нашем инструменте фотографирование полюса сопряжено с большими трудностями из-за аномалий движения полярной оси.

Так как гидирование при фотографировании полюса не представляется возможным, нами был избран другой путь: был отыскан такой часовой угол для телескопа, при котором неправильность движения полярной оси сказывается наименьшим образом.

Для этого была использована некоторая особенность кривой, изображенной на рис. 4.

Чтобы пояснить сказанное, обратимся к рис. 6. На нем изображена часть небесной сферы вблизи полюса.

Пусть P обозначает полюс мира, P' — проекцию мгновенной оси вращения на небесную сферу, а A — положение некоторой близкой звезды. NZ обозначает дугу вертикала (направление на зенит).

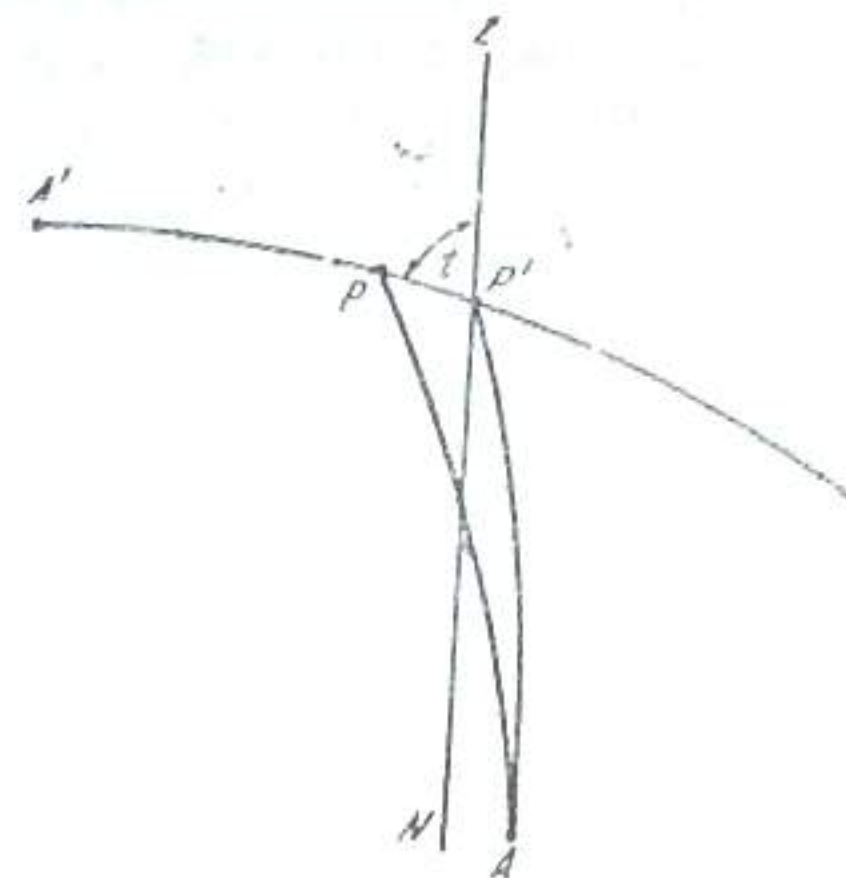


Рис. 6

Обычно, при исправлении установки полярной оси, телескоп наводят на близполюсную звезду и добиваются того, чтобы звезда не смещалась относительно креста нитей по направлению δ в течение некоторого интервала времени для различных положений телескопа.

Если телескоп наведен на звезду A при часовом угле t , то, вообще говоря, звезда будет перемещаться по δ . Такого перемещения не будет наблюдаться только в том случае, если звезда находится на большой дуге, проходящей через точки P и P' . Соответствующее положение звезды обозначено через A' .

Следовательно, если при некотором часовом угле t не наблюдается перемещение звезды по δ в окуляре гида, то можно утверждать, что на рис. 4 полюс мира будет лежать на прямой, проведенной через соответствующую точку кривой и составляющей угол t с направлением на зенит (с вертикальным направлением).

Проводя такие линии, мы убедились, что для положений телескопа к востоку от меридиана эти прямые пересекаются в точке, обозначенной крестом на рис. 4 (на рисунке проведено несколько таких линий). Для положений телескопа западнее меридиана этого не наблюдается.

Это означает, что возможна такая установка полярной оси, когда при любом положении телескопа восточнее меридиана звезда не будет перемещаться в окуляре гида в направлении δ .

Если установить полярную ось соответственным образом (что и было нами проделано), то, как видно из рис. 4, полюс мира будет близок к точке, соответствующей часовому углу, равному 19^h .

Если фотографировать полюс при этом часовом угле, то мгновенная ось вращения телескопа будет направлена параллельно оси вращения небесной сферы и, следовательно, изображения звезд получатся нерастянутыми.

Таким путем удается получить удовлетворительные снимки полюса при экспозиции длительностью до 30 мин.

Работа часового механизма

Плавность часового ведения была испытана нами следующим образом. С помощью мотора грубого движения мы непрерывно двигали телескоп по δ , по приобретении им постоянной скорости, открывали затвор. При идеально плавном часовом ведении телескопа следы звезд на пластинке должны получаться в виде прямых линий. Если же плавность нарушена, то вместо прямой должна получаться волнообразная линия. Амплитуда этой волны будет характеризовать величину отклонения звездного изображения от центрального положения. После исключения влияния атмосферного дрожания звезд оказалось, что влияние этой периодической ошибки не превосходит $0''.2$.

При эксплуатации телескопа выяснилось, что в поле зрения гиа звезды испытывают систематическое отставание от движения телескопа. Это явление было объяснено, как следствие влияния дифференциальной рефракции и гнутия вилки. Для уменьшения этого эффекта мы изменили ход контролирующих часов так, чтобы они отставали на одну секунду в течение часа.

Аналогичный случай описан в литературе [3].

Испытание по методу Гартмана. Техническая постоянная

Исследование телескопа методом Гартмана оказалось весьма затруднительным из-за невозможности смещать фотопластинку от фокуса более, чем на 1 мм. Дополнительное затруднение обусловлено невозможностью получения изображения от центральной зоны объектива; она экранируется кассетой.

По этим причинам, при предварительном исследовании телескопа пришлось ограничиться диафрагмой, имеющей 4 отверстия на расстоянии 16.2 см от центра и 8 отверстий — на 32.5 см.

Взаимное расположение этих отверстий показано на рис. 7.

С этой диафрагмой были получены: негатив № 158 при $f=9.9$ и негатив № 159 при $f=0.0$.

Фотографировалась α Сев. Короны в 9 положениях: в центре, в 1° и в 2-х градусах от центра, с четырех сторон от него. Измерения были выполнены на стереокомпараторе с увеличением 8х и ценой деления барабана микрометра 10 μ .

Результаты этих предварительных измерений будут приведены в дальнейшем.

Впоследствии нам удалось получить снимки с диафрагмой, изображенной на рис. 8.

Данная диафрагма содержит 48 отверстий, расположенных на 6 окружностях. Радиусы этих окружностей (зон) следующие: 15.8, 19.3, 22.8, 26.3, 29.8 и 33.3 см.

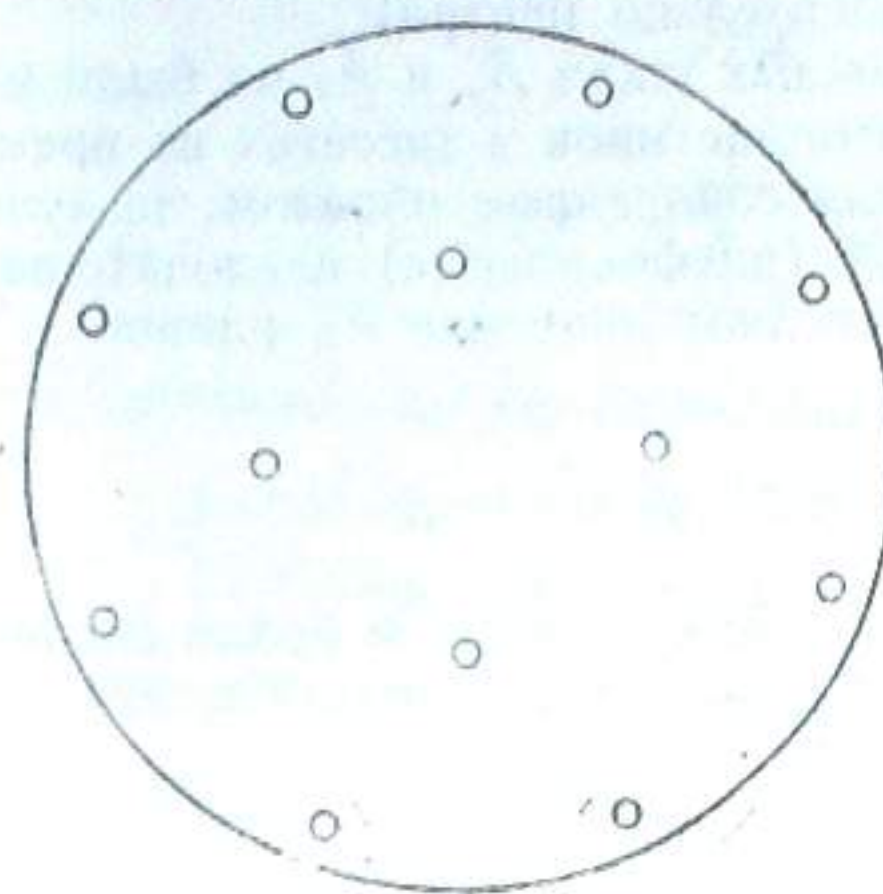


Рис. 7

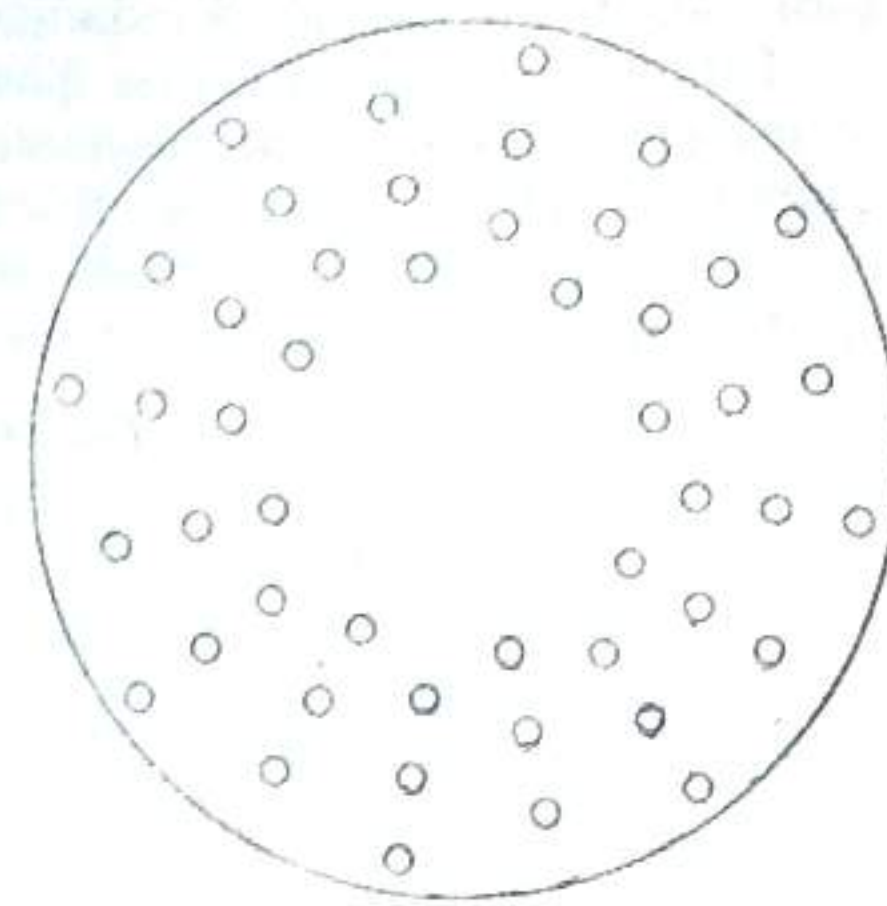


Рис. 8

С этой диафрагмой были получены негативы № 395 и № 396.

Для возможно большего удаления от фокальной плоскости фотопластинка помещалась в держателе фильтра (для получения предфокального снимка) или под пластинку между ней и ее опорой подкладывались куски стекла (для получения зафокального снимка). Измерения велись на прецизионной координат-измерительной машине КИМ-3.

Примененная координатная система, а также нумерация изображений показаны на рис. 9.

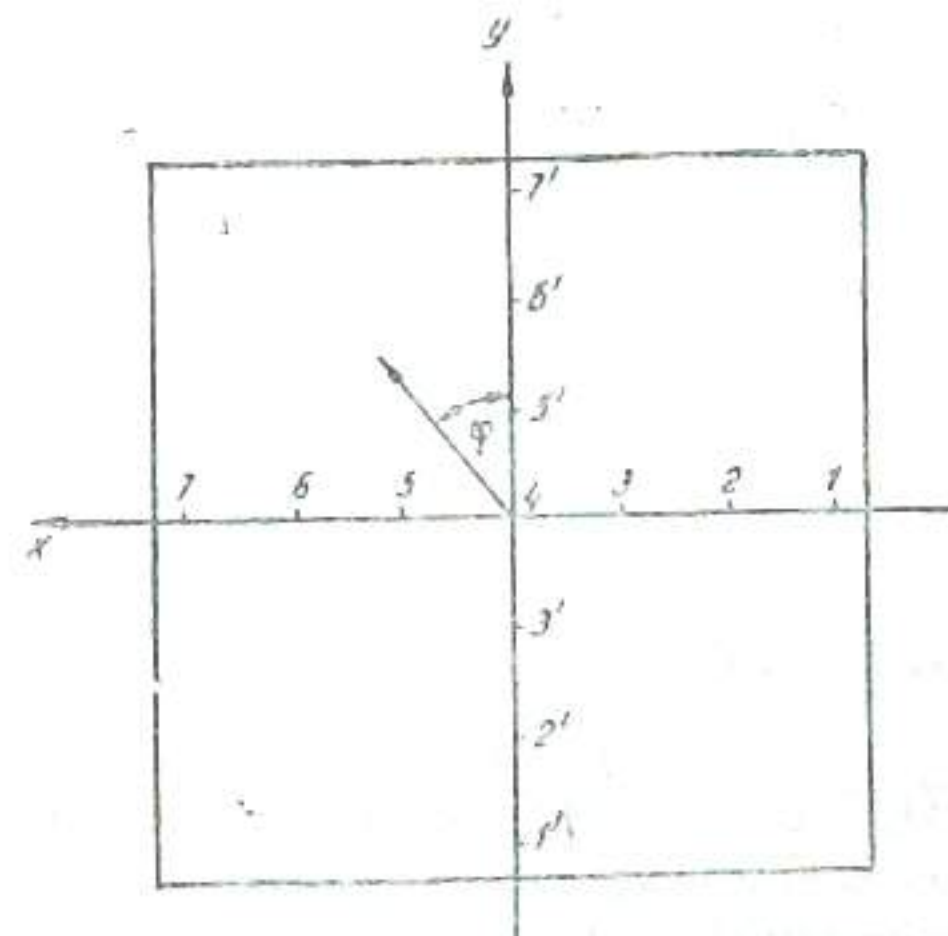


Рис. 9

По этим снимкам были исследованы: сферическая aberrация, астигматизм и кома.

Как известно, для вычисления положений фокуса пользуются формулой [7]:

$$A_f = A_1 + \frac{x_1}{x_1 + x_2} (A_2 - A_1), \quad (3)$$

где A_F — отсчет фокусирующей шкалы для правильного фокуса, A_1, A_2 — отсчеты шкалы для зафокального и предфокального снимков, а x_1 и x_2 — расстояния между двумя симметричными изображениями звезд (от одной зоны, но противоположными относительно центра).

В нашем случае отсчеты фокусирующей шкалы A_1 и A_2 не были известны (из-за необычного положения фотопластинок в кассетах во время съемки, см. выше), поэтому мы поступили следующим образом: за нулевое мы брали положение пластинки № 396 (внефокальная); следовательно $A_1 = 0$. Далее, для каждой зоны мы вычисляли значение A_2 , равное:

$$A_2 = \frac{(x_1 + x_2) f}{2y}, \quad (4)$$

(f — фокусное расстояние объектива, y — радиус зоны) и брали среднее взвешенное для всех зон. Это значение подставлялось в формулу (3), которая при $A_1 = 0$ принимает вид:

$$A_F = \frac{x_1 A_2}{x_1 + x_2}. \quad (3')$$

Астигматизм и кома

Как указывалось выше, в диафрагме, используемой для исследования телескопа, каждая зона состоит из восьми отверстий, расположенных вдоль четырех направлений, азимуты которых отличаются друг от друга на 45° . Учитывая это обстоятельство, мы значительно упростили формулы для вычисления астигматизма.

Действительно, для вычисления величин a и φ_0 , характеризующих астигматизм, решают систему условных уравнений вида:

$$x \cos 2\varphi_i + y \sin 2\varphi_i = -\Delta A_i, \quad (5)$$

где

$$x = \frac{a}{2} \cos 2\varphi_0, \quad (6)$$

и

$$y = \frac{a}{2} \sin 2\varphi_0$$

В случае 8 отверстий можно написать:

$$\varphi_i = \varphi_1 - \frac{\pi(i-1)}{4}, \quad i = 1, 2, 3, 4. \quad (7)$$

Из системы уравнений (5) получается система нормальных уравнений:

$$\sum_{i=1}^4 \cos^2 2\varphi_i \cdot X + \sum_{i=1}^4 \sin 2\varphi_i \cos 2\varphi_i \cdot Y = - \sum_{i=1}^4 \cos 2\varphi_i \Delta A_i$$

$$\sum_{i=1}^4 \sin 2\varphi_i \cos 2\varphi_i \cdot X + \sum_{i=1}^4 \sin^2 2\varphi_i \cdot Y = - \sum_{i=1}^4 \sin 2\varphi_i \Delta A_i$$

Учитывая равенство (7), эту систему можно привести к виду:

$$2X = - \sum_{i=0}^3 \cos \left(2\varphi_1 - \frac{\pi i}{2} \right) \cdot \Delta A_{i+1},$$

$$2Y = - \sum_{i=0}^3 \sin \left(2\varphi_1 - \frac{\pi i}{2} \right) \cdot \Delta A_{i+1};$$

или, принимая во внимание равенство (6),

$$\begin{cases} a \cos 2\varphi_0 = \cos 2\varphi_1 (\Delta A_3 - \Delta A_1) + \sin 2\varphi_1 (\Delta A_4 - \Delta A_2), \\ a \sin 2\varphi_0 = \sin 2\varphi_1 (\Delta A_3 - \Delta A_1) - \cos 2\varphi_1 (\Delta A_4 - \Delta A_2). \end{cases}$$

Решение этой системы дает:

$$a = \sqrt{(\Delta A_3 - \Delta A_1)^2 + (\Delta A_4 - \Delta A_2)^2} = \sqrt{(A_4 - A_2)^2 + (A_3 - A_1)^2}, \quad (8)$$

$$\operatorname{tg} 2\varphi_0 = \frac{\sin 2\varphi_1 (\Delta A_3 - \Delta A_1) - \cos 2\varphi_1 (\Delta A_4 - \Delta A_2)}{\cos 2\varphi_1 (\Delta A_3 - \Delta A_1) + \sin 2\varphi_1 (\Delta A_4 - \Delta A_2)}. \quad (9)$$

Обозначая:

$$\frac{\Delta A_4 - \Delta A_2}{\Delta A_3 - \Delta A_1} = \operatorname{tg} 2\psi = \frac{A_4 - A_2}{A_3 - A_1}, \quad (10)$$

вместо (9) получим:

$$\varphi_0 = \varphi_1 - \psi. \quad (9')$$

Формулы (8), (10) и (9') дают величины a и φ_0 , характеризующие астигматизм.

Как видно из формул (8), (10) и (9'), астигматизм определяется двумя числами. Поэтому, его можно выразить с помощью некоторого двумерного вектора. Целесообразно для этого взять вектор, X и Y — компоненты которого суть величины $A_3 - A_1$ и $A_4 - A_2$. Тогда величины a и 2ψ будут, соответственно, модулем и аргументом этого вектора (при фиксированном φ_1).

Удобство такого представления заключается в том, что при взятии среднего из нескольких определений астигматизма (а также в некоторых других случаях) достаточно оперировать (по правилам векторного исчисления) соответствующими векторами. В этом легко убедиться с помощью формул (8), (10) и (9').

Следует отметить, что ориентация этих векторов существенно зависит от значения φ_1 .

Для характеристики комы были измерены расстояния Δ между центрами изображений отдельных зон и их общим центром.

Результаты этих исследований даны в табл. 3 и 4.

В таблице 3 даны значения положений фокуса (в мм) для каждой зоны и изображения, а также — средние значения по зонам и изображениям и техническая постоянная T , которая для системы в целом оказалась равной 0.41.

В табл. 4 даются средние значения величин « a » и φ_0 для каждого изображения, а также величины Δ , о которых говорилось выше. Последняя строка этой таблицы дает изменение эффективного фокусного расстояния для каждой зоны δf , связанное с комой.

Таблица 3. Сферическая aberrация

№№ изобр.	Радиус зоны						Средний	T
	15.8	19.3	22.8	26.3	29.8	33.3		
1	—	(3.00)	3.11	3.13	3.10	3.15	3.11	—
2	—	(3.04)	3.08	3.14	3.11	3.17	3.12	(0.43)
3	3.09	3.07	3.08	3.15	3.12	3.18	3.13	0.40
4	3.06	3.07	3.10	3.13	3.13	3.20	3.14	0.43
5	3.00	3.04	3.05	3.12	3.10	3.15	3.10	0.41
6	—	(2.99)	3.06	3.09	3.07	3.12	3.08	(0.37)
7	—	(2.94)	2.98	3.03	3.00	(3.03)	3.01	—
1'	—	(2.95)	3.00	3.04	3.04	3.10	3.04	—
2'	—	(3.06)	3.05	3.12	3.09	3.16	3.13	(0.48)
3'	3.06	3.08	3.11	3.17	3.14	3.19	3.15	0.39
4'	3.06	3.07	3.10	3.13	3.13	3.20	3.14	0.43
5'	3.03	3.06	3.10	3.14	3.12	3.18	3.13	0.40
6'	—	(3.03)	3.08	3.14	3.10	3.14	3.11	(0.38)
7*	—	(3.07)	3.08	3.13	3.11	3.11	(3.11)	—
Среднее	(3.02)	3.03	3.07	3.12	3.10	3.15	3.11	0.41

Таблица 4. Астигматизм и кома

№№ изобр.	a _{мм}	φ ₀	Δ						X _{см}	Y _{см}	Фокус
			15.8	19.3	22.8	26.3	29.8	33.3			
1	0.19	174°	-12	-6	-5	0	+7	+18	-8.4	+0.2	3.07
2	0.08	155°	-7	-9	-4	-1	+4	+15	-5.6	+0.1	3.10
3	0.04	106°	-5	-4	-3	-1	+6	+8	-2.8	0.0	3.12
4	0.06	116°	-4	-3	0	+1	+3	+5	-0.1	-0.1	3.14
5	0.05	137°	-3	-2	-1	0	+1	+2	+2.8	0.0	3.13
6	0.10	160°	-1	+2	0	+2	0	-1	+5.6	+0.1	3.11
7	0.19	175°	0	+3	0	+3	-2	-4	+8.4	+0.2	3.07
1'	0.25	102°	-2	-6	-4	-2	+2	+10	0.0	-8.3	3.11
2'	0.15	103°	-3	-3	-2	0	+2	+4	0.0	-5.5	3.15
3'	0.05	109°	+4	0	+1	-1	-2	+1	0.0	-2.8	3.15
4'	0.06	116°	+4	+1	0	0	-3	-1	-0.1	-0.1	3.14
5'	0.07	106°	+1	+2	+1	+0	-1	-3	0.0	+2.8	3.14
6'	0.11	94°	+3	+8	+3	+3	-2	-7	0.0	+5.5	3.13
7*	(0.20)	(98°)	+9	+9	+7	-1	-4	-16	0.0	(+8.2)	3.12
	δf		+0.13	+0.16	+0.09	+0.04	-0.09	-0.28			

Нами особо была исследована кривизна поля. Для этого производились возможно более точные фокусировки в различных точках пластинки. Результаты этих измерений (с поправкой на наклон пластинки) даны в последнем столбце табл. 4.

Детальное рассмотрение табл. 4 показывает, что величину астигматизма удовлетворительно можно характеризовать выражением:

$$a = 0.03 + 0.036 \omega^2, \quad (1)$$

* Изображение 7' вышло только на одном негативе.

где ω — расстояние от центра пластинки до изображения, выраженное в градусах.

Однако, мы получим лучшее совпадение величин «a» и «φ₀», если рассматривать данные табл. 4, как сумму двух слагаемых. Для первого слагаемого имеем:

$$\left. \begin{aligned} a &= 0.06, \\ \varphi_0 &= 115^\circ; \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

а для второго —

$$a = 0.042 \omega^2, \quad (13)$$

$$\varphi_0 = \begin{cases} 0^\circ & \text{для изображений, расположенных вдоль } \alpha, \\ 90^\circ & \text{для изображений, расположенных вдоль } \beta. \end{cases}$$

Происхождение первого члена, даваемого выражением (12) не совсем ясно. По-видимому, он обуславливается неточной центровкой телескопа или легкой асферичностью какой-нибудь оптической поверхности.

Следует отметить также, что в центре пластинки имеется слабая кома ($\Delta_{max} = 5\mu$). От комы, по-видимому, свободны изображения в точке пластинки с координатами:

$$X = +5 \text{ см}$$

$$Y = -2 \text{ см.}$$

О качестве изображений в различных частях пластинки можно судить по данным таблицы 5. В ней даны: положения главного (m) и вторичного (s) фокусов (для пучков лучей, расположенных в меридиональном и сагиттальном сечениях), астигматическая разность m—s, положение фокуса для кружка наименьшего рассеяния $\frac{m+s}{2}$, величины попе-

речного астигматизма ρ_L и поперечной aberrации кривизны поля $\rho_{кр}$ (величины радиусов соответствующих кружков), а также расстояния между центрами крайних зон Δ_{max} , характеризующие кому. Последние два столбца дают величины осей эллипса рассеяния для монохроматического света, обусловленного перечисленными aberrациями. Вычисления велись по формуле:

$$a = \sqrt{\sum a_i^2},$$

где a_i обозначают величины отдельных поперечных aberrаций.

Таблица 5

ω	В миллиметрах				В микронах				
	m	s	m—s	$\frac{m+s}{2}$	ρ _L	ρ _{кр}	Δ _{max}	a	b
0°	~3.14	~3.14	0.03	3.14	3	0	0	8	8
45'	3.16	3.11	0.05	3.14	4	0	6	12	13
1°30'	3.18	3.07	0.11	3.12	9	3	11	19	24
2°15'	3.20	2.99	0.21	3.10	18	7	17	27	50

Здесь a обозначает ось эллипса в меридиональном, а b—в сагиттальном сечениях.

В действительности, из-за хроматизма и рассеяния света в фотографическом слое, значения a несколько больше и колеблются от 25 μ в центре до 50 μ на краях при фотографировании на несенсибилизированных пластинках.

Еще летом 1956 г. был исследован хроматизм менискового телескопа. С этой целью на телескоп ставилась объективная призма и перед ней помещалась диафрагма с двумя круглыми отверстиями. Диаметр каждого отверстия 7 см, а расстояние между ними — 52.6 см, что соответствует четверти фокусного расстояния телескопа в первом фокусе. Отверстия располагались по диаметру параллельно преломляющей грани объективной призмы. На пластинках ортохром и *Agfa IR* экспонировался спектр звезды как в предфокальном, так и зафокальном положениях пластинки.

При такой комбинации от звезды получаются два интегральных спектра, расположенных рядом, причем отступлению от фокуса на 1 деление (0.2 мм) соответствует расстояние между спектрами, равное 50 μ .

Результаты подобных измерений даны в таблице 6.

Таблица 6

Области спектра	λ	Изменение фокуса	Ширина спектра
Инфракр.	7330 \AA	(+0.98)	(65 μ)
	7050	(+0.93)	(62)
H_{β}	4861	+0.31	21
H_{γ}	4340	+0.08	5
H_{δ}	4102	0	0
H_{ϵ}	3970	-0.07	5
H_{ζ}	3890	-0.13	9
—	3630	(-0.25)	(17)

Первые два столбца табл. 6 не требуют объяснений. Третий столбец показывает изменение фокусировки (в делениях фокусировочной шкалы) для различных длин волн, если телескоп отфокусирован для области H_{δ} . Четвертый столбец показывает расширение спектра, вызванное хроматизмом (при фокусировке в области H_{δ}).

При составлении таблицы 6 за начальное (нулевое) бралось положение, соответствующее фокусировке в области H_{δ} (что является наиболее целесообразным при фотографировании на несенсибилизированных пластинках) и с этого пункта вычислялись отступления от фокуса, а также диаметры соответствующих изображений.

Величины, заключенные в скобках, определены неуверенно, с возможной ошибкой в определении фокуса, равной 0.1 дел. и $\sim 7\mu$ в диаметре звездных изображений.

Хроматизм увеличения

Для измерения величины хроматизма увеличения нами были использованы снимки, полученные с помощью объективной призмы. При этом применялись два способа.

При первом способе измерялось расстояние между одной и той же парой линий в двух спектрах, расположенных возможно дальше друг от

друга в направлении α , но имеющих одинаковые δ . Отсюда вычислялся масштаб для различных длин волн. Отметим, что направление дисперсии совпадает с направлением δ . Во втором способе нами измерялись относительные смещения линий поглощения по всей пластинке. После внесения поправок за изменение дисперсии по пластинке (дисторсия призмы) и лучевые скорости звезд, остается эффект хроматизма увеличения. Этот способ подробно описан нами в главе II настоящей статьи.

Результаты этих исследований графически изображены на рис. 12. Здесь в качестве аргумента использованы линейные расстояния от H_{δ} . При построении графиков такой выбор оказался наиболее удобным. Тут же указаны соответствующие длины волн. В качестве функции дается изменение фокусного расстояния в миллиметрах и относительных единицах.

Значения, полученные первым способом, обозначены крестиками.

Как видно из рис. 10, изменение относительного фокуса $\frac{f}{f_0}$ хорошо

можно представить прямой линией, с наклоном, равным 0.000111 мм^{-1} .

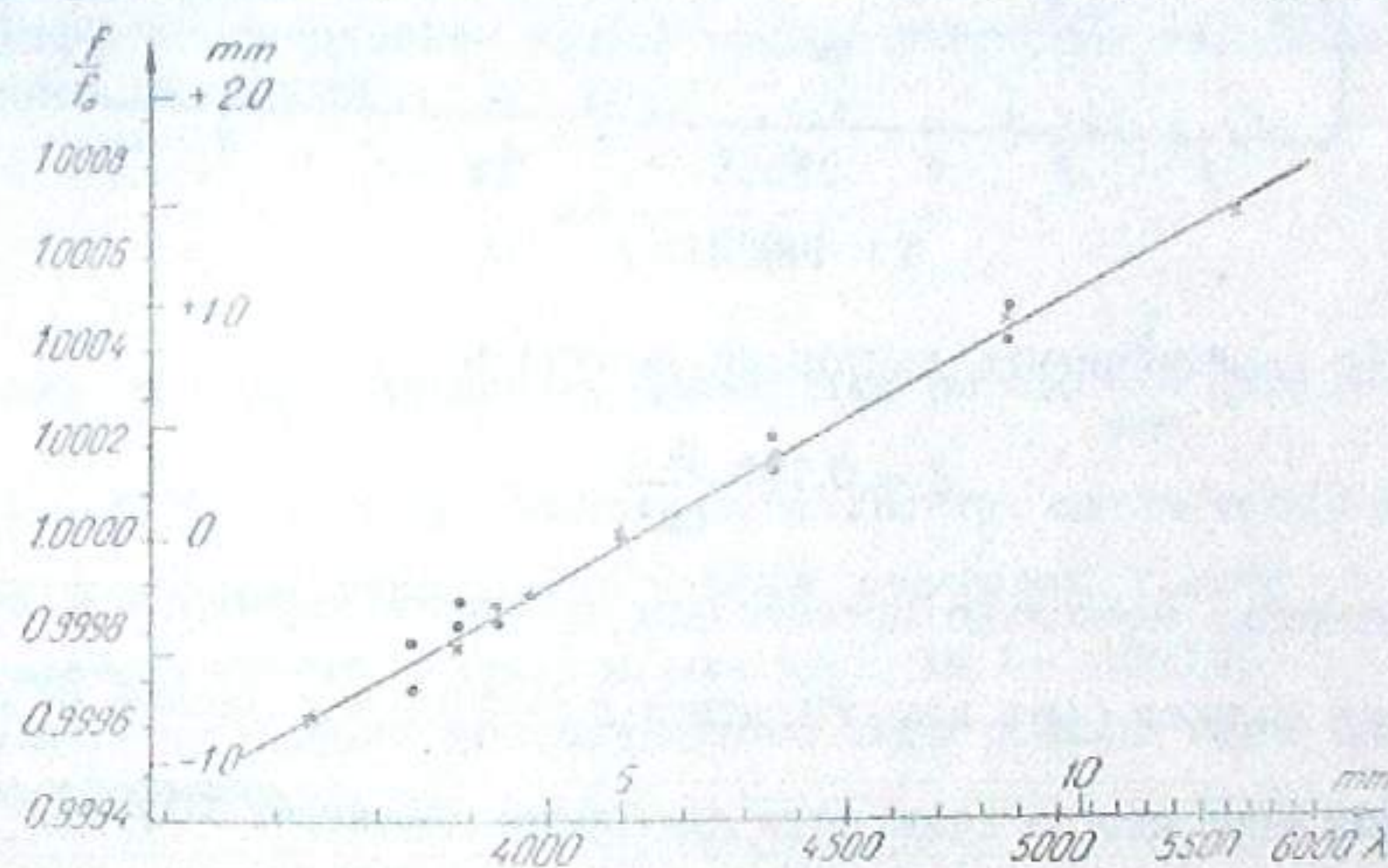


Рис. 10

Из-за хроматизма увеличения звездные изображения растягиваются в маленькие спектры, длина которых на краю поля может достигать до 80—100 μ (для панхроматических пластинок).

Дисторсия

Для исследования дисторсии мы фотографировали звездное поле трижды на одной и той же пластинке, причем после каждой экспозиции телескоп передвигался на 15' (один раз в направлении α ; другой раз по δ).

Измерение расстояний между парами звездных изображений, полученными таким образом, (после исправлений за кривизну параллели), позволяет судить об изменении масштаба.

Измерения, проведенные в двух направлениях (α и δ), дали весьма близкие результаты.

На рис. 11 изображена зависимость изменения масштаба из-за дисторсии с расстоянием от центра. Крестиками обозначены результаты измерений вдоль направления α .

Как показывает анализ этих данных, изменение масштаба можно хорошо представить зависимостью:

$$\frac{M}{M_0} = 0,000\,031 R^2 \text{ см}^{-2}. \quad (14)$$

На рис. 11 эта зависимость изображена параболой.

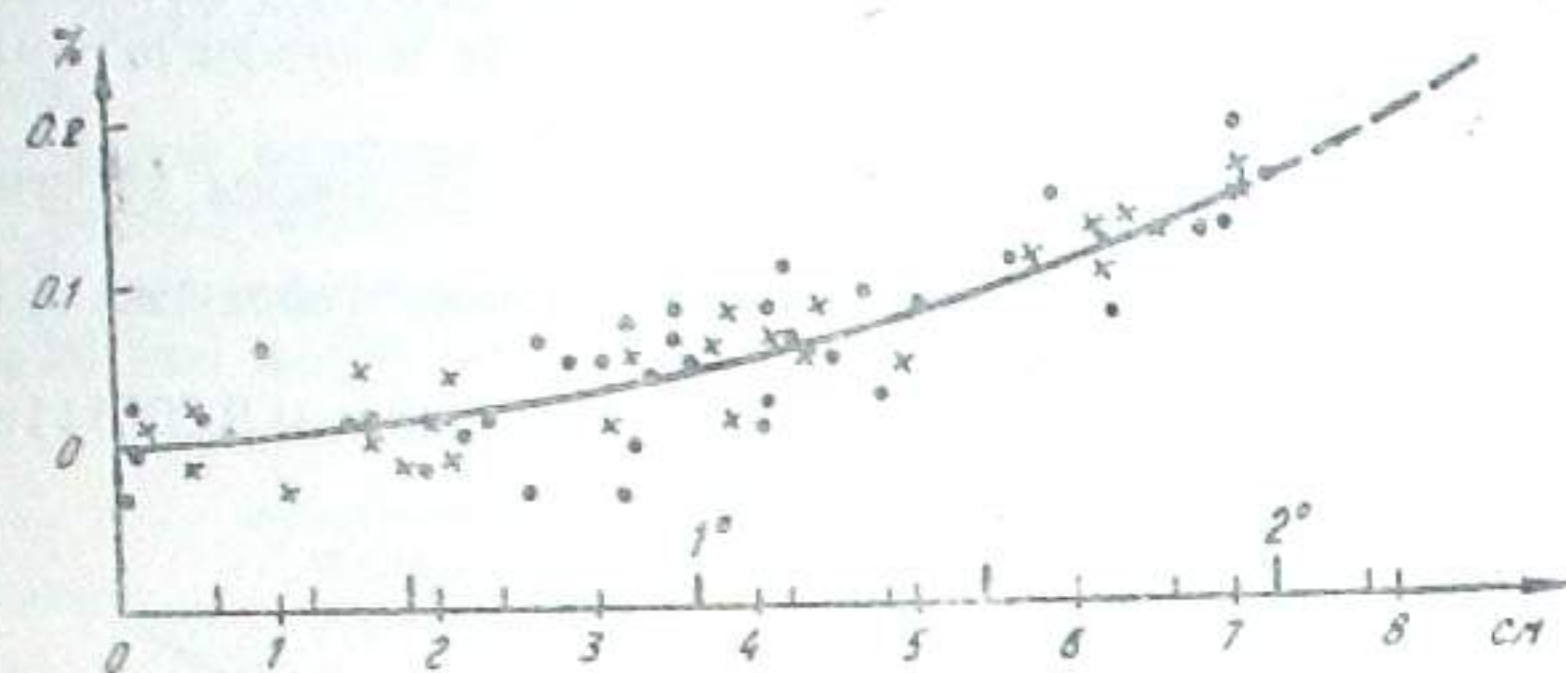


Рис. 11

Отсюда для коэффициента дисторсии получаем:

$$d = 0,103 \frac{\mu}{\text{см}^3}. \quad (15)$$

Это значение несколько превосходит величину нормальной дисторсии, которая должна быть для объектива с $f=2100$ мм равной $0,076 \frac{\mu}{\text{см}^3}$.

Заметим еще, что на краю поля дисторсия достигает $70 \mu = 7'$.

Разрешающая сила и проникающая способность

Учитывая приведенные выше значения диаметров изображений звезд, можно было ожидать, что телескопом возможно разрешение двойных звезд с расстоянием между компонентами $3''$. В действительности же, при рассмотрении снимков двойных звезд оказалось, что изображения таких звезд выходят сильно растянутыми, но не разделяются. Полное разделение двойных звезд происходит при расстоянии между компонентами в 5—6 секунд дуги.

Для исследования проникающей способности астрографа мы пытались фотографировать Северный полярный ряд с различными экспозициями, однако получить снимки с длительными выдержками не удалось (из-за неправильности движения телескопа вокруг полярной оси, см. выше).

Результаты этих исследований следующие. На пластинках *Agfa Astro Platten* нам удалось проследить звезды: до $17^{\text{m}}.2$ при экспозициях 4 м; до $17^{\text{m}}.7$ — при эксп. 6 м и до $18^{\text{m}}.3$ — при экспозиции 15 м.

Так как с теми же пластинками возможны экспозиции $2h$ и больше (при этом фон неба все еще не очень вуалирует пластинку), то предельная звездная величина соответственно доходит до $19^{\text{m}}.0$ — $19^{\text{m}}.5$ в зависимости от условий наблюдения.

Исследование объективной призмы

Нами была исследована линейная дисперсия в центре поля, т. е. для лучей, проходящих через призму в минимуме отклонения. Для этой цели мы измерили положения четырнадцати линий серии Бальмера, как в спектрах поглощения, так и в эмиссионных спектрах. Для всего участка спектра, перекрываемого этой серией ($3700 \text{ \AA} < \lambda < 6600 \text{ \AA}$) формула

$$\lambda - 1965 = \frac{33886}{15,868 - x} \quad (16)$$

дает удовлетворительное согласие с измерениями (ошибки для отдельных линий лежат в пределах 10μ).

Дифференцированием этой формулы можно получить выражение для величины дисперсии:

$$\frac{d\lambda}{dx} = \frac{33886}{(15,868 - x)^2}. \quad (17)$$

Соответственно, дисперсия изменяется от $630 \frac{\text{ \AA}}{\text{mm}}$ (для H_α) до $90 \frac{\text{ \AA}}{\text{mm}}$ (для $\lambda \sim 3700 \text{ \AA}$). Длина этого участка спектра составляет 12 мм. Следует отметить, что для ярких звезд удается проследить спектр до $\lambda \sim 3350 \text{ \AA}$, хотя яркость спектра сильно падает уже для $\lambda \sim 3500 \text{ \AA}$.

Для определения преломляющего угла призмы нами была использована формула

$$\text{tg} \frac{A}{2} = \frac{\sin \frac{\theta_0}{2}}{n - \sin \frac{\theta_0}{2}}, \quad (18)$$

где A — преломляющий угол призмы, n — показатель преломления стекла, а θ_0 — минимальный угол отклонения луча. Эта формула легко получается из основных формул для минимума отклонения:

$$\begin{cases} i_0 = \frac{\theta_0 + A}{2}, \\ r_0 = \frac{A}{2}, \\ n = \frac{\sin i_0}{\sin r_0}. \end{cases} \quad (19)$$

Значение величины n нами было взято из таблицы A Пулковского курца астрофизики и звездной астрономии (стр. 104). Величина θ_0 была

измерена по трем пластинкам, на которых рядом со спектрами вторично были сфотографированы также звездные изображения. При фотографировании звездных изображений отыскивалась та же гидировочная звезда, которая использовалась при фотографировании спектра, но ведение трубы осуществлялось с помощью другого гида. Взаимный наклон обоих гидов предварительно проверялся по паре ярких звезд, которые имели одинаковые α , но разные δ . Разность склонений этих звезд подбиралась по возможности ближе к величине Θ_0 (около 5). Таким образом, когда на одну звезду мы смотрели через один гид, то на другую звезду мы наводили другой гид и закрепляли в таком положении.

Таким путем было получено значение:

$$A = 8^\circ 15' 40'' \pm 4''.$$

Следует отметить, что точность этого определения главным образом зависит от точности принятого значения показателя преломления n ; ошибка в одну единицу четвертого знака дает погрешность в определении Θ_0 равную $5''$.

Для того, чтобы одновременно определить преломляющий угол призмы и показатель преломления, мы использовали спектры, получаемые с помощью лучей, дважды отраженных от поверхностей призмы. При этом луч трижды проходит призму и, соответственно, дисперсия возрастает в три раза. Ход лучей при этом изображен на рис. 12.

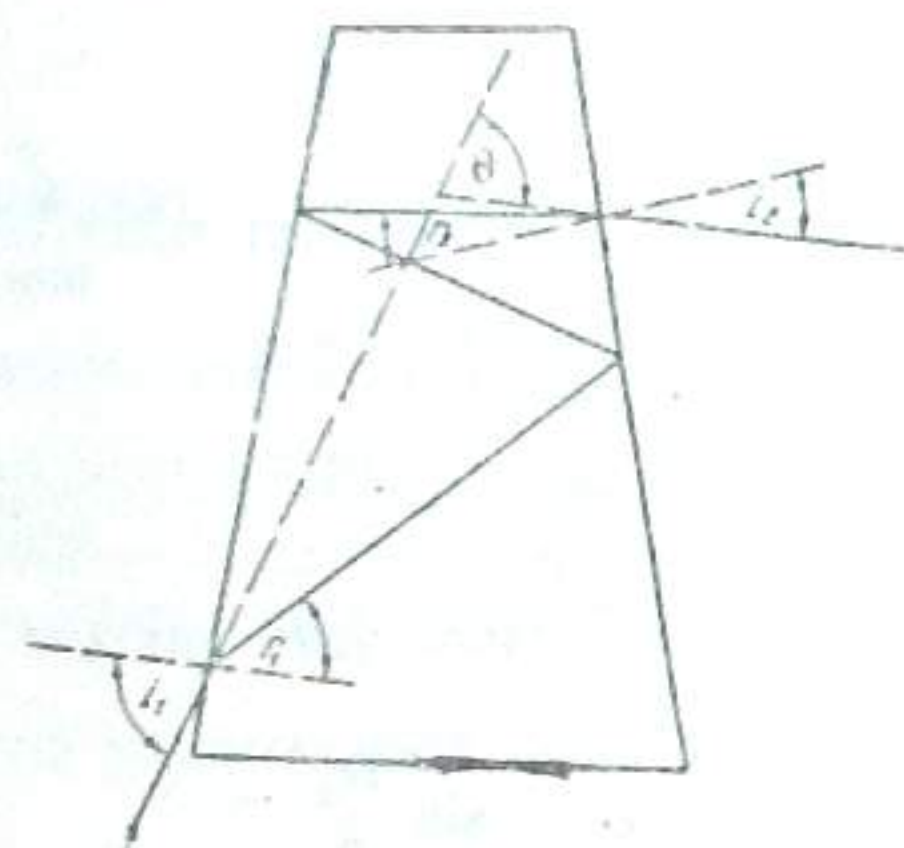


Рис. 12

Нетрудно показать, что в этом случае ход лучей описывается уравнениями:

$$\begin{cases} i_1 + i_2 = \Theta + A; \\ r_1 + r_2 = 3A; \\ \frac{\sin i_1}{\sin r_1} = n = \frac{\sin i_2}{\sin r_2}. \end{cases} \quad (19')$$

В системе уравнений (19) и (19') из измерений могут быть получены величины Θ_0 , $\Theta - \Theta_0$, а также $i_2 - \frac{A + \Theta_0}{2}$.

О нахождении величины Θ_0 было сказано выше. Величину $\Theta - \Theta_0$ находим, измеряя положение «длинного» спектра относительно нормальных звездных спектров, полученных на пластинке (она оказалась

равной ~ 27.5). Нетрудно видеть также с помощью первого уравнения системы (19) и рис. 12, что величина $i_2 - \frac{A + \Theta_0}{2}$ соответствует расстоянию между следом минимально отклоненного луча на пластинке и измеряемым участком «длинного» спектра.

При знании этих величин система уравнений (19) и (19') позволяет найти величины n и A одновременно.

Для определения величин $\Theta - \Theta_0$ и $i_2 - \frac{A + \Theta_0}{2}$ нами были измерены

четыре пластинки с «длинными» спектрами ярких звезд (1—2 зв. величины). Фотографирование ярких звезд необходимо из-за большого ослабления яркости спектра при отражениях (на 8 зв. величин).

Решение уравнений (19) и (19') производилось последовательными приближениями. Результаты этих исследований даны в табл. 7.

Таблица 7

Линия	λ	n
H_γ	4340 \AA	1.6019
H_β	4102	1.6072
H_α	3970	1.6107
H_ϵ	3889	1.6130

Величина преломляющего угла призмы $A = 8^\circ 11' 31'' \pm 5''$.

Средняя ошибка в определении n оценена нами в ± 0.0002 . Источником ошибки является, главным образом, неточное определение величины Θ_0 , обусловленное неодновременностью фотографирования звездных изображений и спектров.

Следует отметить, что полученные нами значения n , довольно сильно (на 0.0052) отличаются от табличных.

Дисторсия призмы

С помощью параметров, определенных выше, мы вычислили величину дисторсии поля, вносимой призмой. Указанный эффект связан с изменением дисперсии по полю. Частным случаем его является кривизна спектральных линий.

Теория призмной камеры дает выражения для изменений каких-либо расстояний в спектре звезд как функцию положения звезды на пластинке. Соответствующие поправки имеют вид:

$$\Delta D = ax^2 + by^2 + c(x, y), \quad (20)$$

где величина $c(x, y)$ весьма мала.

Для коэффициентов этой формулы можно получить выражения:

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{f} \operatorname{tg} \frac{\Theta_0 + A}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{n^2}\right); \\ b &= \frac{1}{f} \operatorname{tg} \frac{\Theta_0 + A}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \sec^2 \frac{A}{2}. \end{aligned} \quad (21)$$

Поскольку θ_0 и n зависят (хотя и слабо) от длины волны, то и коэффициенты a и b обнаруживают такую зависимость. Нам были вычислены эти величины для нескольких различных длин волн. Эта зависимость показана на рис. 13. В качестве аргумента мы взяли линейное расстояние от H_β . Как видно из графика (рис. 13), указанные зависимости прекрасно выражаются прямыми линиями:

$$\left. \begin{aligned} a &= 3.370 (1 + 0.00481 m_\mu), \\ b &= 3.388 (1 + 0.00481 m_\mu), \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

если x и y выражены в сантиметрах, а ΔD — в микронах.

При вычислении этих выражений нами учтено также изменение фокусного расстояния камеры f из-за хроматизма увеличения.

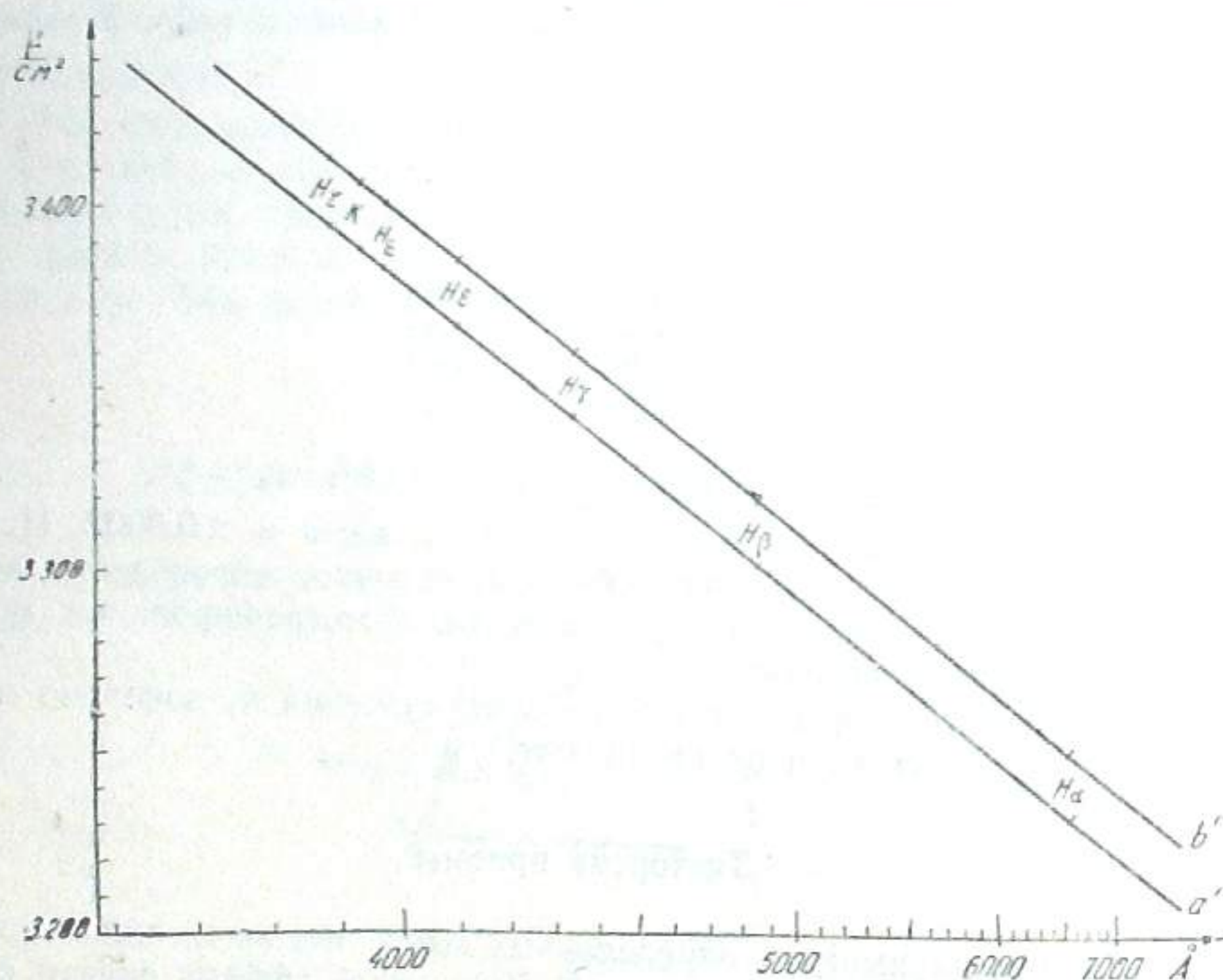


Рис. 13

Для некоторых линий значения этих коэффициентов даны в таблице 8.

Линия	λ	a	b	a'	b'
H_z	6563 \AA	3.234	3.251	3.232	3.249
H_β	4861	3.303	3.321	3.301	3.319
H_γ	4340	3.344	3.362	3.342	3.360
H_δ	4102	3.370	3.388	3.368	3.386
H_ϵ	3970	3.386	3.404	3.384	3.402
K	3934	3.391	3.409	3.389	3.407
H_ζ	3889	3.397	3.415	3.395	3.413
—	3580	3.452	3.470	3.450	3.468

Исследование величины $c(x, y)$, проведенное нами, показало, что ее можно с большим приближением представить в виде:

$$c(x, y) = -0.0010y^3 - 0.00003(x^2 - y^2)^2. \quad (23)$$

Как легко вычислить, кубический член на краю поля (около 8.5 см от центра) может достигнуть 0.6 μ , а член четвертой степени — 0.2 μ . При не очень точных измерениях можно не учитывать эту поправку. При более точных вычислениях все-таки можно писать приближенно:

$$c(x, y) \approx -0.05y - 0.002y^2 - 0.002x^2. \quad (23')$$

Погрешность, при этом, не превосходит 0.2 μ , причем главная часть погрешности приходится на кубический член. Последнее выражение удобно тем, что с его помощью можно вовсе избавиться от членов четвертой степени, соответственно изменив коэффициенты a и b (в табл. 8 эти новые значения обозначены через a' и b').

Измерения, проведенные нами с целью определения лучевых скоростей звезд, полностью подтвердили наши вычисления.

Астигматизм, связанный с призмой

Наличие объективной призмы может вызвать явление астигматизма в том случае, если поверхности призмы не являются идеальными плоскостями. Для исследования этого явления мы фотографировали объект $BD = 30\ 3639$, имеющий яркие эмиссионные линии и весьма малый диаметр. При фотографировании, на объектив надевалась диафрагма, изображенная на рис. 9.

Производя внефокальные съемки на пластинках *Kodak OaE*, мы в эмиссионной линии H_α получали изображение диафрагмы, — неискаженное непрерывным излучением, растянутым в спектр. Обработка этих снимков велась также, как и обычных снимков, произведенных способом Гартмана.

Эти исследования не показали наличия заметного астигматизма, внесенного призмой.

Чистота спектра и проникающая способность

Для определения чистоты спектра мы исследовали спектр звезды позднего типа, полученный на пластинке *Agfa Gelb Rapid*. В интервале от 3930\AA до 5600\AA удалось заметить и отождествить около 50 линий поглощения.

В областях около 4170\AA и 5180\AA нами были выбраны пары близко лежащих линий, которые еще разделялись. По ним были вычислены величины:

$$p = \frac{\lambda}{\Delta\lambda},$$

которые для этих двух длин волн оказались соответственно равны 900 и 500.

Теоретическая разрешающая сила для данной призмы (с учетом явления дифракции) в этих двух длинах волн получается равной, соответственно, 23000 и 10000.

Наличие рассеяния света в фотографическом слое, а также различные aberrации телескопа снижают теоретическую разрешающую способность в двадцать раз.

Заметим, что в обоих случаях расстояние между разрешенными линиями было около 30 μ .

Предельная звездная величина, при расширении спектра до 0.2 мм, равная 12.5, получается на пластинках *Kodak DaO* при экспозиции около 30 м. При этом в спектре уверенно можно различать наиболее заметные линии.

Глава II

ОПЫТ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЛУЧЕВЫХ СКОРОСТЕЙ ЗВЕЗД С ПОМОЩЬЮ 72-см ОБЪЕКТИВНОЙ ПРИЗМЫ

Общие замечания о методах определения лучевых скоростей звезд с объективными призмами

Применение объективной призмы с целью определения лучевых скоростей звезд является весьма заманчивой задачей, ибо по сравнению со щелевым спектрографом объективная призма обладает двумя хорошо известными преимуществами: большим полем и малыми потерями в яркости звезд. Эти преимущества позволяют значительно сократить время экспозиции, особенно, когда требуется определение лучевых скоростей для возможно большого количества звезд.

Поэтому, попытки применить объективную призму для определения лучевых скоростей начались уже давно. История этого вопроса довольно подробно изложена в [4], поэтому, здесь мы ограничимся только следующими замечаниями.

Методы, которые были предложены, можно подразделить на три основные группы: 1) метод светофильтра, позволяющий получать в спектре звезд линии, обремененные поглощением фильтром; 2) метод, основанный на том, что длина спектра (расстояние между двумя линиями) зависит от лучевой скорости звезды; 3) реверсионный метод, основанный на том, что при повороте призмы на 180° можно получать рядом парные спектры звезд, на которых относительные взаимные расстояния одних и тех же линий зависят от лучевых скоростей звезд. Среди этих методов в настоящее время предпочтение следует отдать реверсионному методу по следующим соображениям.

Единственным известным веществом, пригодным в качестве калибровочного фильтра, является водный раствор хлористого неодимия, дающий резкую линию $\lambda 4270.90 \text{ \AA}$. Относительно этой линии измеряется смещение остальных линий в спектре звезды. Однако, использование только одной линии в качестве нуля-пункта неизбежно влечет за собой наличие больших случайных ошибок. Это обстоятельство сильно снижает эффективность данного метода.

Что касается метода длины спектра, то тут возникают трудности другого порядка: от лучевой скорости звезды все линии в ее спектре смещаются в одну и ту же сторону и примерно на одну и ту же величину. Поэтому изменение длины спектра, обусловленное лучевой скоростью, оказывается значительно меньше, чем смещение отдельных спектральных

линий, что соответственным образом сказывается на величине случайных ошибок.

От этих недостатков свободен реверсионный метод. Однако, при его применении в полной мере появляются большие систематические ошибки и, в первую очередь, ошибка дисторсии призмы, которая, как увидим в дальнейшем, значительно превосходит всякого рода ошибки, вносимые другими причинами.

В настоящее время в некоторых обсерваториях (в Пулковской, Потсдамской, в обсерватории Верхнего Прованса) пытаются устранить упомянутую ошибку применением объективной призмы прямого зрения. Призма прямого зрения, в принципе, действительно позволяет освободиться от ошибки дисторсии призмы, но при этом, для обеспечения достаточной дисперсии, призму приходится делать весьма толстой (толщина призмы оказывается приблизительно равной ее диаметру). Это влечет за собой утяжеление призмы, а также большие трудности ее изготовления, не говоря об увеличивающемся поглощении света в стекле. Не случайно, поэтому, что самые большие из ныне существующих призм прямого зрения имеют диаметры лишь 15—16 см [5], [6].

Вышеуказанные соображения побудили нас заняться исследованием возможности применения 70-см менискового телескопа с объективной призмой для определения лучевых скоростей звезд. В случае успешного решения задачи работа должна была представлять значительный интерес из-за большой пропускательной способности инструмента (до 12-ой зв. величины) и широкого поля (до 20 кв. град.).

Работа была начата в конце 1955 года, т. е. почти сразу же после установки телескопа. В процессе работы, наряду с исследованием оптических характеристик телескопа и объективной призмы, мы разрабатывали и испытывали методику наблюдений в разных вариантах.

В результате мы остановились на двух методах.

Первый из них состоит в получении двух, расположенных рядом спектров, от одной и той же звезды поля, на одной пластинке, причем между этими двумя экпозициями призма поворачивается вокруг оси на 180°. Короче говоря, это обычный реверсионный метод. Он дает хорошие результаты, но не годится для предельно слабых звезд, ибо при длительных экпозициях, которые приходится делать дважды на одной и той же пластинке при этом, слабые звезды оказываются «поглощенными» интенсивным фоном неба.

Второй метод позволяет исследовать звезды, в два раза слабее звезд, измеримых первым методом. При применении этого метода мы на одной пластинке фотографируем спектры звезд и, рядом со спектрами, прямые изображения (без призмы) тех же звезд. Для этого, конечно, приходится снимать призму, что является довольно трудоемкой процедурой; поэтому, съемки прямых звездных изображений приходится на следующую ночь.

В интервале между этими двумя снимками пластинки, конечно, не вынимаются из кассет. Для избежания простоя инструмента по этой причине, мы обеспечили себя большим числом кассет.

Как сказано, телескоп имеет два одинаковых гида, расположенных с двух сторон. Эта особенность инструмента нами использована следующим образом.

Один из гидов постоянно направлен параллельно главной трубе, а другой наклонен к ним на угол, равный углу преломления луча призмой. Соблюдение величины этого угла контролируется при помощи пар яр-

ких звезд, имеющих одинаковое прямое восхождение и разность склонений, равную углу взаимного наклона гидов.

При фотографировании без призмы гидирование ведется через первый гид, а при фотографировании спектров — через второй гид. Этим мы обеспечиваем попадание двух спектров (в первом методе), или спектра и прямого изображения (во втором методе) одной и той же звезды на одно и то же место пластинки с точностью до 0.1 мм.

Для обеспечения более высокой точности измерений, мы помещаем около спектра несколько звездных изображений, расположенных вдоль всего спектра.

Для измерения спектрограмм мы приспособили прецизионный координат-измерительный прибор КИМ-3, несколько изменив сетку в поле зрения окуляра.

На рис. 14 показан вид этой сетки. Она имеет следующие размеры: длина штрихов, составляющих крест в центре — 0.08 мм; ширина прощелков между крестом и двойными линиями — 0.08 и 0.20 мм; расстояния между близкими параллельными линиями — 0.02 мм.

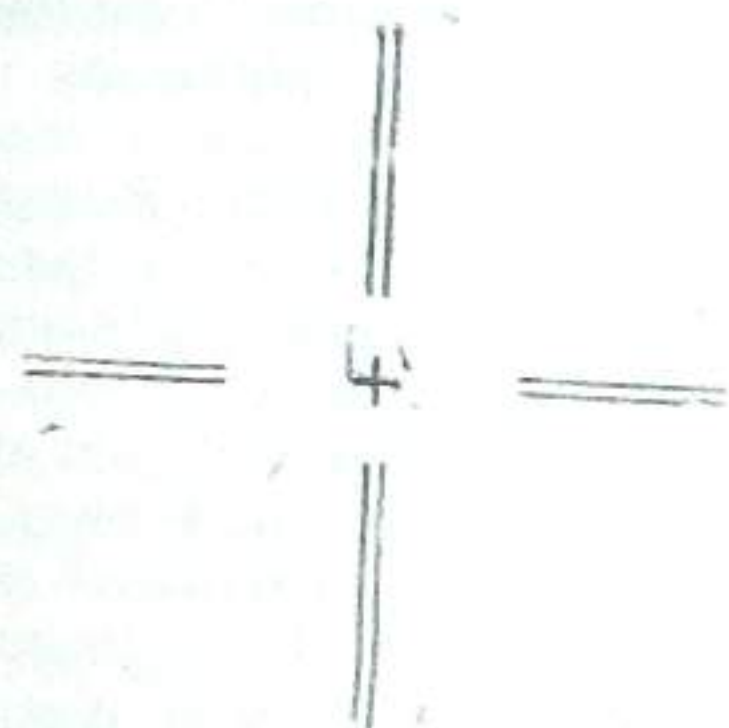


Рис. 14

Учет систематических ошибок

Точный учет систематических ошибок и их исключение или уменьшение является необходимым и весьма важным условием успешного выполнения намеченной задачи.

Учитывая то обстоятельство, что на каждой пластинке мы имеем по две фотографии, произведенных в разное время, можно указать на следующие источники систематических ошибок.

1. Движение Земли вокруг Солнца,
2. прецессия и нутация,
3. абберация света,
4. рефракция,
5. дисторсия призмы,
6. дисторсия объектива,
7. наклон фотопластинки в телескопе,
8. поворот фотопластинки,
9. изменение масштаба, зависящее от температуры окружающей среды,
10. хроматизм увеличения,
11. атмосферная дисперсия,
12. собственное движение звезды.

Нетрудно видеть, что ошибки, обусловленные первыми девятью причинами, для каждой пластинки зависят только от положения звезды относительно центра пластинки. Отвлекаясь пока от трех последних причин (они будут особо рассмотрены), можно считать, что поправки, которые нужно придавать отсчетам положений линий на измерительном инструменте, выражаются следующим образом:

$$\Delta y = ax + by + cx^2 + dxy + ey^2 + \dots \quad (1)$$

где x и y — прямоугольные координаты звезды.

В выражении (1) нет свободного члена, так как нами применяются чисто дифференциальные методы измерения и, поэтому, величину свободного члена невозможно определить без знания лучевой скорости хотя бы одной опорной звезды. Считая свободный член за нуль, как это сделано в выражении (1), мы получаем относительные лучевые скорости.

Коэффициенты a и b , стоящие перед членами первого порядка, сильно зависят от многих, плохо контролируемых факторов и заметно меняются от пластинки к пластинке. Поэтому, для каждой пластинки они должны быть определены эмпирически. Это возможно сделать одним из следующих способов.

1). Если на пластинке имеется много спектров с известными лучевыми скоростями, то для этих звезд можно (после учета членов высших порядков) составить условные уравнения вида:

$$a_0 + ax + by = \Delta y + Mv, \quad (2)$$

где v — лучевая скорость звезды, а M — масштаб, выраженный в $\mu/\text{км}/\text{сек}$, и из них найти величины a_0 , a и b . Таким путем мы получим уже абсолютные (а не относительные) лучевые скорости звезд.

2) Приблизительные значения относительных лучевых скоростей можно получить, пользуясь методом длины спектра, и подставить эти значения в выражения (2).

3) Если предположить, что данная группа звезд не обладает заметным вращением вокруг оси, перпендикулярной лучу зрения, то можно решать систему, состоящую из уравнений вида (2) для всех измеренных спектров, допуская, что в среднем $v = 0$. Такое предположение в большинстве случаев оправдывает себя, хотя к нему нужно относиться с известной осторожностью, а его правильность контролировать тем или иным способом.

Как видно из сказанного, метод учета членов первого порядка весьма похож на классический метод Тернера. Успешному применению этого метода способствует большое количество звездных спектров (исчисляемое сотнями), одновременно получаемых на пластинке.

Приступим теперь к вычислению членов высших порядков. Для этого разберем причины систематических ошибок, перечисленных выше. Вычисления будем вести с точностью до 0.1 μ , что для нашего инструмента соответствует лучевой скорости, равной $\sim 1 \frac{\text{км}}{\text{сек}}$. В угловых величинах

ей соответствует 0."01.

Как это делается обычно, за положительное будем считать направление с Запада на Восток (для оси x -ов) и с Юга на Север (для оси y -ов). Основным будем считать такое положение призмы, при котором коротковолновая часть спектра направлена на Север.

Движение Земли вокруг Солнца

Движение Земли вокруг Солнца искажает лучевую скорость звезды на величину [7]:

$$v = V_a \cos \beta \sin(\lambda - \odot) = V_a [-\sin \delta \sin \varepsilon \cos \odot + \cos \delta \cos \varepsilon \sin \alpha \cos \odot - \cos \alpha \cos \delta \sin \odot], \quad (3)$$

где $V_a \approx 30 \frac{\text{км}}{\text{сек}}$, β и λ эклиптические координаты звезды, \odot — долгота

Солнца в момент наблюдения, ε — наклон эклиптики к экватору.

Так как нас интересуют относительные лучевые скорости, то соответствующая величина будет равна:

$$\Delta v = \frac{\partial v}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \frac{\partial v}{\partial \delta} \Delta \delta = V_a \cos(A - \odot) \cos D \cdot \Delta \alpha + V_a [\sin(\odot - A) \sin D - \cos D \sin \varepsilon \cos \odot] \cdot \Delta \delta. \quad (4)$$

Здесь A и D представляют координаты центра пластинки. Заменяя величины $\Delta \alpha$ и $\Delta \delta$ величинами x и y и отбрасывая малый член, получим для поправки за движение Земли:

$$\Delta v \approx -0.14 \cos(\odot - A) \cdot x - 0.14 \sin(\odot - A) \sin D \cdot y, \quad (5)$$

где x и y выражены в сантиметрах, а Δv — в $\frac{\text{км}}{\text{сек}}$.

Учитывая размер пластинок, легко видеть, что максимальная величина этой поправки равна $1.3 \frac{\text{км}}{\text{сек}}$ и она является линейной функцией координат; поэтому ее следует учитывать только в редких случаях, при применении метода длины спектра.

Прецессия и нутация

Явление прецессии и нутации может вызвать ошибку в измерениях из-за поворота координатных осей относительно звезд в промежутке между двумя экспозициями. Это явление, как известно, связано с изменением направления на Полюс и точку весеннего равноденствия.

Соответствующая поправка, согласно [8], дается выражением:

$$\Delta y_1 = \left(n \frac{\sin A}{\cos D} \Delta \tau + \frac{\sin(G+A)}{\cos D} \Delta g + \frac{\cos(G+A)}{\cos D} g \cdot \Delta G \right) \cdot \frac{x}{f}, \quad (6)$$

Учитывая, что в течение суток изменения величин, входящих в выражение (6), приблизительно следующие:

$$\Delta \tau = 1,$$

$$n \approx 0''.0001,$$

$$\Delta g \approx 0''.1,$$

$$\Delta G \approx 0'.073,$$

$$g \approx 20'',$$

можно видеть, что в течение нескольких суток величина Δy_1 остается весьма малой (порядка 0.1μ) и притом линейной относительно координат. Поэтому, учитывать эту ошибку не приходится.

Аберрация света

Аберрация смещает звезды к апексу движения Земли по своей орбите на величину [7]:

$$\sigma = 20''.5 \sin \Theta. \quad (7)$$

Изменение координаты δ звезды будет соответственно равно:

$$\sigma_\delta = -20''.5 \sin \odot \cos \alpha \sin \delta - 20''.5 \cos \odot [\cos \delta \sin \varepsilon - \sin \delta \cos \varepsilon \sin \alpha], \quad (8)$$

В течение τ суток изменение этой величины дается выражением:

$$\Delta \sigma_\delta = -0''.35 \tau [\cos \alpha \cos \delta \cos \odot - \sin \odot (\cos \delta \sin \varepsilon - \sin \delta \cos \varepsilon \sin \alpha)]. \quad (9)$$

Искомое смещение спектров относительно центрального изображения получим, дифференцируя равенство (9) по координатам. После несложных преобразований будем иметь:

$$\Delta y_2 \approx -0.017 \sin(A - \odot) \text{tg } D \cdot \tau x + [0.017 \cos(A - \odot) \cos D + 0.007 \sin \odot \sin D] \cdot \tau y, \quad (10)$$

где x и y выражены в сантиметрах, а Δy_2 — в микронах.

Как видно из (10), эту ошибку также не приходится учитывать из-за малой величины и линейности относительно координат.

Рефракция

Как известно, поправка для учета влияния рефракции на y -координату с точностью до членов второго порядка выражается формулой [7]:

$$Y - y = \beta [k_1(k_2 + \text{tg } D)x + k_4 y] - \beta [k_2 k_3 x^2 + 2k_1 k_2 xy + k_2 k_4 y^2] + 2\beta'(1 + k_1^2 + k_2^2)k_2(k_1 x + k_2 y), \quad (11)$$

где

$$k_1 = \text{tg } \zeta \sin \chi; \quad k_3 = 1 + k_1^2; \quad (12)$$

$$k_2 = \text{tg } \zeta \cos \chi; \quad k_4 = 1 + k_2^2.$$

β и β' слабо зависят от зенитного расстояния ζ и соответственно равны:

$$\beta \approx 2.8 \cdot 10^{-4} (1 + \sigma) = \beta_m (1 + \sigma); \quad (13)$$

$$\beta' = -0.42 \cdot 10^{-6}.$$

Величина σ зависит от температуры T и давления P .

Поскольку члены первого порядка учитываются нами особо, займемся подсчетом изменения членов второго порядка от экспозиции к экспозиции.

Эта разность обуславливается разностью атмосферных условий, а также несовпадением часовых углов в моменты двух различных экспозиций.

Первая из указанных причин вызывает изменение величины σ , а вторая — изменение коэффициентов k , входящих в формулу (11).

Дифференцированием формулы (11) для величины поправки, содержащей члены второй степени, получим:

$$\Delta y_3 = -\beta \left[\frac{\partial(k_2 k_3)}{\partial t} x^2 + 2 \frac{\partial(k_1 k_2)}{\partial t} xy + \frac{\partial(k_2 k_4)}{\partial t} y^2 \right] \Delta t - [k_2 k_3 x^2 + 2k_1 k_2 xy + k_2 k_4 y^2] \Delta \beta. \quad (14)$$

Величину $\Delta \beta$ получим, дифференцируя равенство (13):

$$\Delta \beta = \beta_m \left(\frac{\partial \sigma}{\partial T} \Delta T + \frac{\partial \sigma}{\partial p} \Delta p \right). \quad (15)$$

Численные значения величин, входящих в выражение (15) нами были оценены с помощью таблицы XVI [8] для условий, характерных для нашей местности: $-20^\circ \text{C} \leq T \leq +20^\circ \text{C}$ и $620 \text{ м} \leq P \leq 635 \text{ м} \text{ м} \text{ м}$. Они равны:

$$\beta_m \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial T} = \begin{cases} -1.0 \cdot 10^{-6} & \text{при } T = -15^\circ \text{C}, \\ -0.9 \cdot 10^{-6} & \text{при } T = 0^\circ \text{C}, \\ -0.8 \cdot 10^{-6} & \text{при } T = +15^\circ \text{C}; \end{cases}$$

$$\beta_m \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial p} = 0.4 \cdot 10^{-6}.$$

Выражая x и y в сантиметрах, а Δy_3 — в микронах, с достаточной степенью точности получим:

$$\Delta \beta = (2\Delta p - 4\Delta T) \cdot 10^{-5}, \quad (15')$$

где ΔT выражено в градусах, а Δp — в мм ртутного столба.

Что касается остальных величин, входящих в формулу (14), то вблизи меридиана (вплоть до углов $t = \pm 2h$) произведения $k_2 k_3$ и $k_1 k_2$ оказываются достаточно малыми и учитывать соответствующие члены не приходится. Значения остальных величин даны в табл. 1.

Учитывать квадратные члены рефракции нужно только при больших зенитных расстояниях; поэтому, таблица 1 составлена только для отрицательных D . При вычислениях за единицу часового угла принимается $\Delta t = 10 \text{ м}$.

Таблица 1

D	$k_2 k_1$	$\beta \cdot \frac{\partial(k_2 k_3)}{\partial t} \cdot 10^3 = q$				$\frac{\partial(k_1 k_2)}{\partial t} \cdot 10^3 = r$	$\beta \cdot \frac{\partial(k_2 k_4)}{\partial t} \cdot 10^3 = s$			
		$t = \pm 30^m$	$\pm 1^h$	$\pm 1^h 30^m$	$\pm 2^h$		$t = \pm 30^m$	$\pm 1^h$	$\pm 1^h 30^m$	$\pm 2^h$
0°	0	± 0	0	1	1	2	± 0	0	0	1
-10°	0	± 0	1	2	3	4	± 1	1	2	4
-20°	10	± 1	2	4	8	8	± 2	4	8	14
-25°	20	± 2	4	8	17	12	± 4	10	20	38
-30°	40	± 3	7	—	—	18	± 12	27	—	—

Подставляя в (14) значение (15') и пренебрегая членами, содержащими $k_2 k_3$ и $k_1 k_2$, получим:

$$\Delta y_3 = -(qx^2 + rxy + sy^2) \cdot \Delta t \cdot 10^{-3} + k_2 k_4 (4\Delta T - 2\Delta p) y^2 \cdot 10^{-5}, \quad (14')$$

где введены обозначения:

$$q = \beta \cdot \frac{\partial(k_2 k_3)}{\partial t} \cdot 10^3,$$

$$r = \beta \cdot \frac{\partial(k_1 k_2)}{\partial t} \cdot 10^3,$$

$$s = \beta \cdot \frac{\partial(k_2 k_4)}{\partial t} \cdot 10^3.$$

Легко видеть, что значение Δy_3 , вычисленное с помощью формулы (14') и табл. 1, оказывается весьма малым и им можно пренебрегать в огромном большинстве случаев.

Дисторсия призмы

Дисторсия призмы является источником весьма крупных систематических ошибок при измерениях спектров. Поэтому, на учет ее влияния нужно обратить особое внимание.

Теория этого явления изложена Шварцшильдом [9]. В своем исследовании он вычисляет дисторсию призмы с точностью до членов четвертого порядка относительно координат x и y . При этом, для величины поправки, — в наших обозначениях, — получается значение:

$$\Delta y_4 = -[Py^2 + Qx^2][1 + Py + Ay^2 + Bx^2] + M[1 + Py + Cy^2 + Dx^2] - M^2 Ey. \quad (16)$$

Величины, входящие в формулу (16), связаны с параметрами, характеризующими призму, следующими соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} Q &= \left(1 - \frac{1}{n_0^2}\right) \text{tg } q, \\ P &= \frac{Q}{\cos^2 p}, \\ R &= \frac{P}{4} - \frac{1}{2} \text{ctg } 2q, \\ A &= P^2 + RP + \sec^2 p, \\ B &= RQ, \\ C &= 1 + RP + A, \\ D &= 1 + 2RQ, \\ E &= 1 + \sec^2 p + 2RP, \\ M &= K - RK^2, \\ K &= \frac{n_0^2 - n^2}{n_0^2} \text{tg } q. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Здесь n_0 обозначает показатель преломления призмы для некоторой фиксированной длины волны (для этой длины волны луч, прошедший

призму при угле наименьшего отклонения, проходит через начало координатной системы), n —показатель преломления для любой длины волны; значения величин p и q видны из рис. 15. На этом рисунке изображен ход луча, проходящего призму при угле наименьшего отклонения.

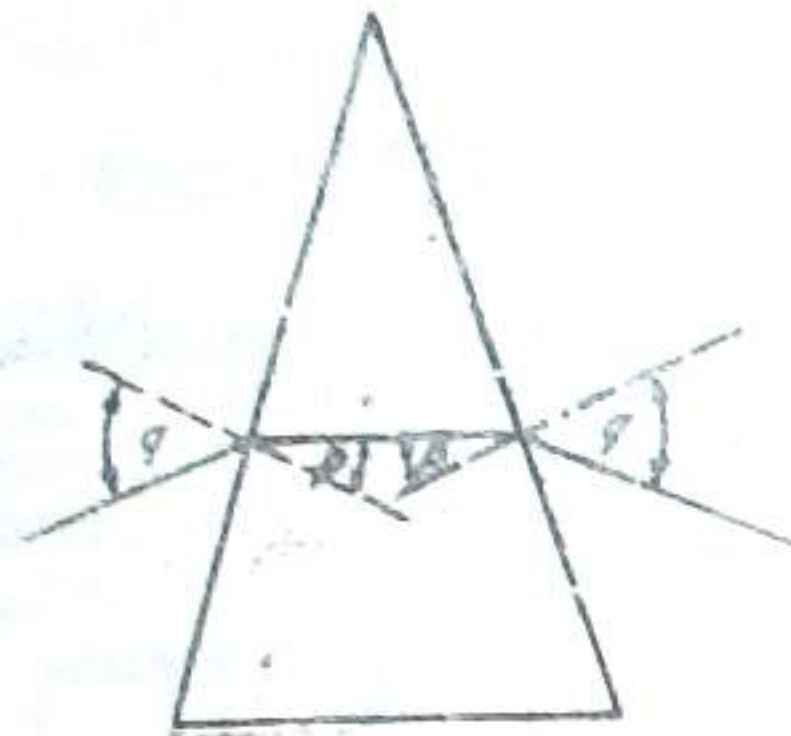


Рис. 15

Формулы (16) и (17) дают зависимость Δy_k от измеренных координат x и y в том случае, если объектив не имеет хроматизма увеличения, его фокусное расстояние принято за единицу и дисторсия объектива имеет нормальную величину. В общем случае эти условия, конечно, не соблюдаются, что требует внесения соответствующих поправок в формулу (16).

Влияние дисторсии объектива можно учесть, исходя из следующих соображений.

Обозначим через ω угол, составленный падающим лучем с оптической осью системы.

В общем случае существует зависимость:

$$r_k = \omega + k\omega^3 + \dots, \quad (18)$$

где k обозначает коэффициент дисторсии объектива, а r_k величину радиус-вектора точки:

$$r_k = \sqrt{x_k^2 + y_k^2}.$$

Индексом k обозначены значения величин, получающиеся при учете дисторсии объектива.

В случае наличия нормальной дисторсии,

$$r = \operatorname{tg} \omega = \omega + \frac{1}{3} \omega^3 + \dots, \quad (18)$$

т. е. величина k имеет значение:

$$k = \frac{1}{3}.$$

Делением равенства (18') на (18) получим:

$$r = \left[1 - \left(k - \frac{1}{3} \right) (x_k^2 + y_k^2) + \dots \right] r_k. \quad (18')$$

Из (19) легко получаются зависимости

$$\begin{aligned} x &= \left[1 - \left(k - \frac{1}{3} \right) (x_k^2 + y_k^2) + \dots \right] x_k, \\ y &= \left[1 - \left(k - \frac{1}{3} \right) (x_k^2 + y_k^2) + \dots \right] y_k. \end{aligned} \quad (19')$$

Дифференцированием (19') с достаточной степенью точности получим:

$$\Delta y = \left[1 - \left(k - \frac{1}{3} \right) (x_k^2 + 3y_k^2) \right] \Delta y_k. \quad (20)$$

Подставляя значения (19') и (20) в формулу (16), получим:

$$\begin{aligned} Y - y = \Delta y_k = & - [P y_k^2 + Q x_k^2] \left[1 + P y_k + \left(A + k - \frac{1}{3} \right) y_k^2 + \right. \\ & \left. + \left(B - k + \frac{1}{3} \right) x_k^2 \right] + M \left[1 + P y_k + (C + 3k - 1) y_k^2 + \right. \\ & \left. + \left(D + k - \frac{1}{3} \right) x_k^2 \right] - M^2 E y_k. \end{aligned} \quad (21)$$

Формуле (21) можно придать вид формулы (16), если ввести обозначения:

$$A' = A + k - \frac{1}{3},$$

$$B' = B - k + \frac{1}{3},$$

$$C' = C + 3k - 1,$$

$$D' = D + k - \frac{1}{3}.$$

Для того, чтобы величины x , y , Y и Δy выразить в любых единицах длины, а также для учета влияния хроматизма увеличения, в формулах содержащих эти величины, вместо них нужно писать $\frac{x}{f_\lambda}$, $\frac{y}{f_\lambda}$ и $\frac{Y}{f_\lambda}$

причем для каждой отдельной длины волны нужно подставить свое значение величины фокусного расстояния f_λ . Величину f_λ нужно брать для некоторой средней (эффективной) длины волны. Для простоты будем считать ее равной f_0 (фокусное расстояние для области H_0).

Введем обозначение:

$$\varphi(\lambda) = \frac{f_\lambda}{f_0}. \quad (22)$$

Тогда, с учетом сделанных выше замечаний, опуская индекс k , вместо формулы (21) получаем:

$$\begin{aligned} \Delta y = M f_\lambda + & [M \varphi(\lambda) (P - ME) - \varphi(\lambda) + 1] y - \\ & - \frac{Q - MD'}{f_0} \varphi(\lambda) x^2 - \frac{P - MC'}{f_0} \varphi(\lambda) y^2 - \frac{PQ}{f_0} \varphi(\lambda) x^2 y - \\ & - \frac{P^2}{f_0^2} \varphi(\lambda) y^3 - \frac{QB'}{f_0^2} \varphi(\lambda) x^4 - \frac{QA' + PB'}{f_0^2} \varphi(\lambda) x^2 y^2 - \frac{A'P}{f_0^2} \varphi(\lambda) y^4, \end{aligned} \quad (23)$$

где

$$\begin{aligned}
 Q &= \left(1 - \frac{1}{n_0^2}\right) \operatorname{tg} q, \\
 P &= \frac{Q}{\cos^2 p}, \\
 R &= \frac{P}{4} - \frac{1}{2} \operatorname{ctg} 2q, \\
 A' &= P^2 + RP + \sec^2 p + k - \frac{1}{3}, \\
 B' &= RQ - k + \frac{1}{3}, \\
 C &= A' + RP + 2k + \frac{1}{3}, \\
 D' &= 2RQ + k + \frac{2}{3}, \\
 E &= 1 + \sec^2 p + 2RP, \\
 M &= K - RK^2, \\
 K &= \frac{n_0^2 - n^2}{n_0^2} \operatorname{tg} q.
 \end{aligned} \tag{24}$$

В таблице 2 даны значения величин n , q , и $\zeta(\lambda)$, а также коэффициентов членов y , x^2 и y^2 в формуле (23) для различных длин волн. В квадратных скобках стоят переменные, для которых вычислены соответствующие коэффициенты. Для того, чтобы в формуле (23) величина Δy выражалась в микронах, а переменные x и y — в сантиметрах, все коэффициенты помножены на величину 10^4 . При расчетах были приняты значения:

$$\begin{aligned}
 p &= 4^\circ 05' 45''; \\
 f_\lambda &= 210,2 \text{ см.}
 \end{aligned}$$

Таблица 2

Обл.	λ	n	q	$[\zeta(\lambda) - 1] \times 10^4$	$b_\lambda [y]$	$c[x^2]$	$c[y^2]$	c'	e'
H_α	6563	1.5792	$6^\circ 28' 32''$	+9.25	-6.66	3.216	2.996	3.215	3.000
H_β	4861	1.5935	32 04	+4.59	-3.25	3.294	3.195	3.293	3.199
H_γ	4341	1.6019	34 10	+1.76	-1.23	3.340	3.313	3.339	3.317
H_δ	4102	1.6072	35 28	0.00	0.00	3.369	3.387	3.368	3.391
H_ϵ	3970	1.6107	36 19	-1.14	+0.78	3.388	3.435	3.387	3.439
K	3934	1.6117	36 34	-1.48	+1.01	3.394	3.450	3.393	3.454
H_ζ	3889	1.6130	36 54	-1.92	+1.31	3.401	3.468	3.400	3.472
H_η	3835	1.6147	37 19	-2.47	+1.68	3.409	3.491	3.408	3.495

Значения остальных коэффициентов, — стоящих в формуле (23) перед членами третьей и четвертой степени, — практически не зависят от длины волны.

Подставляя эти значения в формулу (23), для нашего телескопа с точностью до постоянной величины μf_λ получаем:

$$\begin{aligned}
 \Delta y_4 &= b_\lambda y - cx^2 - ey^2 - 0.0011x^2y - 0.0011y^3 + 0.00002x^4 - \\
 &\quad - 0.00005x^2y^2 - 0.00007y^4, \tag{25}
 \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}
 \Delta y_4 &= b_\lambda y - cx^2 - ey^2 - 0.0011(x^2 + y^2)y + (0.00002x^2 - \\
 &\quad - 0.00007y^2)(x^2 + y^2). \tag{25'}
 \end{aligned}$$

Члены высшего порядка в пределах поля можно также представить приближенно:

$$\begin{aligned}
 &- 0.0011(x^2 + y^2)y + (0.00002x^2 - 0.00007y^2)(x^2 + y^2) \approx \\
 &\approx -0.06y + 0.001x^2 - 0.004y^2. \tag{26}
 \end{aligned}$$

При таком приближении ошибка в кубическом члене может достигать в некоторых точках поля 0.3μ , однако, это несущественно, так как члены нечетных степеней исключаются при реверсировании призмы. Что касается членов четвертой степени, для них ошибка нигде не превосходит 0.1μ . Поэтому, учет этих членов возможно осуществить, придавая соответствующие поправки к коэффициентам квадратичных членов, согласно приближенной формуле (26). Эти исправленные значения обозначены через c' и e' в таблице 2.

Следовательно, с достаточной степенью точности можно писать:

$$\Delta y_4 = b_\lambda y - c'x^2 - e'y^2. \tag{27}$$

Изменение коэффициентов c' и e' с изменением длины волны графически изображено на рис. 16. В качестве аргумента здесь взято линейное расстояние m , между H_β и соответствующим участком спектра, отсчитываемое в сантиметрах в сторону увеличения длины волн. Как видно из рис. 16, при таком выборе аргумента, зависимости с достаточной степенью точности выражаются прямыми линиями:

$$\begin{aligned}
 c' &= 3.369(1 - 0.0532m); \\
 e' &= 3.392(1 - 0.1359m).
 \end{aligned} \tag{28}$$

Заметим также, что имеется зависимость:

$$b_\lambda = -7.58m - 0.44m^2. \tag{29}$$

Разберем теперь вопрос о том, как будет влиять дисторсия призмы на величину расстояния между двумя линиями одного и того же спектра. Другими словами, исследуем влияние дисторсии призмы на длину спектра.

Для этого нам нужно вычислить разность величин Δy_4 для двух длин волн, которые соответственно характеризуются величинами m_1 и 0 (в качестве одной из линий мы берем опять линию H_β).

Для этой величины с помощью формул (27), (28) и (29) получим значение:

$$\Delta y'_4 = -[7.58y + 0.44m_1y - 0.179x^2 - 0.461y^2]m_1. \tag{30}$$

Следует особо отметить, что члены, четные относительно координат и обязанные своим происхождением дисторсии призмы, меняют свой знак при реверсировании призмы, а нечетные члены при этом знака не меняют.

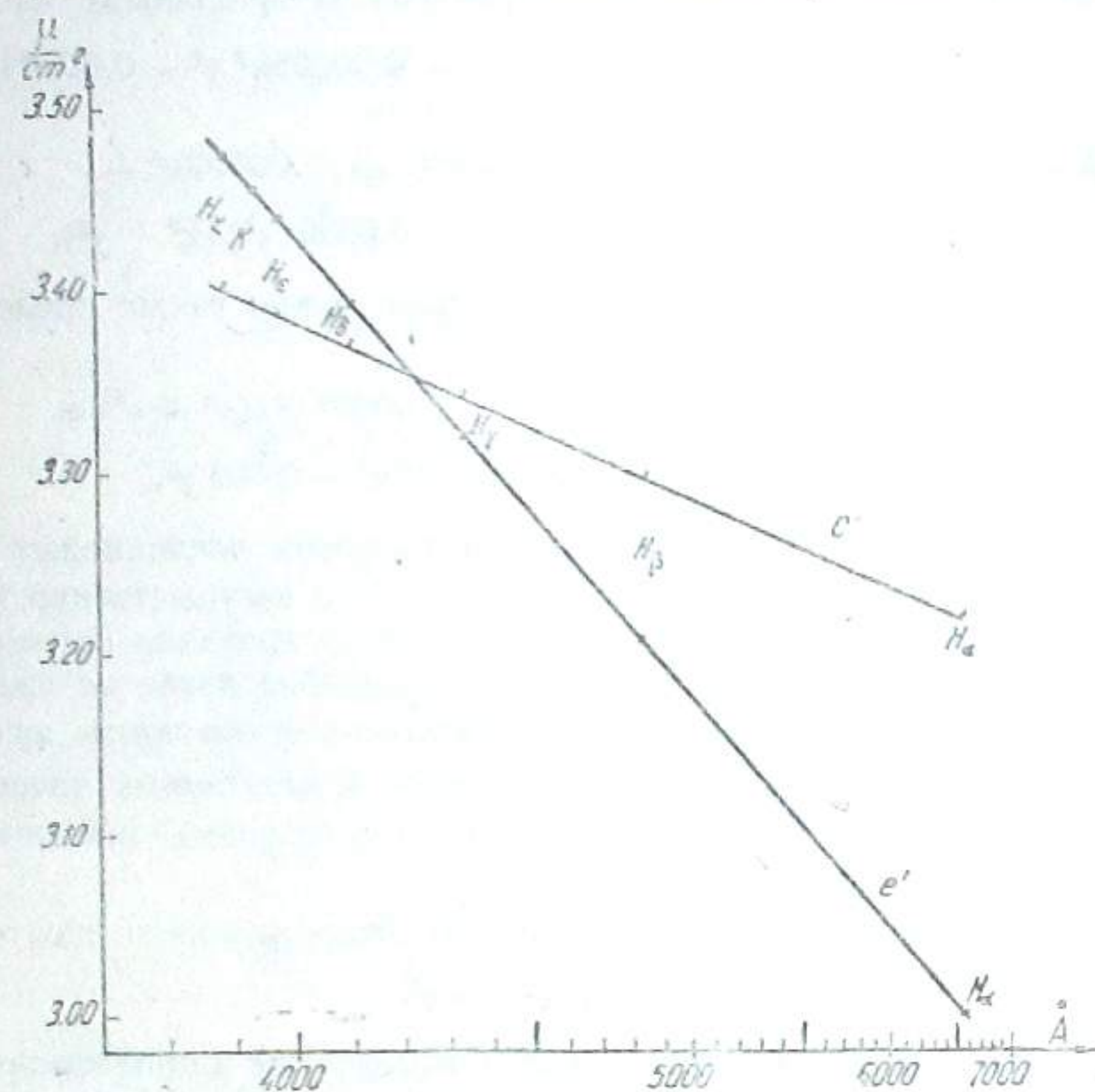


Рис. 16

ют. Так как при обработке измерений мы берем разность отсчетов для прямого и обратного спектра, то при этом нечетные члены дисторсии призмы исключаются, а четные — удваиваются при реверсировании призмы.

Дисторсия объектива

Влияние дисторсии объектива на положения спектральных линий нами уже учтено при вычислении величины дисторсии призмы. Теперь нам нужно учитывать ее влияние на положение репера.

Как известно, дисторсия объектива смещает изображение звезды от положения, которое оно занимало бы при наличии постоянного масштаба по всему полю. Смещение происходит в радиальном направлении и имеет величину, равную

$$\bar{d} = k(x^2 + y^2)^{3/2}.$$

При измерении лучевых скоростей нам важно знать величину составляющей по оси y , которая равна

$$d_y = ky(x^2 + y^2).$$

Изменение расстояния между двумя изображениями, обусловленное дисторсией объектива будет равно:

$$-\Delta y_s = \frac{\partial d_y}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial d_y}{\partial x} \Delta x = k(x^2 + 3y^2) \Delta y - 2kxy \Delta x. \quad (31)$$

Выражая величину Δy с помощью ее значения в центре Δy_c на основе формулы (27) и подставляя значение k , найденное из измерений:

$$k = 0.103 \frac{\mu}{\text{см}^3},$$

получаем:

$$\Delta y_s = -0.309 \left(y^2 + \frac{x^2}{3} \right) \Delta y_c - (0.34x^4 + 1.36x^2y^2 + 1.02y^4) \cdot 10^{-4} - 0.2xy \cdot \Delta x. \quad (32)$$

Заменяя члены четвертой степени на квадратичные члены с помощью приближенной формулы, аналогичной (26), равенство (32) можно привести к виду:

$$\Delta y_s = -0.309 \left(y^2 + \frac{x^2}{3} \right) (\Delta y_c + 0.02) - 0.2xy \cdot \Delta x. \quad (33)$$

Формула (33) применима, если в качестве репера используются звездные изображения. В этом случае Δy_c должна обозначать расстояние от $H\beta$ до репера (в сторону удлинения волны).

Если в качестве репера применяется спектр, полученный с помощью реверсированной призмы, то вместо формулы (33) нужно употреблять формулу:

$$\Delta y_s = -0.309 \left(y^2 + \frac{x^2}{3} \right) (\Delta y_c + 0.04) - 0.2xy \cdot \Delta x. \quad (33')$$

В этом случае Δy_c обозначает расстояние между линиями $H\beta$ в спектрах, полученных при двух положениях призмы.

Наклон фотопластинки относительно оптической оси

Наклон фотопластинки к оптической оси искажает y -координату измеряемого объекта на величину [7];

$$\Delta y_s = \gamma_1 xy + \gamma_2 y^2, \quad (34)$$

где γ_1 и γ_2 представляют косинусы направляющих углов вектора направления фотопластинки. Величины x , y и Δy_s выражены в долях фокусного расстояния.

Величины γ_1 и γ_2 могут быть вычислены, если известны точные положения противоположных краев пластинки относительно фокальной плоскости. Если через f_N , f_S , f_E , и f_W обозначить соответственно поло-

ния северного и т. д. краев пластинки, а через d_{SN} и d_{EW} — линейные расстояния между ними, то искомые коэффициенты будут равны:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{f_E - f_W}{d_{EW}}, \\ \gamma_2 &= \frac{f_N - f_S}{d_{NS}}. \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Для определения отсчетов фокуса мы пользовались следующим приемом. Перед каждой экспозицией или сейчас же после экспозиции мы надевали на объектив диафрагму с двумя круглыми отверстиями.

Отверстия располагались параллельно преломляющей грани призмы; расстояние между ними — 52,6 см, что соответствует четверти фокусного расстояния телескопа. Телескоп наводился на яркую (1—2^m) звезду, которая несколько раз фотографировалась с таким расчетом, чтобы ее изображения получались на краях пластинки.

Спектр звезды, полученный таким способом, имеет вид двух нитей, которые совпадают в середине и слегка расходятся на концах из-за наличия небольшого хроматизма. Учетверенное расстояние между ними дает нам величину внефокальности для данного участка спектра.

При фотографировании звездных изображений, вместо описанной диафрагмы употреблялась другая, имеющая четыре узких выреза, расположенных радиально. Изображения этих щелей получались в виде тонких штрихов, растянутых из-за дифракции; они оказались весьма удобными для измерений.

Обозначая через n_N, n_S, n_E, n_W расстояния, полученные описанным выше способом, придадим формулам (35) вид:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{4(n_E - n_W)}{d_{EW}}, \\ \gamma_2 &= \frac{4(n_N - n_S)}{d_{NS}}. \end{aligned} \right\} \quad (35')$$

Подставляя (35') в (34) и выражая x, y, d в сантиметрах, а n и Δy_0 в микронах, получим:

$$\Delta y = 0.019 \left[\frac{(n_E - n_W)}{d_{EW}} xy + \frac{(n_N - n_S)}{d_{NS}} y^2 \right]. \quad (34')$$

Так как нас интересует смещение спектра относительно другого спектра или звездного изображения, то для расчетов нам нужно брать разность величин Δy для этих двух изображений.

Если обозначить через n' отсчеты для фотографий, относительно которых измеряем смещение спектра, то величина искомой поправки будет равна:

$$\Delta y_0 = 0.019 \left\{ \frac{(n_W - n'_W) - (n_E - n'_E)}{d_{EW}} xy + \frac{(n_S - n'_S) - (n_N - n'_N)}{d_{NS}} y^2 \right\}. \quad (36)$$

Величина n возрастает при удалении фотопластинки от зеркала (при этом фиолетовый конец спектра сужается, а красный — расширяется).

Практически около каждого края пластинки фотографируется по несколько спектров на различных расстояниях от центра пластинки, строится зависимости величин n от расстояния до центра и образуются разности $n - n'$, где соответствующие линии перекрывают друг друга. Этим исключается влияние кривизны поля.

Что касается влияния наклона пластинки в пределах одного спектра, то соответствующую ему формулу можно получить дифференцированием (34'):

$$\Delta y'_0 = 0.019 \left[\frac{(n_W - n_E)}{d_{EW}} x + \frac{2(n_S - n_N)}{d_{NS}} y \right] \Delta y, \quad (37)$$

где Δy — расстояние между двумя линиями в спектре. Эта поправка обычно весьма мала, и принимать ее во внимание не приходится.

Поворот пластинки в кассете

Если между двумя экспозициями пластинка слегка поворачивается в кассете, то возникает ошибка, которая выражается функцией [7]:

$$\Delta y = ax. \quad (38)$$

Особого определения коэффициент a не требует, так как эта ошибка учитывается при определении членов первого порядка.

Изменение масштаба изображения

Изменение масштаба изображения между двумя экспозициями ведет к возникновению ошибки вида [7]:

$$\Delta y = by. \quad (39)$$

Эта ошибка также не требует особого учета.

Хроматизм увеличения

Влияние хроматизма увеличения проявляется в изменении масштаба в зависимости от длины волны.

Для спектров влияние хроматизма увеличения нами было учтено при выводе формул для дисторсии призмы.

Практически, коэффициент $b[y]$ формулы (23) нами был использован для определения величины хроматизма увеличения. Этот коэффициент нами был определен эмпирически для каждой линии поглощения в отдельности, что после учета члена $M(P-ME)$ дало нам возможность построить функцию $\varphi(\lambda)$. Фотографии были произведены вблизи зенита, чем исключалось влияние атмосферной дисперсии. Это один из методов определения хроматизма увеличения, примененный нами.

При фотографировании звездных изображений (без призмы) влияние хроматизма увеличения сказывается в том, что положение звезды на пластинке зависит также от распределения энергии в спектре звезды, т. е. от колор-индекса.

Мы пытались добиться устранения этой зависимости путем применения узкополосных светофильтров, однако, для надежного исключения

влияния хроматизма увеличения на положение звездных изображений, оказалось необходимым применение фильтров, имеющих полосу пропускания шириною в несколько десятков Å, что оказалось вне пределов наших возможностей. Однако этот эффект полностью исключается при реверсировании призмы (при условии постоянства величины хроматизма увеличения и распределения энергии в спектре звезды).

Атмосферная дисперсия

Влияние атмосферной дисперсии аналогично влиянию хроматизма увеличения. Явление атмосферной дисперсии выражается в изменении коэффициента преломления воздуха, а вместе с ним — величины β_m в формуле (13), с изменением длины волны.

С достаточной степенью точности можно считать:

$$\beta_m = n_\lambda - 1. \quad (40)$$

Согласно [7], существует следующая зависимость:

$$n_\lambda - 1 = \left[6432.8 + \frac{2949810}{146 - \frac{1}{\lambda^2}} + \frac{25540}{41 - \frac{1}{\lambda^2}} \right] \cdot 10^{-8}, \quad (41)$$

где λ выражена в микронах.

На основе формул (40) и (41) нами были вычислены значения β_m для различных длин волн в интервале λ 3500—7000 Å. Заменяя λ на $m\lambda$ в этом интервале нами была получена зависимость:

$$\beta_m = (282.21 - 6.62 m_\lambda - 0.50 m_\lambda^2) \cdot 10^{-6}. \quad (42)$$

Выбор величины m_λ в качестве аргумента и в этом случае оказался удачным, так как зависимость β_m от m_λ является почти линейной.

Так как мы ищем разность смещений для двух длин волн (за одну из них, как всегда, мы примем $H\delta$ то в дальнейшем мы будем пользоваться величиной

$$\Delta\beta_m = -(6.62 m_\lambda + 0.50 m_\lambda^2) \cdot 10^{-6}. \quad (43)$$

Из (13) получим:

$$\Delta\beta_m = (1 + \sigma) \Delta\beta_m. \quad (13')$$

Интересующая нас поправка, равная разности смещений для двух длин волн будет равна

$$\Delta y_7 = \Delta\beta [k_1(k_2 + \text{tg } D)x + k_4 y] - \Delta\beta [k_2 k_3 x^2 + 2k_1 k_2 xy + k_2 k_4 y^2] + \dots \quad (11')$$

Подставляя значения (13') и (43) в (11'), и отбрасывая малые члены, получим:

$$\Delta y_7 = -(6.6 m_\lambda + 0.5 m_\lambda^2) (1 + \sigma) [k_1(k_2 + \text{tg } D)x + k_4 y - k_2 k_4 y^2]. \quad (44)$$

Беря величину σ , соответствующую средним значениям параметров: $T = 0^\circ\text{C}$ и $P = 630 \text{ mm}$, формулу (44) напишем в виде:

$$\Delta y_7 = -(5.7 m_\lambda + 0.4 m_\lambda^2) [Qx + Ry - Sy^2] \cdot 10^{-2}. \quad (44')$$

Величины Q , R и S даются в таблице 3.

Таблица 3

D	t	Q				R			S		
		$\pm 30^m$	$\pm 1^h$	$\pm 1^h 30^m$	$\pm 2^h$	0^h	1^h	2^h	0^h	1^h	2^h
	70°	± 0.3	0.5	0.7	1.0	1.3	1.3	1.2	0.00	0.00	0.00
	60°	± 0.2	0.3	0.5	0.6	1.1	1.1	1.1	0	0	0
	50°	± 0.1	0.2	0.4	0.5	1.0	1.0	1.0	0	0	0
	40°	± 0.1	0.2	0.3	0.4	1.0	1.0	1.0	0	0	0
	30°	± 0.1	0.2	0.3	0.4	1.0	1.0	1.1	0	0	0
	20°	± 0.1	0.2	0.3	0.4	1.2	1.2	1.2	0	0	0
	10°	± 0.1	0.2	0.3	0.4	1.4	1.4	1.5	1	1	1
	0°	± 0.1	0.3	0.4	0.6	1.8	1.9	2.0	1	1	1
	-10°	± 0.2	0.4	0.6	0.9	2.6	2.8	3.2	2	2	2
	-20°	± 0.3	0.6	1.0	1.8	4.5	4.7	5.9	4	4	6
	-25°	± 0.5	1.0	1.7	2.8	6.4	6.9	9.0	7	8	12
	-30°	± 0.8	1.7	—	—	10.2	11.4	—	15	18	—

Собственное движение звезд

Собственное движение звезды может влиять на результат, если между двумя снимками прошло достаточно много времени и собственное движение звезды достаточно велико. Обычно этот эффект весьма мал и учитывать его не приходится.

Нетрудно вычислить, что поправка за собственное движение звезды, выраженная в микронах, равна:

$$\Delta y_8 = 0.027 \mu'' \cdot \tau, \quad (45)$$

где τ интервал между двумя экспозициями, выраженный в сутках; μ'' — составляющая по δ собственного движения звезды.

Сводка формул

Как было показано выше, при измерениях спектрограмм необходимо учитывать влияние многочисленных систематических ошибок.

При измерениях относительно репера эти ошибки учитываются по формуле:

$$\Delta y = b_\lambda y + cx^2 + dxy + ey^2 + fy(x^2 + y^2). \quad (46)$$

Для основного положения призмы коэффициенты формулы (46) имеют следующие значения:

$$\left. \begin{aligned} b_\lambda &= 7.58 m_\lambda + 0.44 m_\lambda^2; \\ c &= -q\Delta t \cdot 10^{-3} - c' - 0.10 (\Delta y_0 + 0.02); \\ d &= -r\Delta t \cdot 10^{-3} - 0.2\Delta x_0 - \frac{(n_E - n'_E) - (n_W - n'_W)}{d_{EW}} \cdot 0.019; \\ e &= -s\Delta t \cdot 10^{-3} + k_2 k_4 (4\Delta T - 2\Delta p) \cdot 10^{-5} - e' - 0.31 (\Delta y_0 + 0.02) - \\ &\quad - \frac{(n_N - n'_N) - (n_S - n'_S)}{d_{NS}} \cdot 0.019 + 0.057 m_\lambda^2 \cdot S; \\ f &= -0.0011. \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

Величины q , r , s и $k_2 k_4$ даны в табл. 1; c' и e' даются в табл. 2; Δx_0 и Δy_0 — расстояния между линией и репером в центре пластинки отсчитываемые от репера к линии поглощения; величина S дана в табл. 3.

Для спектров, полученных реверсированной призмой, эти коэффициенты имеют значения:

$$\left. \begin{aligned} b &= 7.58 m_2 + 0.44 m_2^2; \\ c &= -q \cdot \Delta t \cdot 10^{-3} + c' - 0.10 (\Delta y_0 + 0.02); \\ d &= -r \cdot \Delta t \cdot 10^3 - 0.2 \Delta x_0 - 0.019 \cdot \frac{(n_E - n'_E) - (n_W - n'_W)}{d_{EW}}; \\ e &= -s \cdot \Delta t \cdot 10^{-3} + k_2 k_4 (4\Delta T - 2\Delta p) \cdot 10^{-5} + e' - 0.31 (\Delta y_0 + 0.02) - \\ &\quad - 0.019 \cdot \frac{(n_N - n'_N) - (n_S - n'_S)}{d_{NS}} + 0.057 m_2 S; \\ f &= -0.0011. \end{aligned} \right\} (47')$$

При наличии на пластинке прямого и реверсированного спектров коэффициенты принимают значения:

$$\left. \begin{aligned} b &= 0; \\ c &= -q \cdot \Delta t \cdot 10^{-3} - 2c' - 0.10 (\Delta y_0 + 0.02); \\ d &= -r \cdot \Delta t \cdot 10^{-3} - 0.2 \Delta x_0 - 0.019 \cdot \frac{(n_E - n'_E) - (n_W - n'_W)}{d_{EW}}; \\ e &= -s \cdot \Delta t \cdot 10^{-3} + k_2 k_4 (4\Delta T - 2\Delta p) \cdot 10^{-5} - 2e' - \\ &\quad - 0.31 (\Delta y_0 + 0.02) - 0.019 \cdot \frac{(n_N - n'_N) - (n_S - n'_S)}{d_{NS}}; \\ f &= 0. \end{aligned} \right\} (47'')$$

Поправка в этом случае придается основному спектру (имеющему коротковолновую часть, направленную к Северу).

При измерении длины спектра поправка имеет вид:

$$\Delta y' = ax + by + cx^2 + dxy + ey^2. \quad (48)$$

Учитывая, что в этом случае можно приблизительно принять:

$$\Delta y = \pm m_2$$

(знак плюс нужно брать для спектров, полученных реверсированной призмой, а знак минус для спектров, полученных призмой в основном положении), — для коэффициентов формулы (48) получаем значения:

$$\left. \begin{aligned} a &= 0.02 \frac{n_E - n_W}{d_{EW}} m_2 - (0.057 m_2 + 0.004 m_2^2) Q; \\ b &= -7.58 m_2 - 0.44 m_2^2 + 0.04 \frac{n_N - n_S}{d_{NS}} m_2 - (0.057 m_2 + 0.004 m_2^2) R; \\ c &= 0.179 m_2; \\ d &= 0; \\ e &= 0.461 m_2 + 0.057 m_2 \cdot S. \end{aligned} \right\} (49)$$

Кроме этого, при измерениях длины спектра нужно вводить поправку в лучевую скорость звезды по формуле (5). Что же касается влияния собственного движения звезды, его учет имеет смысл только для звезд, имеющих $\mu > 1''$, — по формуле (45).

Оставшиеся после учета систематических ошибок разности $y - y'$ следует отнести за счет лучевых скоростей звезд (y' представляет собой отсчет линии для неподвижной звезды). Между этими величинами существует зависимость:

$$\Delta y = y - y' = -Mv \quad (50)$$

— для прямых спектров;

$$\Delta y = y - y' = Mv \quad (50')$$

— для спектров, полученных реверсированной призмой, и

$$\Delta y = y - y' = -2Mv, \quad (50'')$$

если измерена разность координат линий в прямом и обратном спектрах.

Значения масштаба M для различных длин волн нами были получены с помощью дисперсионной кривой. Ее уравнение (для центра поля) следующее:

$$\lambda = 1965 + \frac{3389}{1.587 + m_2}. \quad (51)$$

В таблице 4 даны значения m_2 (выраженные в сантиметрах), M (в $\mu/\text{км}/\text{сек}$) и $\frac{1}{M}$ для некоторых линий поглощения.

Таблица 4

Линия	λ	m_2	M	$\frac{1}{M}$
H_α	6563 Å	-0.850	0.035	28.6
H_β	4861	-0.417	0.066	15.3
H_γ	4340	-0.160	0.087	11.5
H_δ	4102	0.000	0.102	9.8
H_ϵ	3970	0.103	0.111	9.0
K	3934	0.134	0.115	8.7
H_ζ	3889	0.174	0.119	8.4
H_η	3835	0.225	0.124	8.1

Метод длин спектра

Выражение (50) дает возможность вывести формулу для вычисления лучевой скорости методом длин спектра.

Перепишем (50) в виде:

$$Mv - y_0 = -\Delta y_i; \quad (52)$$

индекс i указывает на линию поглощения, для которой написано такое уравнение. Для каждой звезды число уравнений вида (52) будет равно

количеству измеренных линий. Решая эту систему по способу наименьших квадратов, относительно v , получаем:

$$v = \frac{\sum M_i (\bar{\Delta y} - \Delta y_i)}{\sum M_i (\bar{M} - M_i)} \quad (53)$$

Для реверсированных спектров

$$v = \frac{\sum M_i (\Delta y_i - \bar{\Delta y})}{\sum M_i (\bar{M} - M_i)} \quad (53')$$

Так как у всех звезд близких спектральных классов измеряются одни и те же линии, то знаменатель выражения (53) будет одним и тем же для этих звезд.

Результаты измерений

Для определения величины случайных ошибок нами были измерены лучевые скорости 21 звезды классов A и F с известными лучевыми скоростями в созвездии Волос Вероники $\alpha_{1950} = 12^h 25^m$, $\delta_{1950} = +26^\circ 10'$.

Путем сравнения результатов этих измерений со значениями лучевых скоростей данных в [11], для величины средней ошибки найдено значение:

$$\overline{\Delta v} = 12 \frac{\text{км}}{\text{сек}}$$

выведенное для одной пары спектров (полученных с помощью призмы в двух различных положениях). Наличие систематической ошибки уравнения блеска не было обнаружено.

Учитывая малую дисперсию использованных спектрограмм ($160 \frac{\text{Å}}{\text{мм}}$ около $H\gamma$), можно видеть, что полученное значение случайных ошибок совпадает со значением, предсказанным в [4], по табл. 1 и 4.

После таких предварительных измерений мы приступили к изучению лучевых скоростей звезд в области ассоциации ζ Персея.

Вся ассоциация может быть перекрыта 4-мя пластинками (каждая из них кроет поле около 20 кв. градусов).

В настоящее время закончено определение лучевых скоростей в поле с центром $\alpha_{1950} = 3^h 54^m$, $\delta_{1950} = +31^\circ 50'$.

Было измерено 4 негатива, полученных на пластинках Agfa Astroplatten и Kodak OaO, с экспозициями, заключенными в пределах от 6 мин. до 40 мин.

Результаты этих измерений представлены в табл. 5. В ней даны: порядковый номер, №№ BD и HD , прямоугольные координаты (в сантиметрах), относительная лучевая скорость, спектр, а также фотографическая звездная величина.

Рядом со значением лучевой скорости буквами a, b, c обозначено качество определения лучевой скорости. При этом a соответствует лучшему определению. Средние величины соответствующих ошибок оценены, исходя из отклонений индивидуальных определений лучевых скоро-

стей от средних значений, полученных на основе определения по нескольким пластинкам. Эти ошибки соответственно оказались равны: $7 \frac{\text{км}}{\text{сек}}$, $9 \frac{\text{км}}{\text{сек}}$ и $13 \frac{\text{км}}{\text{сек}}$.

Значения звездных величин взяты из [12], или оценены по плотности спектров.

В табл. 5 даны относительные лучевые скорости. Чтобы перевести их в абсолютные, нужно придать им некоторую поправку, которую можно определить по опорным звездам (с известными лучевыми скоростями).

Таких звезд в нашем списке оказалось три: $BD+31^\circ 649$, $BD+31^\circ 650$ и $BD+30^\circ 582$. По ним для поправки было найдено значение, равное $+14 \pm 8 \frac{\text{км}}{\text{сек}}$. Это значение близко к средней лучевой скорости звезд в данном

направлении, $+10 \frac{\text{км}}{\text{сек}}$, обусловленной движением Солнца к апексу [13].

Таблица 5

№№ п/п	BD	HD	X	Y	V	Sp	m_{pg}
1	31°646		-8.891	-0.096	+56a	A1	10.1
2	31°647		-8.405	+0.771	+24a	B9	9.7
3	31°649	23478	-8.184	+0.897	+22c	B4	6.5
4	32°665		-8.071	+2.048	+53a	A8	9.6
5	32°666		-7.490	+4.679	-19b	A0	9.8
6			-7.354	+0.766	+41c	A0	10.2
7	31°650	23626	-7.306	+0.532	-32c	F9	6.6
8	31°652	23699	-6.874	-0.338	-9a	A6	8.4
9	30°576		-6.809	-5.137	-35c	F9	9.5
10	31°653		-6.774	+0.917	+15b	B9	10.3
11	31°655	23802	-6.291	+0.766	+29c	B9	7.4
12	31°658	23974	-5.290	-1.864	+19a	B9	8.6
13	31°657	23963	-5.221	+1.353	-2b	B9	9.4
14	29°634		-5.110	-5.993	+9b	A3	10.3
15	30°579		-5.003	-5.039	+33b	A0	9.8
16	31°659	24039	-4.852	+0.388	+2a	A3	9.6
17	32°669	24038	-4.799	+1.815	0a	A3	9.4
18	30°581		-4.322	-3.023	+1c	A7	10.9
19	30°582	24167	-3.983	-3.284	-58c	A3	6.4
20	30°583		-3.849	-3.394	+21b	A7	10.1
21	32°674		-3.801	+4.916	-111a	A0	9.2
22	32°675		-3.737	+3.040	+7b	B8	10.6
23	32°676		-3.548	+3.886	-34b	B9	9.8
24	33°731	24252	-3.259	+5.205	-5b	F2	9.0
25	32°678		-3.129	+2.782	-2c	A3	10.6
26	29°640		-3.169	-6.895	-35c	B8	10.1
27			-2.977	+1.591	+62b	B9	10.6
28	32°679	24322	-2.870	+3.821	+8a	A0	8.4
29	32°681		-2.413	+1.873	-53c	A8	10.9
30	33°736		-2.444	+5.368	-43c	F3	10.0
31	30°589		-2.264	-3.938	+25b	A1	10.0
32	32°683	24411	-2.244	+3.204	+6a	A4	9.1
33	31°667		-2.174	-0.399	-17c	A2	10.0
34	31°669	24601	-1.024	+0.302	0a	A0	8.9
35	33°741		-0.978	+8.184	-2c	A0	9.8

№№ п/п	BD	HD	X	Y	V	Sp	m _{pp}
36	31 ^o 670	24600	-0.972	+0.333	0a	A0	8.5
37	33 ^o 743		-0.825	+8.571	+11B	A4	9.8
38			-0.423	-0.704	+42C	A0	10.6
39	32 ^o 690		-0.386	+2.617	+121C	A8	10.7
40	32 ^o 691	24736	+0.067	+2.994	-26a	B8	8.6
41	32 ^o 695	24856	+0.852	+2.510	-1a	A3	9.0
42	31 ^o 674		+0.929	+1.050	+25B	A2	9.9
43	30 ^o 595	24885	+1.066	-2.436	+30a	B9	9.1
44	30 ^o 597		+1.238	-2.620	-65C	F5	10.3
45	32 ^o 697	24913	+1.303	+2.513	+15a	A0	8.4
46	31 ^o 675		+1.360	+1.096	-22B	F5	10.3
47	29 ^o 654		+1.385	-8.269	-5B	A6	9.8
48	29 ^o 655		+1.411	-7.576	-84C	A1	9.8
49	32 ^o 698		+1.528	+2.353	-15B	F3	10.2
50	29 ^o 656		+1.564	-8.301	+20B	A2	9.9
51	31 ^o 678		+1.809	-0.173	-33B	F0	10.3
52	30 ^o 598		+1.933	-4.725	-46B	B8	9.3
53	31 ^o 680		+2.063	-0.026	-16a	B8	9.3
54	30 ^o 601		+2.083	-4.669	-19B	A4	10.0
55			+2.097	+4.574	+35C	B8	10.9
56			+2.152	-2.154	-50B	A7	10.3
57	32 ^o 702		+2.552	+4.691	-6C	F3	10.4
58	33 ^o 754		+2.663	+7.640	+24C	A9	10.4
59	30 ^o 603		+2.752	-3.518	-15B	A3	10.6
60	33 ^o 756		+2.838	+7.359	+36C	F5	10.0
61	32 ^o 703	25143	+2.871	+1.291	+11B	B9	8.5
62	33 ^o 758		+2.955	+5.148	-8B	A1	10.0
63	31 ^o 686	25185	+3.246	+0.737	+17a	A4	8.9
64	32 ^o 706		+3.280	+3.964	+48B	F6	9.9
65			+3.472	-5.806	+15C	A5	10.3
66	31 ^o 687	25239	+3.523	+0.544	+49B	B8	9.3
67	31 ^o 688		+3.593	+0.734	-46B	A6	10.2
68	31 ^o 689		+3.975	-0.345	-1B	B9	9.7
69	31 ^o 690		+3.727	+0.392	+32B	F3	10.1
70	30 ^o 607		+3.845	-4.396	+10a	F0	9.6
71	29 ^o 663		+3.890	-6.216	+12B	A1	10.3
72	31 ^o 692	25310	+4.103	-2.108	+7B	A0	8.6
73	31 ^o 694		+4.447	-0.486	+15B	A0	9.8
74	33 ^o 766		+4.640	+5.960	-30B	A1	10.1
75	30 ^o 611		+5.002	-4.949	+20B	A5	10.1
76			+5.180	+0.639	+23C	A7	10.9
77	32 ^o 711		+5.536	+2.068	-34C	A3	9.9
78	30 ^o 614	25554	+5.838	-4.312	-26a	A2	9.4
79	32 ^o 717		+6.394	+3.029	-12B	A0	9.8
80	32 ^o 718		+6.735	+3.533	-21B	A3	10.1
81			+7.275	+2.351	+1C	A1	10.3
82			+7.561	-2.311	0C	A7	10.9
83	31 ^o 705	25908	+8.001	-0.875	+23a	B8	9.1
84			+8.115	+0.693	-50C	A4	10.9

Средняя ошибка для этих звезд равна $\pm 13.7 \frac{\text{км}}{\text{сек}}$ и находится в пол-

ном согласии с первоначальной оценкой величины ошибок для спектров, отмеченных индексом *c*.

В интервале *B5—F5* лучевые скорости определяются вполне уверенно: почти все наилучшие определения (индексы *a* и *b*) относятся к этим звездам. Для звезд *BO—B4*, а также для звезд *F6—GO* определения становятся менее уверенными, так как в их спектрах линии водорода уже сильно ослаблены и измерения становятся затруднительными.

Более интересную картину представляет зависимость точности определения лучевых скоростей от блеска звезды.

В табл. 6 дано количество звезд в зависимости от блеска и от точности определения лучевой скорости.

Таблица 6

Точность	m _{pp}	Точность									
		6.3—	6.8—	7.3—	7.8—	8.3—	8.8—	9.3—	9.8—	10.3—	>10.8
a		0	0	0	0	6	7	7	1	0	0
b		0	0	0	0	2	1	3	18	11	0
c		3	0	1	0	0	0	1	9	9	6
Всего . .		3	0	1	0	8	8	11	28	20	6

Из рассмотрения таблицы видно, что самые лучшие определения приходится на звезды от 8.0 до 10.0 зв. величины.

Следующие по качеству определения приходится на звезды десятой величины и, вероятно, приходились бы на звезды седьмой величины, если бы таковые оказались в поле зрения.

Худшие определения относятся, как и следовало ожидать, к звездам шестой и десятой величины.

Обращает на себя внимание факт отсутствия звезд седьмой величины: в интервале 6.8 — 8.2 имеется всего одна звезда раннего спектрального типа. Этот вывод не является результатом наблюдательной селекции (наблюдательная селекция имеет место, главным образом, для звезд шестой и десятой величины).

В настоящее время трудно судить о значении этого факта, так как наши измерения охватывают сравнительно малую часть ассоциации. По этой же причине еще рано решать различные задачи, связанные с особенностями движения звезд в данной области. Подобные исследования мы будем пытаться проводить в дальнейшем по мере накопления наблюдательного материала.

Октябрь, 1958.

ON THE EXPERIMENTAL DETERMINATIONS OF STELLAR RADIAL VELOCITIES BY MEANS OF THE OBJECTIVE PRISM ATTACHED TO THE 70-cm MENISCUS TYPE TELESCOPE

R. I. KILADZE
(Summary)

Chapter 1.

The description of the 70-cm meniscus type telescope in operation at the Abastumani astrophysical observatory since 1955 is given.

The focal length of the primary focus is 2100 mm and ratio 1:3. The field is about 5° in diameter. The secondary optical scheme is realized by means of an additional hyperbolic mirror. The focal length and aperture ratio of this optical system are 10500 mm and 1:15. The field is about 40'.

The telescope is attended by a 72-cm objective prism. The effect of an irregular motion of the polar axis has been investigated.

Spherical aberration, astigmatism, coma, chromatism, distortion, resolving capacity and penetration of the telescope have been investigated.

The dispersion and refractive angle of the objective prism as well as the purity of spectra and penetration have been determined.

Chapter II.

The method of determination of radial velocities of stars by means of 70-cm meniscus telescope with an objective prism is described. The ways of determination and reduction of systematic errors are analyzed.

The results of determination of the radial velocities of 84 stars near ζ Persei are given.

The accuracy of determination of radial velocities are characterised by the letters a , b and c . Accordingly, the accidental errors of these determinations are $\pm 7 \frac{\text{km}}{\text{sec}}$, $\pm 9 \frac{\text{km}}{\text{sec}}$ and $\pm 13 \frac{\text{km}}{\text{sec}}$.

October, 1958.

ЛИТЕРАТУРА

1. Карасик Б. Я. Часовой привод телескопа АС 32. „Оптико-механическая промышленность“, 1957, № 4, 51.
2. Рожковский Д. А. Об установке полярной оси и гидрировании астрографа в случае длительных экспозиций северного полярного ряда. Известия астрофиз. института АН Каз. ССР, 1954, 1, в. 1—2, 124.
3. Nassau J. J. The Burrell Telescope of the Warner and Swasey observatory. *Aph. J.*, 1945, **101**, 275.
4. Treanor P. J. The measurement of Radial Velocity from Slitless Spectra. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1948, **108**, No. 2, 180.
5. Schalen C. An attempt to determine objective prism radial velocities. *Arkiv for Astronomi*, 1955, **I**, № 37, 545.
6. Fehrenbach Ch. Recherches sur la mesure des vitesses radiales au prisme objectif. *Annales d'Astrophysique*, 1948, **11**, № 1, 35.
7. Курс астрофизики и звездной астрономии т. 1, 1951. М.—Л.
8. Бугославская Е. Я. Фотографическая астрометрия, 1947. М.—Л.
9. Schwarzschild K. Beitrag zur Bestimmung von Radial-Geschwindigkeiten mit dem Objektivprisma. *Potsdam Publ.*, 1913, **69**, 9.
10. Edlen B. The Dispersion of Standard Air. *JOSA*, 1953, **43**, 339.
11. Wilson R. E. General Catalogue of Stellar Radial Velocities, 1953.
12. Hill S. J. and Schilt J. Photographic Magnitudes of 55700 Stars in the Zones $+10^\circ$ to $+20^\circ$ and $+30^\circ$ to $+50^\circ$. Contributions from the Rutherford observatory of Columbia university, 1952, No. 32.
13. Паренго П. П. Курс звездной астрономии, 1954. М.—Л.

ЗАМЕЧАНИЯ К ИССЛЕДОВАНИЮ ПОГЛОЩЕНИЯ СВЕТА В НАПРАВЛЕНИИ НА ГАЛАКТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР

Т. А. КОЧЛАШВИЛИ

При выполнении нами недавно исследовании поглощения света в направлении на галактический центр методом цветových избытков звезд [1], мы строили кривую зависимости цветового избытка от расстояния (CE , r) на основе кривой регрессии цветового избытка на искаженный поглощением модуль расстояния ($m-M$, \overline{CE}). Второй кривой регрессии — модуль расстояния на цветовой избыток — ($m-M$, CE), как правило, мы не пользовались. Однако, полученная кривая ($m-M$, \overline{CE}) отличается от истинной по двум причинам: 1) из-за дискретной структуры поглощающего вещества в Галактике и 2) из-за случайных ошибок определения CE и $m-M$.

Этот вопрос подробно разработан А. Ф. Торонджадзе в его недавних работах [2, 3], в которых он к тому же предложил способ учета этих эффектов и уточнения данных об избытках цвета. На основе этих исследований он же внес поправки в данные о поглощении света в 43-х Площадках Каптейна [6, 7]. Мы также провели, на той же основе, уточнение наших данных о поглощении света в направлении на галактический центр [1].

Из математической статистики известно, что истинная кривая зависимости между переменными x и y , если дисперсии σ_x и σ_y не равны нулю, должна пройти между кривыми регрессии (\bar{x}, y) , и (x, \bar{y}) . При прямолинейности кривых регрессии, истинная кривая пройдет через точку их пересечения. Наилучшим приближением к истинной кривой является так называемая кривая ортогональной средней квадратической регрессии [2, 3].

Зависимости между CE и $m-M$ возможно придать следующий вид [5].

$$l = -5 \log \Delta a_0 + 5 \log R(CE) + \gamma \cdot CE, \quad (1)$$

где

$$l = y - 5 \log CE, \quad \text{а} \quad y = m - M - 10$$

(расстояния выражены в килопарсеках).

Первый член формулы (1) — $5 \log \Delta a_0$ — характеризует поглощение света в данном направлении, а два последних члена содержат параметры, зависящие от фотометрической системы. Мы использовали значения параметров, характеризующих фотометрическую систему, т. е. члены $5 \log R(CE) + \gamma \cdot CE$, выведенные А. Ф. Торонджадзе с целью исправления данных о поглощении в 43-х Площадках Каптейна по работе [7]. Мы соч-

ли это возможным в силу однородности фотометрических систем Е. К. Харадзе [7] и наших. С этими значениями параметров мы исправили наши данные, опубликованные в работе [1].

Построенные нами кривые регрессии (\overline{CE}, γ) (CE, \bar{y}) как оказалось, значительно расходятся одна от другой. Нужно было найти такую кривую, которая наилучшим образом отображает истинную картину зависимости избирательного поглощения от расстояний. Параметр Δa_0 для исследованного нами направления, мы определили согласно предположению, что истинная кривая зависимости (γ, CE) должна пройти через точку пересечения кривых регрессии (\bar{y}, CE) , и (γ, \overline{CE}) . Исходя из имевшейся Δa_0 для нашего направления и численных значений $5 \log R(CE) + \gamma \cdot CE$, заимствованных из [6], мы определили искомую зависимость l от CE согласно (1). На рис. 1 приведены кривые регрессии (\overline{CE}, γ) и (CE, \bar{y}) , обозначенные через I и II, и кривая ортогональной средней квадратической регрессии III.

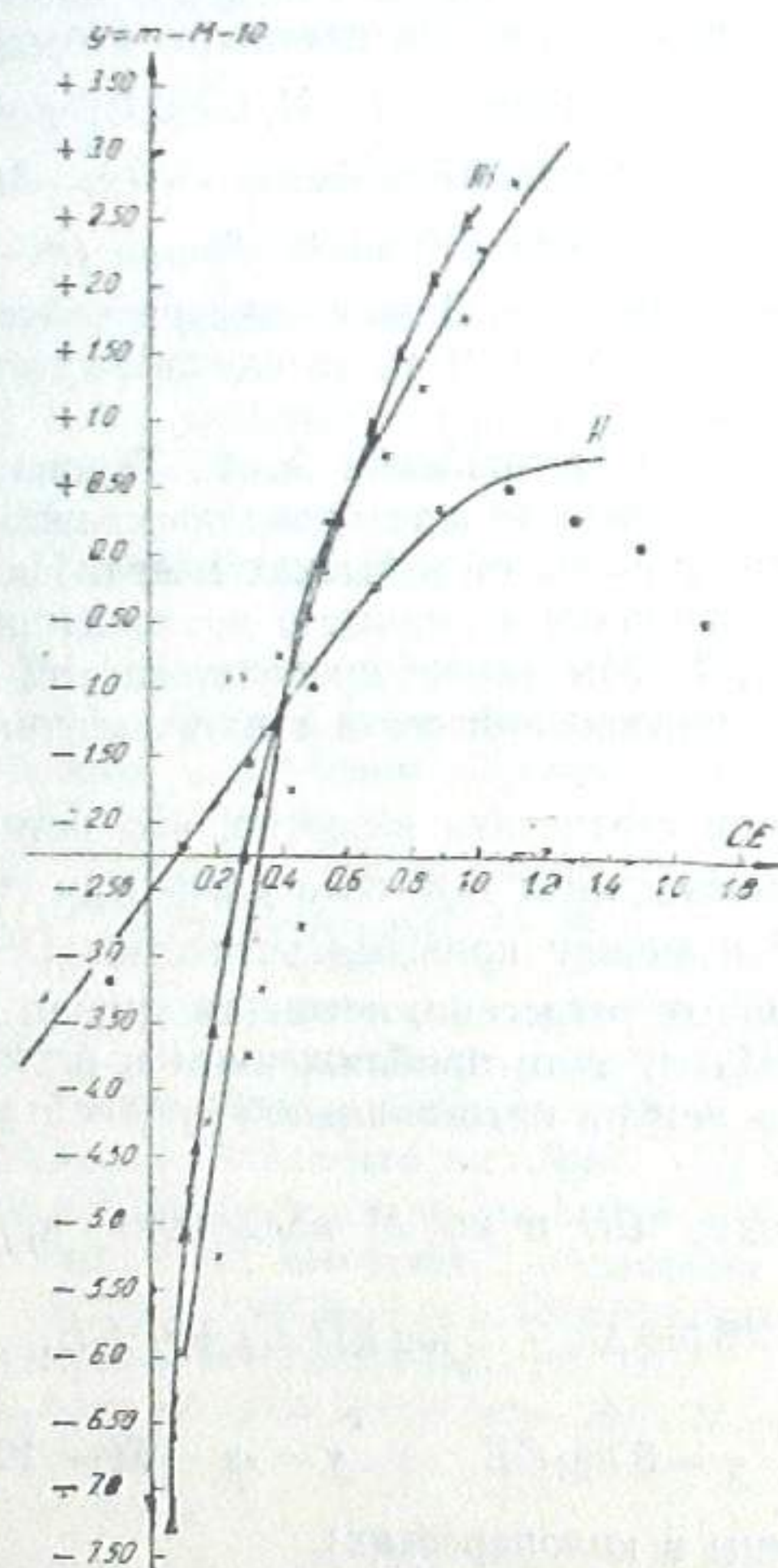


Рис. 1

Обратим внимание на то, что I кривая (\overline{CE}, γ) неестественно ломается около значения $CE=0.6$. Этим вызвано то, что кривая III два раза пересекает кривую I, что не должно иметь места. Это обстоятельство обу-

словливается своеобразной селекцией наблюдательных данных, на что неоднократно указывалось в литературе (например, Н. Ф. Флоря [8], В. Зонн [9]). Она заключается в том, что данные о звездах, находящихся в направлениях сильного поглощения, выпадают из рассмотрения благодаря ограниченности проникающей способности использованного телескопа. Картина указанной селекции в нашем случае осложняется тем, что исследованный нами материал относится к звездам, расположенным на достаточно большой площади неба. Поэтому, отрезок кривой регрессии для $CE > 0.6$ следует считать ненадежным.

Заметим, что в численных значениях члена $5 \log R(CE) + \gamma \cdot CE$, вычисленных А. Ф. Торонджадзе, учтена переменность множителя γ [4, 5]. Имея значения $l = \gamma - 5 \log CE$, мы определили и истинные расстояния r и коэффициенты избирательного поглощения Δa и общего поглощения $a = \gamma \cdot \Delta a$ на разных истинных расстояниях. При этом при вычислениях коэффициента общего поглощения по формуле $a = \gamma \Delta a$, где Δa коэффициент избирательного поглощения, мы воспользовались значениями γ для различных CE по данным А. Ф. Торонджадзе [6]. Результаты наших определений приведены в таблице 1.

Таблица 1

CE	γ	$\gamma \cdot CE$	l	y	r кпс	Δa коэф. изб. погл.	a коэф. общ. погл.
m		m				m	m
0.05	5.90	0.30	-0.82	-7.32	0.03	1.68	9.9
0.10	5.66	0.57	-0.54	-5.54	0.06	1.67	9.4
0.15	5.42	0.81	-0.30	-4.43	0.09	1.67	9.0
0.20	5.20	1.04	-0.05	-3.55	0.12	1.65	8.6
0.25	5.00	1.25	0.16	-2.85	0.15	1.65	8.3
0.30	4.83	1.45	0.37	-2.24	0.18	1.64	7.9
0.35	4.67	1.63	0.56	-1.72	0.21	1.64	7.6
0.40	4.52	1.81	0.72	-1.27	0.24	1.64	7.4
0.45	4.40	1.98	0.92	-0.81	0.28	1.63	7.2
0.50	4.28	2.14	1.08	-0.42	0.31	1.63	7.0
0.55	4.18	2.30	1.25	-0.05	0.34	1.62	6.8
0.60	4.08	2.45	1.40	0.29	0.37	1.62	6.6
0.70	3.91	2.74	1.70	0.93	0.43	1.61	6.3
0.80	3.76	3.01	1.99	1.51	0.50	1.60	6.0
0.90	3.64	3.28	2.27	2.04	0.56	1.59	5.8
1.00	3.51	3.51	2.51	2.51	0.63	1.58	5.6

По имевшимся значениям CE и истинных расстояний, мы построили кривую зависимости (CE, r) . Эта кривая изображена на рис. 2.

Так как мы имеем дело с галактической плоскостью, а Δa меняется незначительно с изменением r , кривая зависимости (CE, r) почти прямолинейна; что касается кривой зависимости общего поглощения — $\Delta m = \gamma CE$ от истинных расстояний (рис. 3), то она несколько искривлена, что вызвано переменностью значения множителя γ .

Заметим, что выведенные таким способом значения поглощения (рис. 3) могут быть непосредственно применены при вычислениях истинных расстояний; но те же данные уже не характеризуют непосредственно плотность распределения поглощающего вещества, так как между за-

коном распределения плотности по расстоянию — $f(r)$ и величиной поглощения Δm существует приближенная зависимость:

$$\Delta m = af(r) + bf^2(r), \quad (2)$$

полученная А. Ф. Торонджадзе. Поэтому, криволинейность зависимости ($\Delta m, r$) на рис. 3, не говорит о неравномерности распределения поглощающего вещества в плоскости Галактики. Вопрос о виде функции $f(r)$,

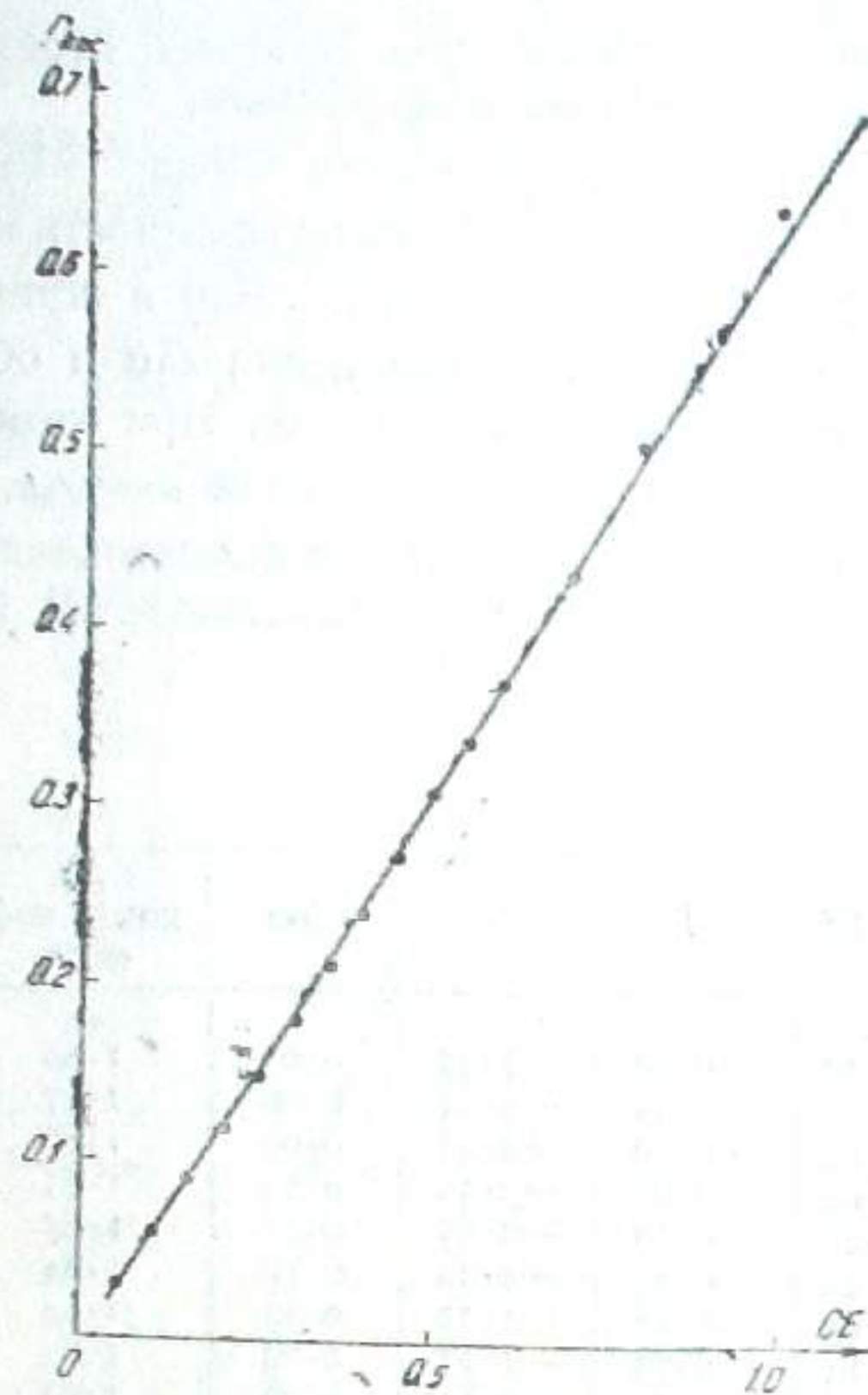


Рис. 2

разрабатывался А. Ф. Торонджадзе особо и результаты публикуются в этом выпуске [10]. Мы исследовали этот вопрос для нашего направления, а именно, проверили какой характер носит распределение поглощающей материи в данном направлении. В случае, когда распределение поглощающей материи однородно, т. е. $\delta(r) = D_0 = \text{const}$. (2) формула принимает вид:

$$\Delta m = ar + br^2, \quad (3)$$

так как $f(r) = r$.

Это — уравнение параболы. Наша кривая на рис. 3 на самом деле представляет параболу, что подтверждается и вычислениями. Действительно, решая уравнение (3) способом, наименьших квадратов для имеющих значения Δm и r , мы определили значения параметров a и b , которые оказались равными $+8.62$ и -5.02 , соответственно. Следовательно, мы определили и теоретические значения Δm . Эти последние нанесены на рис. 3 крестиками. Как видим из рис. 3, теоретическая кривая

(крестики) находится во вполне удовлетворительном согласии с кривой, построенной по наблюдаемым Δm .

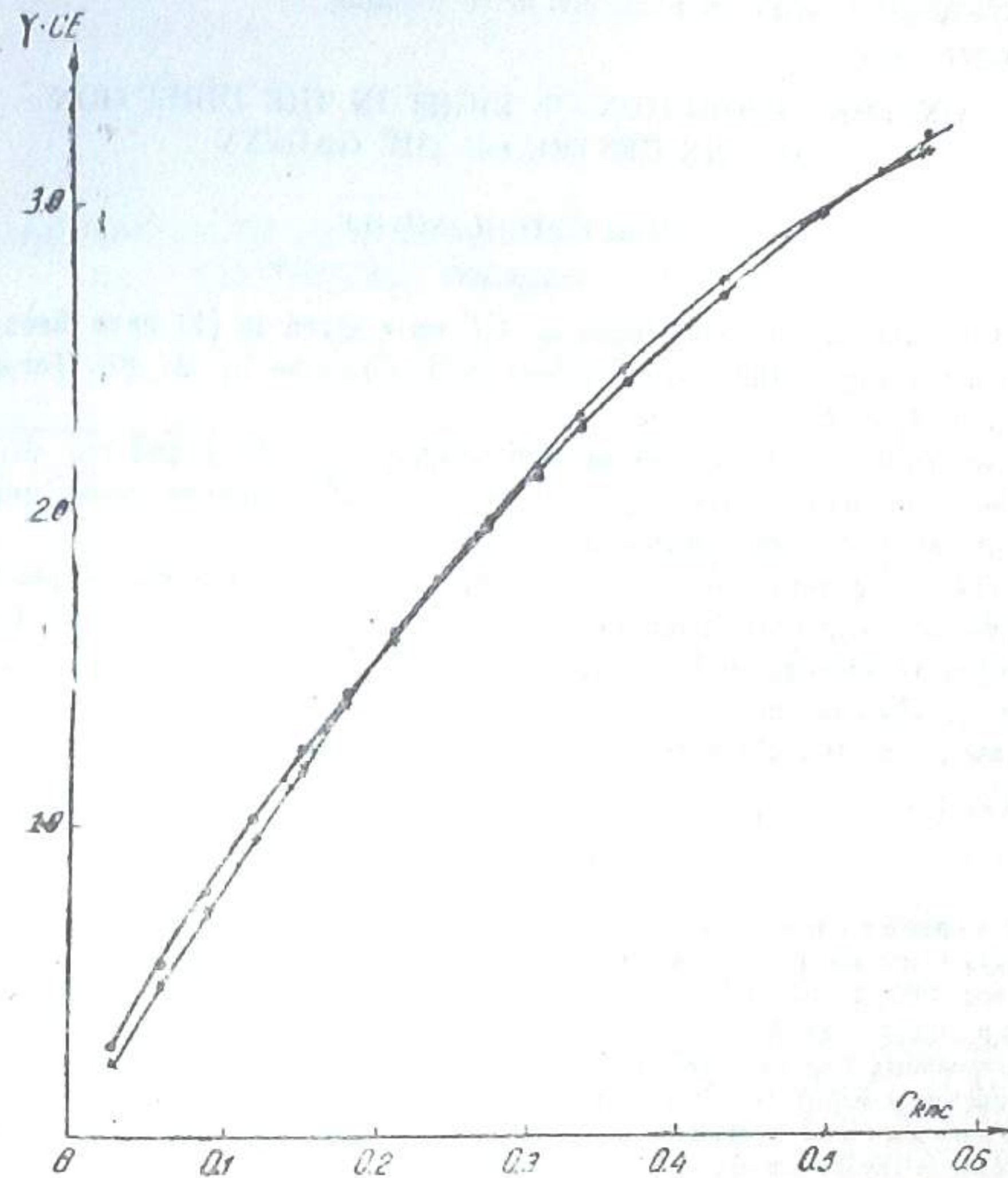


Рис. 3

Это говорит о том, что в исследуемом направлении до расстояния $r = 600$ pc распределение поглощающей материи можно считать однородным, т. е. $D_0 = \text{const}$ и искривление кривой объясняется только переменностью γ . Дальше 600 pc наблюдается расхождение между теоретической и наблюдательной кривыми. Это указывает на то, что формула (2) для больших расстояний неудовлетворительна; по-видимому, надо ввести еще член третьего порядка относительно r .

Отметим, что при этом нашем дополнительном исследовании мы не производили подразделения всей исследуемой области на отдельные, сравнительно равномерные по распределению поглощающей материи участки, как это делалось нами в нашем основном исследовании [1]. Тем не

менее, последние результаты показывают, что при исследовании поглощения света следует учитывать вышеупомянутые факторы.

В заключение приношу благодарность А. Ф. Торонджадзе за участие в обсуждении результатов нашего исследования.

Август, 1957.

ON THE ABSORPTION OF LIGHT IN THE DIRECTION TO THE CENTRE OF THE GALAXY

T. A. KOTCHLASHVILI

(Summary)

The data on the dependence of CE on r given in [1] have been corrected according to the investigations and formulae by A. Ph. Torondjadsse [2, 3, 4, 5, 6].

According to the curves of regression ($m-M$, \overline{CE}) and ($m-M$, CE) and the formula (1) of the paper [5] the curve of orthogonal mean quadratic regression has been drawn (Fig. 1).

The latter represents the best approximation to the real dependence (CE , $m-M$). The real distances and the values of the coefficients of total and selective absorption have been determined. The dependences (r , CE) and (r , $\gamma \cdot CE$) and the theoretical curve (r , $\gamma \cdot CE$) drawn according to the (2)—law [5] of the absorbing matter density distribution are given.

August, 1957.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кочлашвили Т. А. Каталог фотовизуальных звездных величин и цветовых показателей звезд в направлении на галактический центр. Бюлл. Абаст. астрофиз. обс. 1957, 22, 67—92.
2. Торонджадзе А. Ф. О влиянии дискретной структуры поглощающего слоя и случайных ошибок измерений при исследовании космического поглощения по цветовым избыткам звезд. Сообщ. АН Груз. ССР 1958, 20, № 2.
3. Торонджадзе А. Ф. Об учете влияния дискретной структуры поглощающего слоя и случайных ошибок измерений при исследовании космического поглощения по цветовым избыткам звезд. Сообщ. АН Груз. ССР 1958, 21, № 1.
4. Торонджадзе А. Ф. Исследование зависимости от избытка цвета множителя переводящего избирательное поглощение в полное I. Астрон. Журн. 1958, 35, № 1.
5. Торонджадзе А. Ф. Исследование зависимости от избытка цвета множителя переводящего избирательное поглощение в полное II. Астрон. Журн. 1958, 35, № 4.
6. Торонджадзе А. Ф. Исправленные значения величин поглощения в 43-х Площадках Каптейна. Сообщ. АН Груз. ССР 1959, 22, № 1.
7. Харадзе Е. К. Каталог показателей цвета 14000 звезд и исследование поглощения света в Галактике на основе цветовых избытков звезд. Бюлл. Абаст. астрофиз. обс. 1952, 12.
8. Флоря Н. Ф. Исследование поглощения света в межзвездном пространстве. Труды Гос. Астрон. Инст. Штернберга, 1949, 16, 4—46.
9. Зонн В. О межзвездном селективном поглощении в пятнадцати избранных Площадках Каптейна. Астрон. Журн. 1956, 33, 855—865.
10. Торонджадзе А. Ф. О законе распределения плотности поглощающего вещества перпендикулярно галактической плоскости. Бюлл. Абаст. астрофиз. обс. 1959, 24.

О ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ДВУМЯ ФОТОМЕТРИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ ЗВЕЗДНЫХ ВЕЛИЧИН

Т. А. КОЧЛАШВИЛИ

В звездной фотометрии вопрос о зависимости между двумя системами звездных величин является весьма важным и необходимо относиться к нему с надлежащим вниманием.

Действительно, в практической работе, почти всегда требуется сравнение звездных величин одних и тех же звезд, полученных в разных фотометрических системах. А сравнение данной фотометрической системы с интернациональной имеет всеобщий характер. Для такого сравнения мы прибегаем или к аналитическому методу, который заключается в установлении так называемой редуцированной формулы, или же к графическому методу. Последний заключается в том, что строится график зависимости между m и m_i , где m —звездные величины в данной системе, а m_i —те же в интернациональной или в какой-либо другой системе, с которой сравнивается m . Однако графический метод довольно груб и при точных определениях звездных величин неприменим.

Зависимость между двумя системами звездных величин в общем виде представляется формулой:

$$m_2^0 - m_1^0 = a + bm_1^0 + c \cdot CI_{1,3}^0 \quad (1)$$

В этой формуле m_1^0 и m_2^0 видимые, не искаженные межзвездным поглощением звездные величины в двух рассматриваемых системах. $CI_{1,3}^0$ — так называемый нормальный цвет, т. е. тоже не искаженный межзвездным поглощением цвет звезды в системах (λ_1, λ_3). Для ясности скажем, что $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ — эффективные длины волн, соответствующие m_1, m_2, m_3, m_4 системам, причем $CI_{1,3} = m_1 - m_3$, $CI_{2,4} = m_2 - m_4$.

Решая систему уравнений вида (1), допустим для приведения данной системы m_1 к интернациональной системе m_2 , на основе интернациональных стандартов, т. е. на основе звезд в NPS , где поглощение сравнительно незначительно, мы тем самым получаем редуцированную формулу, пригодную только для таких областей, которые свободны от межзвездного поглощения. На самом же деле, мы применяем упомянутую редуцированную формулу для редукции данной системы к интернациональной и для таких областей, в которых имеет место межзвездное поглощение, на что мы не имеем права. Вопрос об учете межзвездного поглощения при таких редуциях был рассмотрен еще много лет тому назад Глейсбергом [1], который указал на необходимость учета упомянутого эффекта.

Мы поставили перед собой задачу вывести такую формулу зависимости между двумя системами звездных величин, в которой будет учтен эффект межзвездного поглощения, причем, желательно чтобы в упомя-

нутой формуле фигурировали такие параметры, которые будут получены непосредственно из наблюдений. Таковыми, кроме видимых звездных величин, являются цветовые показатели или избытки цвета звезд. Кроме того, учтем также и эффект зависимости переводного множителя γ избирательного поглощения в общем от самого поглощения. Этот вопрос был обстоятельно разработан недавно А. Ф. Торонджадзе [2].

Введем те же обозначения, которые использованы в [2]: $I_0(\lambda)$ — интенсивность источника излучения, $\sigma(\lambda)$ — спектральная чувствительность использованной аппаратуры, $W_0(\lambda) = I_0(\lambda)\sigma(\lambda)$ — действующий поток излучения, $J_0 = \int W_0(\lambda) d\lambda$ — интегральная интенсивность действующего потока

(интеграция выполняется по всевозможным λ), $W(\lambda) = W_0(\lambda)e^{-\int_0^r k(\lambda, r) dr}$ — действующий поток излучения, если имеет место поглощение в межзвездной среде; здесь $\delta(r)$ — плотность поглощающей среды в точке r , а $k(\lambda, r)$ — коэффициент поглощения, который может быть функцией расстояния

$J = \int W_0(\lambda) e^{-\int_0^r k(\lambda, r) dr} d\lambda$ — интегральный поток после прохождения лучом межзвездной поглощающей среды.

Ослабление интегрального потока вследствие поглощения, выраженное в звездных величинах будет:

$$\Delta m = -2.5 \log \frac{\int_0^r W_0(\lambda) e^{-\int_0^r k(\lambda, r) dr} d\lambda}{\int W_0(\lambda) d\lambda} \quad (2)$$

В дальнейшем для упрощения вычислений мы будем брать натуральные логарифмы. С той же целью допускаем, что коэффициент поглощения не зависит от расстояния, т. е. $k(\lambda, r) = k(\lambda)$, а $\delta(r) dr = ds$. Тогда уравнение (2) для двух систем будет иметь вид:

$$\Delta m_1 = -1.086 \ln \frac{\int W_0'(\lambda) e^{-k(\lambda)r} d\lambda}{\int W_0'(\lambda) d\lambda} \quad (3)$$

$$\Delta m_2 = -1.086 \ln \frac{\int W_0''(\lambda) e^{-k(\lambda)r} d\lambda}{\int W_0''(\lambda) d\lambda}$$

Для упрощения введем нормированные к единице функции:

$$f_1(\lambda) = \frac{W_0'(\lambda)}{\int W_0'(\lambda) d\lambda}, \quad f_2(\lambda) = \frac{W_0''(\lambda)}{\int W_0''(\lambda) d\lambda}$$

Тогда (3) можно написать так:

$$\Delta m_1 = -1.086 \ln \int f_1(\lambda) e^{-k(\lambda)r} d\lambda, \quad (4)$$

$$\Delta m_2 = -1.086 \ln \int f_2(\lambda) e^{-k(\lambda)r} d\lambda.$$

Напишем зависимость между m и M для рассматриваемых нами двух систем:

$$m_1 - M_1 = 5 \lg r - 5 + \Delta m_1,$$

$$m_2 - M_2 = 5 \lg r - 5 + \Delta m_2. \quad (5)$$

Δm_1 и Δm_2 общие поглощения в тех же системах. Ставим необходимым условием, что расстояние какой-либо звезды, определенное в обеих фотометрических системах одно и тоже. Вычитывая в (5) первое из второго, получим,

$$m_2 - m_1 = M_2 - M_1 + \Delta m_2 - \Delta m_1,$$

но $M_2 - M_1 = m_2^0 - m_1^0$

тогда $m_2 - m_1 = m_2^0 - m_1^0 + \Delta m_2 - \Delta m_1$ и согласно (1) будем иметь:

$$m_2 - m_1 = a + b m_1^0 + e \cdot CI_{1,2}^0 + \Delta m_2 - \Delta m_1$$

и так-как $m_1^0 = m_1 - \Delta m_1$ последнее примет вид:

$$m_2 - m_1 = a + b m_1 - (1 + b) \Delta m_1 + \Delta m_2 + e \cdot CI_{1,2}^0, \quad (6)$$

где

$$CI_{1,2}^0 = m_1^0 - m_2^0 = m_1 - \Delta m_1 - m_2 + \Delta m_2.$$

Уравнение (6) представляет зависимость между двумя фотометрическими системами звездных величин с учетом межзвездного поглощения света.

Так-как Δm_2 неизвестная нам величина, представим ее через Δm_1 .

Разложим Δm_2 в ряд Тейлора по Δm_1 , около $\Delta m_1 = 0$:

$$\Delta m_2 = \Delta m_2 \Big|_{\Delta m_1 = 0} + \frac{d \Delta m_2}{d \Delta m_1} \Big|_{\Delta m_1 = 0} \Delta m_1 + \frac{1}{2} \frac{d^2 \Delta m_2}{d \Delta m_1^2} \Big|_{\Delta m_1 = 0} \Delta m_1^2 + \dots \quad (7)$$

вычисляя коэффициенты $\frac{d \Delta m_2}{d \Delta m_1}$ и $\frac{d^2 \Delta m_2}{d \Delta m_1^2}$ ($\frac{d \Delta m_2}{d \Delta m_1}$ определяем через $s: \frac{d \Delta m_2}{d \Delta m_1} =$

$\frac{d \Delta m_2}{ds} \cdot \frac{ds}{d \Delta m_1}$ также как и $\frac{d^2 \Delta m_2}{d \Delta m_1^2}$) дифференцированием выражения (4)

и переходя к пределам при $\Delta m_1 \rightarrow 0$ т. е. $s \rightarrow 0$, получаем:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{s \rightarrow 0} \frac{d \Delta m_2}{d \Delta m_1} &= \alpha, \\ \lim_{s \rightarrow 0} \frac{d^2 \Delta m_2}{d \Delta m_1^2} &= \frac{\alpha}{1.086} [\delta_{k_1}^2 - \alpha \delta_{k_2}^2], \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где введены обозначения:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{k_2(\lambda)}{k_1(\lambda)}, \quad \delta_{k_1}^2 = \frac{\sigma_{k_1}^2}{k_1^2}, \quad \delta_{k_2}^2 = \frac{\sigma_{k_2}^2}{k_2^2}, \\ \sigma_{k_1}^2 &= [k_1(\lambda) - \kappa_1(\lambda)]^2, \quad \sigma_{k_2}^2 = [k_2(\lambda) - \kappa_2(\lambda)]^2. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$\sigma_{k_1}^2$ и $\sigma_{k_2}^2$ есть дисперсии средних значений коэффициентов поглощения $\overline{k_1(\lambda)}$ и $\overline{k_2(\lambda)}$, в рассматриваемых системах, которые выражены так

$$\overline{k_1(\lambda)} = \int f_1(\lambda) \cdot k(\lambda) d\lambda$$

$$\overline{k_2(\lambda)} = \int f_2(\lambda) \cdot k(\lambda) d\lambda$$

Подставляя значения $\frac{d\Delta m_2}{d\Delta m_1}$ и $\frac{d^2\Delta m_2}{d\Delta m_1^2}$ из (8) в (7) (удовлетворимся членами второго порядка Δm_1), а затем значение Δm_2 из уравнения (7) — (6), получим:

$$m_2 - m_1 = a + bm_1 + (\alpha - b - 1)\Delta m_1 + \frac{\alpha}{1.086} [\delta_{k_1}^2 - \alpha\delta_{k_2}^2] \Delta m_1^2 + c \cdot CI_{1,3} \quad (10)$$

Заменим величины общего поглощения Δm_1 избирательным поглощением $CE_{1,3}$:

$$\Delta m_1 = \gamma_{1,3} \cdot CE_{1,3} \quad (11)$$

Так как γ является функцией самого CE , разложим его тоже в ряд Тейлора. Воспользуемся уже готовым выражением разложения γ из [2] произведя некоторые элементарные преобразования, для $\gamma_{1,3}$ получим:

$$\begin{aligned} \gamma_{1,3} = & \frac{1}{1-\beta} + \frac{1}{2} \frac{1}{1.09(1-\beta)^2} [\xi - \delta_{k_1}^2] \cdot CE_{1,3} + \\ & + \frac{1}{2} \frac{\xi}{(1.09)^2 \cdot (1-\beta)^2} [\xi - \delta_{k_1}^2] \cdot CE_{1,3}^2, \end{aligned} \quad (12)$$

где введены обозначения:

$$\beta = \frac{k_2(\lambda)}{k_1(\lambda)}, \quad \xi = \frac{\delta_{k_1}^2 - \beta\delta_{k_2}^2}{1-\beta}, \quad \delta_{k_2}^2 = \frac{\sigma_{k_2}^2}{\overline{k_2(\lambda)}}, \quad \sigma_{k_2}^2 = [\overline{k_2(\lambda)} - k_2(\lambda)]^2. \quad (13)$$

Подставляя $\gamma_{1,3}$ из (12) в (11), а затем последний в уравнение (10), и ограничиваясь членами второго порядка CE , получим:

$$\begin{aligned} m_2 - m_1 = & a + bm_1 + \frac{\alpha - b - 1}{1 - \beta} \cdot CE_{1,3} + \\ & + \frac{1}{2} \frac{1}{1.09(1-\beta)} \left[\frac{\alpha - b - 1}{1 - \beta} (\xi - \delta_{k_1}^2) + \alpha \frac{\delta_{k_1}^2 - \alpha\delta_{k_2}^2}{1 - \beta} \right] CE_{1,3}^2 + cCI_{1,3}. \end{aligned} \quad (14)$$

Введем обозначения:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\alpha - b - 1}{1 - \beta} &= c, \\ \frac{1}{2} \frac{1}{1.09(1-\beta)} \left[\frac{\alpha - b - 1}{1 - \beta} (\xi - \delta_{k_1}^2) + \alpha \frac{\delta_{k_1}^2 - \alpha\delta_{k_2}^2}{1 - \beta} \right] &= d. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Для (14) получим:

$$m_2 - m_1 = a + bm_1 + c \cdot CE_{1,3} + d \cdot CE_{1,3}^2 + e \cdot CI_{1,3}^2. \quad (16)$$

Можно заменить избытки цвета цветовыми показателями $CE = CI - CI$ тогда окончательный вид редуccionной формулы будет:

$$m_2 - m_1 = a + bm_1 + c \cdot CI_{1,3} + d \cdot CI_{1,3}^2 - 2d \cdot CI_{1,3} \cdot CI_{1,3} + d \cdot (CI_{1,3})^2 + l \cdot CI_{1,3}^2, \quad (17)$$

где $l = e - c$.

Таким образом, для приведения одной системы звездных величин к другой, надо пользоваться уравнением (17) или (16), а не (1). Коэффициенты a, b, c, d и e следует определять по таким стандартным звездам, которые будут искажены межзвездным поглощением.

Рассмотрим несколько частных случаев.

1. Допустим, что поглощение очень мало, т. е. $CE \rightarrow 0$, тогда в уравнении (16) члены с CE исчезнут и останется уравнение (1).

2. Допустим, что рассматриваемые звезды принадлежат к одним и тем же спектральным классам, т. е. $CI = a = Const$, тогда в уравнениях (16) и (17) вместо коэффициентов a и c будем иметь:

$$\begin{aligned} a_1 &= a + d \cdot (CI)^2 + l \cdot CI, \\ c_1 &= c - 2d \cdot CI. \end{aligned}$$

3. Допустим, что системы m_1 и m_2 очень близки друг к другу, т. е. $m_2 \rightarrow m_1$, тогда в уравнениях (16) и (17) коэффициенты a, b, c, d и e должны быть близки к нулю.

4. Наконец, допустим, что использованные фильтры являются монохроматорами, тогда вместо средних значений коэффициентов поглощения $\overline{k_1(\lambda)}, \overline{k_2(\lambda)}$ и $\overline{k_3(\lambda)}$ будем иметь непосредственно их значения $k_1(\lambda), k_2(\lambda)$ и $k_3(\lambda)$. Дисперсии $\sigma_{k_1}^2, \sigma_{k_2}^2$ и $\sigma_{k_3}^2$ и, значит, $\delta_{k_1}^2, \delta_{k_2}^2$ и $\delta_{k_3}^2$ превратятся в нуль и, следовательно, согласно (15) коэффициент d тоже будет равен нулю, тогда для $m_2 - m_1$ получим:

$$m_2 - m_1 = a + bm_1 + c \cdot CI_{1,3} + l \cdot CI_{1,3}^2$$

т. е. член второго порядка CE отпадает. Переводный множитель γ в рассматриваемом случае, как это показал А. Ф. Торонджадзе [2], является постоянной величиной для данной системы.

Таким образом, из вышесказанного заключаем, что 1) при редуccionи какой-либо системы к другой, если имеет место межзвездное поглощение надо пользоваться не уравнением (1) а либо (16), либо (17); 2) вопрос об ограниченности порядков CE в уравнениях (16) и (17) зависит от самого значения CE и от разницы рассматриваемых фотометрических систем. Чем больше значение CE и чем больше разность между m_1 и m_2 , тем высшего порядка члены надо брать. Однако, заметим, что для имеющих в настоящее время данных относительно CE и разницы систем, будет вполне достаточно ограничиваться членами первого порядка CE , но редуccionную формулу надо получить на основе тех стандартных звезд, которые будут искажены межзвездным поглощением.

В заключение считаю своим приятным долгом выразить благодарность А. Ф. Торонджадзе, за ценные советы при выполнении настоящей работы.

Сентябрь, 1958.

ON THE DEPENDENCE BETWEEN TWO PHOTOMETRIC SYSTEMS OF STAR MAGNITUDES

T. A. KOTCHLASHVILI

(Summary)

The necessity to take into account the effect of the interstellar absorption when we reduce one photometric system to the other is shown.

The reduction formulae (17) or (16) have been derived, which take into account the effect of the interstellar absorption and one of the dependence between the colour excess and the factor γ —transferring selective absorption into the total one on the CE itself.

Some particular cases are investigated.

To determine the magnitudes—as standards—for the stars situated in regions considerably obscured with interstellar absorption is recommended.

September, 1958.

ЛИТЕРАТУРА

1. Gleissberg W. Farbenexzesse und interstellare Streuung des Sternlichtes. *Astron. Nachr.* 248, 317—323, 1933.
2. Торонджадзе А. Ф. Исследование зависимости от избытка цвета множителя, переводящего избирательное поглощение в полное. *И. Астрон. Журн.* 1958, 35, 71—81.

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕЖЗВЕЗДНОГО ПОГЛОЩЕНИЯ НА ОСНОВЕ ДАННЫХ О ЦВЕТОВЫХ ИЗБЫТКАХ ДОЛГОПЕРИОДИЧЕСКИХ ЦЕФЕИД

А. Ф. ТОРОНДЖАДЗЕ, А. Ш. ХАТИСОВ

В работах [1, 2] было показано, что основные параметры, характеризующие межзвездное поглощение (a —коэффициент общего межзвездного поглощения, Δa —коэффициент избирательного поглощения, γ —множитель, переводящий избирательное поглощение в полное) являются переменными величинами, зависящими от величины поглощения. В этих же работах выведены соответствующие формулы, применением которых были обработаны данные о цветовых избытках звезд в Площадках Каптейна и установлен характер переменности указанных выше коэффициентов путем численного определения значений параметров в зависимости от избытка цвета. В работе [3] разработан корректный способ определения неизвестных параметров в функциональной зависимости между двумя случайными величинами, на основе применения которого и выполнена обработка данных в Площадках Каптейна. В работе [2] было указано, что при определении некоторых постоянных, входящих в основные формулы, возникает неуверенность, связанная с тем обстоятельством, что использованный материал о цветовых показателях не содержит звезд с достаточно большими избытками цвета. Совершенно очевидна целесообразность использования материала, содержащего звезды с возможно большими избытками цвета. Таким материалом могут служить данные о показателях цвета долгопериодических цефеид. Соответственно этому соображению мы решили подвергнуть подробному анализу данные о цветовых избытках долгопериодических цефеид, приведенные в работе М. А. Вацакидзе [4].

Ввиду сложности учета различия фотометрических систем, в условиях переменности основных параметров, данных других авторов мы не привлекаем. Подобный анализ, с одной стороны, предоставляет возможность проверки выводов работ [1, 2] о переменности указанных выше коэффициентов и, с другой стороны, может уточнить значения величин поглощения в направлениях использованных цефеид и значения расстояний до этих звезд. Следует иметь в виду также то обстоятельство, что способ решения задачи, описанный в работе [3], с большей уверенностью применим для обработки данных о долгопериодических цефеидах, разбросанных по всей галактической полосе, так как в этом случае ослабляется влияние корреляции между значениями поглощения в направлениях различных звезд.

Выведем формулу, на основе которой определяются нужные нам параметры. Предполагаем, что поглощающее вещество в плоскости Галак-

тики распределено однородно и, что долгопериодические цефеиды расположены строго в галактической плоскости; достаточно малые отклонения реальных звезд от этой плоскости не учитываются.

Согласно этим предположениям можно написать выражения, устанавливающие связь между измеренными значениями звездных величин и цветовых показателей и некоторыми постоянными параметрами (см. работу [2]):

$$m - M - 10 - \gamma CE = 5 \lg r, \quad (1)$$

$$r = \frac{C - C_0}{\Delta a_0} R(CE),$$

где $m - M$ — искаженный поглощением модуль расстояния, γ — переменный множитель, переводящий избирательное поглощение в общее, r — расстояние в килопарсеках, C — наблюдаемый показатель цвета, C_0 — нормальный показатель цвета, Δa_0 — предельное значение коэффициента избирательного поглощения при $r \rightarrow 0$, $R(CE)$ — функция, введенная в [2] с целью описания переменности коэффициента избирательного поглощения Δa (см. в [2] формулы (23), (24) и таблицу 2). Как это следует из данных табл. 2 [2], Δa слабо зависит от величины избытка цвета и поэтому в дальнейшем мы принимаем, что $R(CE) = 1$ т. е. $\Delta a = \Delta a_0$.

Как это делается обычно, допустим, что C_0 — линейная функция логарифма периода — P переменности долгопериодических цефеид.

$$C_0 = s + q \lg P, \quad (2)$$

где s и q — некоторые, подлежащие определению, постоянные величины. С целью некоторого упрощения вычислений примем так же, что

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 CE, \quad (3)$$

где γ_1 и γ_2 — постоянные, подлежащие определению. Формула (3) достаточно хорошо опишет переменность γ для сравнительно малых цветовых избытков. Для определения численных данных γ для больших избытков мы в окончательных вычислениях используем более сложное интерполяционное выражение (см. [2]).

Исключая r из (1) и подставляя (2) и (3) в полученное выражение и принимая $R(CE) = 1$, получим

$$m - M - 10 + 5 \lg a_0 - (\gamma_1 + \gamma_2 CE) CE = 5 \lg CE + 5 \lg \gamma_1, \quad (4)$$

где CE — избыток цвета, выражаемый формулой.

$$CE = C - s - q \lg P \quad (5)$$

и $a_0 = \Delta a_0 \cdot \gamma_0$ — предельное значение коэффициента a при $r \rightarrow 0$, γ_0 — предельное значение множителя γ при $r \rightarrow 0$.

При допущении (3) $\gamma_0 = \gamma_1$.

Введем обозначение

$$z = m - M - 10 + 5 \lg a_0, \quad (6)$$

тогда

$$z = \gamma \cdot CE + 5 \lg (\gamma_1 \cdot CE), \quad (7)$$

где γ и CE выражаются формулами (3) и (5). Формула (7) в таком,

развернутом виде, может быть использована для установления зависимости между z и CE после определения численных значений $\gamma(CE)$ и γ_1 . Запишем (7) в развернутом виде

$$z = \gamma_1 (C - s - q \lg P) + \gamma_2 (C - s - q \lg P)^2 + 5 \lg \gamma_1 + 5 \lg (C - s - q \lg P). \quad (8)$$

(8) устанавливает зависимость между значениями z и C и некоторыми параметрами, которые должны быть определены по данным наблюдений. Мы предполагаем, что z возможно вычислять по данным наблюдений. Действительно, m — видимая звездная величина (в дальнейшем мы пользуемся фотографическими звездными величинами) дается в использованном нами каталоге М. А. Вашакидзе [4] или в общем каталоге переменных звезд [5].

Так как мы не ставим целью проверку зависимости абсолютных величин долгопериодических цефеид от их периодов, M (абсолютная величина) так же считаем известной величиной. Для вычисления M будем пользоваться данными П. П. Паренаго [6]. Значения a_0 , так же, принимаем известными, определяемыми согласно данным П. П. Паренаго [7]. Неточность принятых значений a_0 может внести некоторую неопределенность в значения вычисляемых нами постоянных. Но устранение этой неопределенности возможно только ценой увеличения количества неизвестных и усложнения вычислений, что приведет к снижению точности результатов и при небольшом количестве использованных звезд, такое усложнение не приведет к улучшению значений параметров.

Таким образом z и C мы считаем известными из данных наблюдений величинами и ставим задачу определения неизвестных параметров в зависимости

$$z = f(C; s, q, \gamma_1, \gamma_2), \quad (9)$$

где f обозначает правую сторону выражения (8). Так как z и C подвержены влиянию дискретной структуры поглощающего слоя и содержат случайные ошибки измерения, при определении постоянных s, q, γ_1, γ_2 мы имеем дело с обстоятельством, подробно рассмотренным в работе [3].

Согласно методике, описанной в указанной выше работе, обработку данных мы выполняем по следующей схеме.

1. Принимаем некоторые начальные значения для постоянных s, q, γ_1, γ_2 . Эти значения дают нулевое приближение решения задачи. Значения γ_1 и γ_2 мы взяли согласно результатам работы [2]. Было взято

$$\gamma_{10} = 5.42,$$

$$\gamma_{20} = -1.60.$$

нулевые значения для s и q мы определили следующим образом. Все звезды мы разделили на 6 групп по аргументу $\lg P$. В таблице I приведены интервалы деления и количество звезд в каждом интервале

Таблица I

$\lg P$	n	$\lg P$	n
0.40 — 0.65	18	0.85 — 0.95	13
0.65 — 0.75	20	0.95 — 1.15	16
0.75 — 0.87	13	1.15 — 1.40	13

Данные о всех, подвергнутых анализу звездах приведены в таблице II.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
69	80	TSMon	181.7	+2.7	0.87	11.9	-2.69	4.59	0.87	5.46	0.40	0.42	-0.02	3.88	2.60	2.52
70	81	TXMMon	181.8	+0.7	0.94	11.8	-2.81	4.61	0.94	5.55	1.10	0.43	0.67	4.40	2.33	1.67
71	82	ACMon	189.4	-0.5	0.90	10.7	-2.74	3.44	0.90	4.34	0.95	0.42	0.53	3.88	2.60	0.65
72	83	RJCMa	193.7	+1.6	0.67	9.3	-2.36	1.66	1.40	3.06	1.05	0.38	0.67	3.20	2.94	1.21
73	84	TVCMa	194.9	-1.0	0.67	12.3	-2.36	4.66	1.40	6.06	1.30	0.37	0.92	3.85	2.59	5.01
74	85	RZCMa	198.6	+1.2	0.63	10.3	-2.29	5.59	1.40	5.99	0.80	0.40	0.43	3.25	2.92	2.87
75	86	RWCMa	199.7	-2.6	0.76	12.7	-2.51	5.21	1.40	5.61	1.30	0.40	0.90	3.25	2.92	3.22
76	87	VWPup	202.0	+0.3	0.63	11.6	-2.29	3.89	0.00	3.89	0.60	0.37	0.23	5.88	1.35	1.70
77	88	VXPup	203.8	-0.3	0.48	8.6	-2.04	0.64	0.00	0.64	0.65	0.34	0.31	5.50	1.70	1.63
78	89	WWPup	204.0	+2.2	0.74	12.2	-2.48	4.48	0.00	4.48	1.05	0.39	0.66	3.90	2.57	2.41
79	92	WZSgr	337.8	-2.5	1.13	12.9	-3.20	6.10	2.16	8.26	1.35	0.46	0.89	3.10	2.94	4.28
80	93	VJSgr	339.8	-2.8	1.34	9.1	-3.64	2.74	2.16	4.90	0.70	0.50	0.20	6.10	1.22	2.01
81	94	AJSgr	341.0	-3.9	0.82	12.4	-2.61	5.01	2.16	7.17	1.30	0.41	0.89	3.30	2.94	2.61
82	95	USgr	341.4	-5.9	0.83	7.9	-2.61	0.53	2.90	3.43	0.50	0.41	0.09	3.30	2.94	0.96
83	96	V ₂₀₀ Sgr	341.4	-9.4	0.71	8.1	-2.43	0.53	2.90	3.43	0.20	0.39	-0.19	5.85	1.46	1.54
84	98	XXSgr	342.7	-3.4	0.81	9.8	-2.59	2.39	2.90	3.29	6.65	0.40	0.25	4.45	1.42	0.86
85	99	JZSgr	345.4	-8.6	0.98	8.2	-2.89	1.09	2.90	3.99	0.75	0.43	0.32	4.45	1.42	0.86
86	101	XSet	346.7	-3.1	0.62	10.7	-2.28	2.98	3.78	6.79	1.10	0.37	0.73	3.70	2.70	1.14
87	102	UZSet	346.9	-3.0	1.17	13.0	-3.28	6.28	2.90	9.18	1.80	0.48	1.32	2.60	3.41	3.75
88	103	JSet	351.7	-2.3	1.01	11.0	-2.95	3.95	1.90	5.85	1.35	0.36	0.99	3.08	3.05	1.51
89	104	SSSet	352.9	3.3	0.56	9.2	-2.18	1.38	1.90	3.28	0.50	0.45	0.05	7.05	0.35	1.61
90	105	TJSet	355.7	-1.4	1.04	12.3	-3.01	5.31	1.90	7.21	0.90	0.49	0.41	4.95	2.03	4.53
91	106	RUSet	355.9	-1.2	1.29	11.0	-3.54	4.54	2.84	7.38	1.90	0.40	1.50	2.40	3.60	1.54
92	107	RXSet	356.6	-3.2	0.81	12.0	-2.59	4.49	1.90	6.49	1.15	0.43	0.72	3.70	2.66	2.43
93	109	TZAql	358.6	-3.8	0.94	9.9	-2.81	2.71	1.90	4.61	0.85	0.44	0.41	4.95	2.03	1.37

В системе координат (m, c) мы нанесли точки, соответствующие звездам, входящим в отдельные группы. Для отдельных групп цефеид, имеющих близкие значения lgr , с достаточно большим приближением можно допустить, что M и C_0 одинаковы для всех звезд. Далее, согласно выражению (7), построим кривую (z, CE) , соответственно данным о численных значениях γ_1 и γ_2 , определенных в работе [2]. Эту кривую мы нанесли на кальке и совместили ее с распределением точек на графиках, построенных для отдельных групп. Величина нужного смещения кривой вдоль оси C , для лучшего совмещения распределения точек с кривой определяет приближенные значения C_0 для данной группы звезд. Определив таким образом C_0 для всех 6 групп таблицы 1, легко вычисляться приближенные значения параметров в зависимости C_0 от lgr . Мы получили

$$s_0 = +0.04, \quad q_0 = +0.51.$$

2. По значениям $s_0, q_0, \gamma_{10}, \gamma_{20}$ мы вычисляем приближенные значения CE для всех звезд и кривую зависимости z от CE по формуле (7). Берем предварительное значение отношения средних квадратических отклонений $z - \sigma_z$ и $CE - \sigma_{CE}$, $\frac{\sigma_{0z}}{\sigma_{0CE}}$ и наносим на один график (см. рис. 1) все звезды и кривую зависимости (z, CE) в системе координат (CE, z') , где

$$z' = z \frac{\sigma_{0CE}}{\sigma_0}.$$

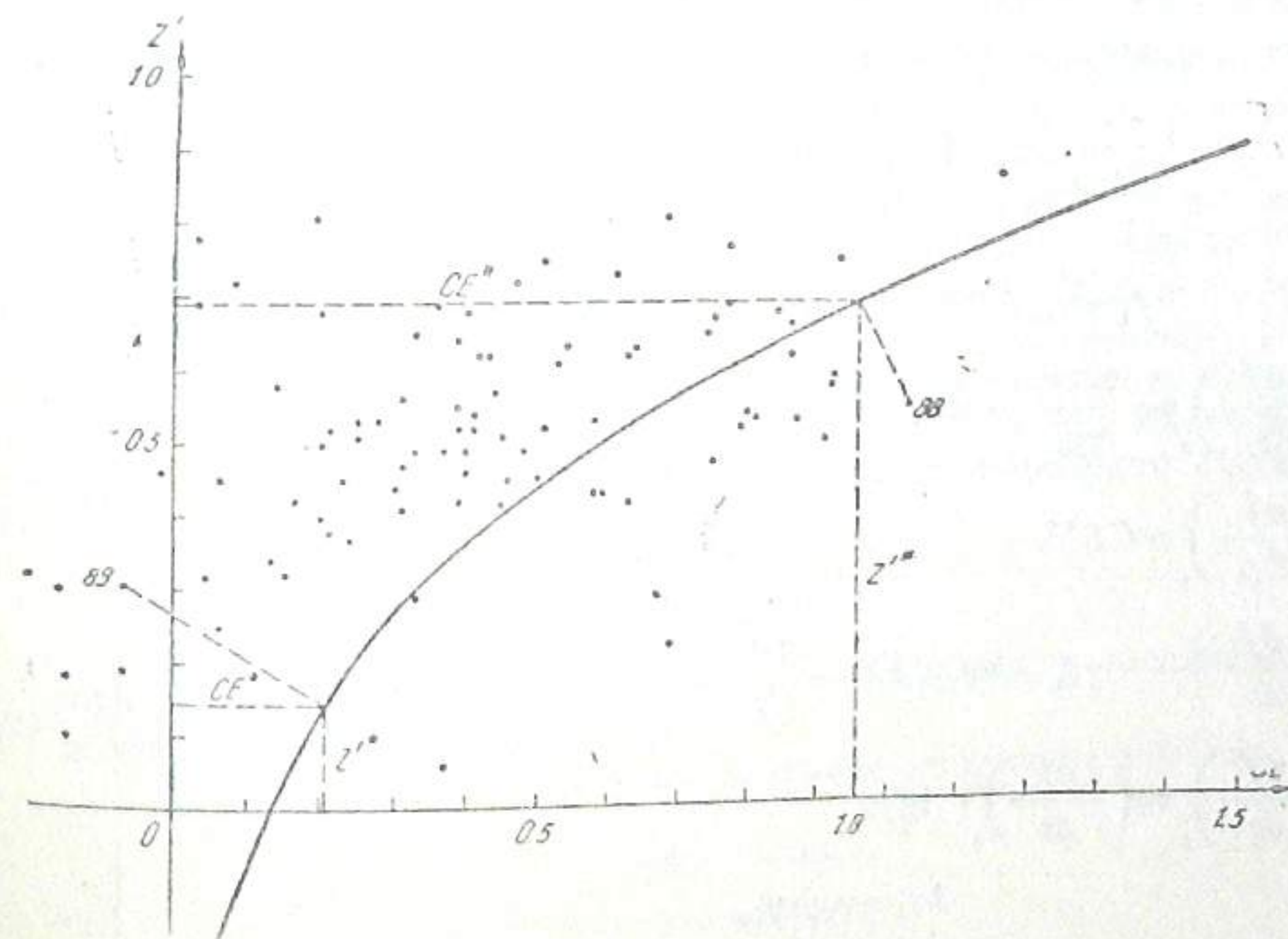


Рис. 1

Проектируем каждую точку графика на кривую, опуская перпендикуляр, от точки на кривую. Точки пересечения этих перпендикуляров с кривой соответствуют значениям оценок z'^* и CE^* .

Вычисляем величины

$$\sigma_{1z}^2 = \frac{(\bar{z}' - \bar{z}^*)^2}{n},$$

$$\sigma_{1CE} = \frac{(CE - CE^*)^2}{n} \quad (10)$$

Если предварительное значение $\frac{\sigma_{0z}}{\sigma_{0CE}}$ подобрано хорошо, то получим

$$\frac{\sigma_{1z}}{\sigma_{1CE}} = 1. \quad (11)$$

Если $\frac{\sigma_{1z}}{\sigma_{1CE}} \neq 1$, то для нового значения $\frac{\sigma_{0z}}{\sigma_{0CE}}$ следует взять $\frac{\sigma_{0z}}{\sigma_{0CE}} : \frac{\sigma_{1z}}{\sigma_{1CE}}$.

Вышеприведенное построение следует повторять до получения

$$\frac{\sigma_{1z}}{\sigma_{1CE}} = 1. \quad (12)$$

После того, как выполнено построение, удовлетворяющее (12), можно приступить к уточнению предварительных значений постоянных s, q, γ_1, γ_2 .

3. Для уточнения значений s, q, γ_1, γ_2 применяется уравнение, которое можно получить разложением правой стороны (8) относительно малых поправок к значениям $s_0, q_0, \gamma_{10}, \gamma_{20}$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \gamma_1}\right)_0 \Delta \gamma_1 + \left(\frac{\partial f}{\partial \gamma_2}\right)_0 \Delta \gamma_2 + \left(\frac{\partial f}{\partial s}\right)_0 \Delta s + \left(\frac{\partial f}{\partial q}\right)_0 \Delta q = \bar{z} - f_0, \quad (13)$$

где

$$f_0 = \gamma_{10} CE^* + \gamma_{20} CE^{*2} + 5 \lg \gamma_{10} + 5 \lg CE = \bar{z}^*,$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \gamma_1}\right)_0 = \frac{2.17}{\gamma_{10}} + CE^*,$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \gamma_2}\right)_0 = CE^{*2},$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial s}\right)_0 = -\gamma_{10} - 2\gamma_{20} CE^* - \frac{2.17}{CE^*},$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial q}\right)_0 = \left(\frac{\partial f}{\partial s}\right)_0 \cdot \lg p,$$

$$\Delta \gamma_1 = \gamma_1 - \gamma_{10},$$

$$\Delta s = s - s_0,$$

$$\Delta \gamma_2 = \gamma_2 - \gamma_{20},$$

$$\Delta q = q - q_0.$$

CE^* — оценка значения CE для данной звезды.
 CE , как это было указано выше, определяется ортогональным проектированием точек на кривую способом, описанным в пункте 2. $\Delta \gamma_1, \Delta \gamma_2, \Delta s, \Delta q$ определяются из (9) способом наименьших квадратов с использованием для значений CE именно соответствующих оценок, а для значений \bar{z} — наблюдаемых значений, приведенных в таблице II. В результате решения условных уравнений (9) способом наименьших квадратов мы получим новые значения постоянных γ_1, γ_2, s, q .

4. Дальнейшее уточнение значений параметров осуществляется повторением вышеописанного способа графических построений и вычислений. Этот процесс следует повторить достаточное число раз до получения удовлетворительной сходимости результатов последовательных приближений. В нашем случае оказалось возможным остановиться на результатах второго приближения (считая начальное приближение нулевым). Получены следующие численные значения параметров

$$s = +0.26,$$

$$q = +0.18, \quad (15)$$

$$\gamma_1 = +7.35,$$

$$\gamma_2 = -5.33,$$

Нормальные цвета, вычисленные по формуле (2) и численным значениям (15) приведены в (13-м столбце таблицы II). Эти значения не находятся в противоречии с другими данными о нормальных цветах долгопериодических цефеид, хотя они включают часть систематических ошибок определения цветовых показателей.

Но так как мы определили совместно — как коэффициенты зависимости (3), так и коэффициенты зависимости (2), то с достаточной уверенностью можно рассчитывать на достаточную точность определения величины поглощения. Для γ_2 мы получили по абсолютному значению большую отрицательную величину, что явно указывает на хорошо выраженное уменьшение γ с увеличением CE в полном согласии с результатами работы [2]. По подробно рассмотренным в работе [2] причинам, использование для окончательной обработки данных выражения (3) при значениях постоянных (15) неудобно. Аналогично работе [2] мы определили коэффициенты интерполяционного выражения

$$\gamma = \frac{aCE^2 + bCE + d}{CE^2 + cCE + g} \quad (16)$$

при условии, чтобы (16) для малых CE давало для γ значения близкие к вычисленным по формуле (3).

Для коэффициентов (16) мы получили следующие значения

$$a = +2.00,$$

$$b = -0.70,$$

$$d = +5.65,$$

$$e = +0.57,$$

$$g = +0.81. \quad (17)$$

Значения γ , вычисленные по (16) и (17) для каждой звезды, приведены в 15-ом столбце таблицы II.

Далее, величина поглощения A для каждой отдельной звезды вычисляется по формуле

$$A = \gamma CE. \quad (18)$$

Значения CE и A приведены в 14 и 16 столбцах таблицы II. В 17-ом столбце приведены расстояния до отдельных звезд, вычисленные по формуле

$$5 \lg r = m - M - 10 - A. \quad (19)$$

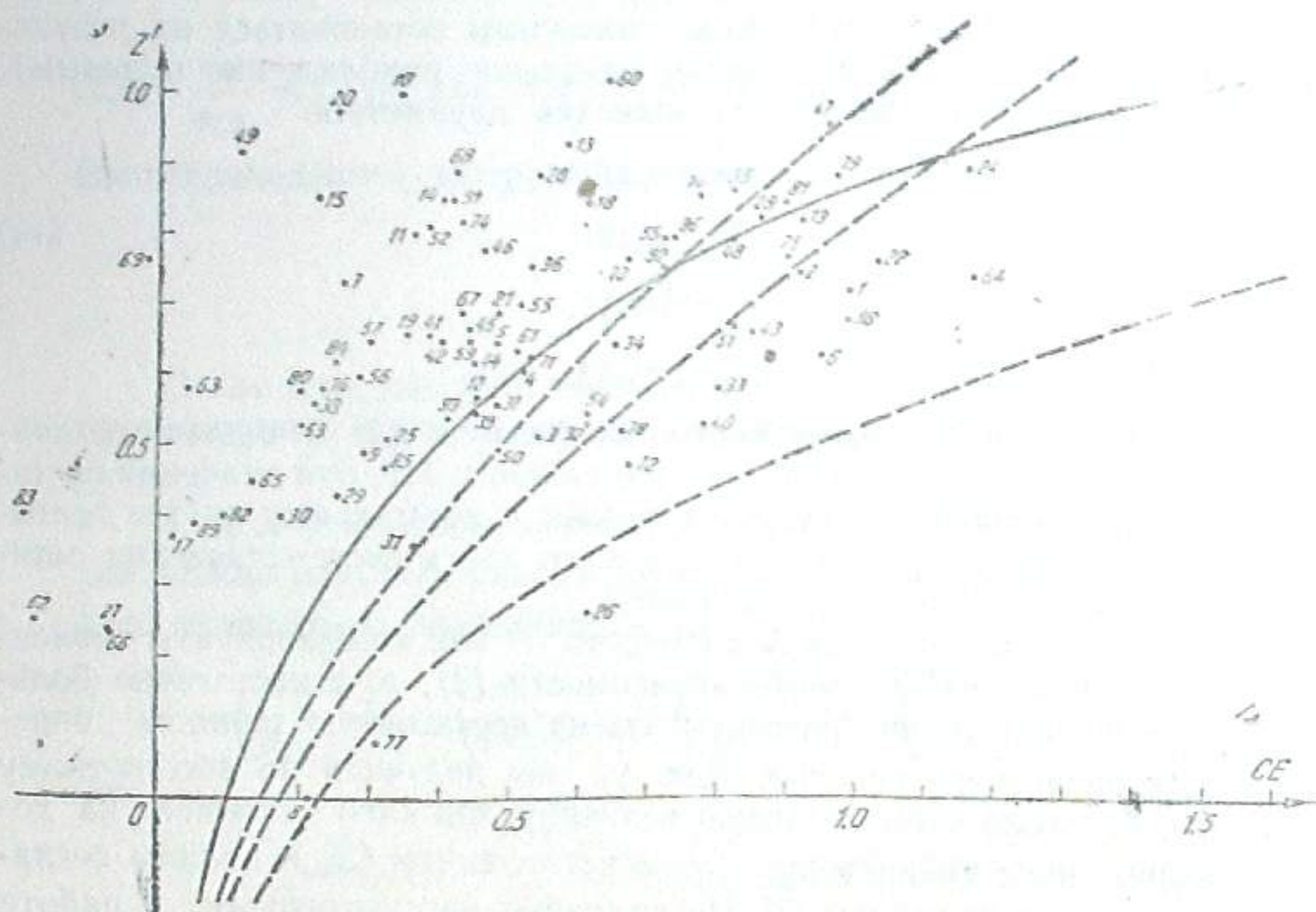


Рис. 2

На рис. 2 нанесены точки и кривая ортогональной средней квадратической регрессии по данным табл. II.

На рис. 3 нанесены все звезды в системе (A, r) .

Если проведем по этим точкам кривую, наилучше расположенную относительно точек в смысле способа наименьших квадратов, то мы должны получить среднюю кривую зависимости поглощения от расстояний в плоскости Галактики. Как это видно из расположения точек, после некоторого достаточно большого расстояния (примерно 3—3.5 кпс), поглощение уменьшается с увеличением расстояния, что является следствием наблюдательной селекции (см., напр., Зонн [8]).

Из этой кривой зависимости A от r можно получить некоторое суждение о распределении плотностей поглощающей материи в плоскости Галактики. Действительно, как это указано в [2], закон распределения плотностей и величина поглощения связаны между собой следующим выражением

$$a_0 f(r) = AP(A), \quad (20)$$

где

$$P(A) = \frac{\gamma_0}{\gamma} R(A) \cdot A. \quad (21)$$

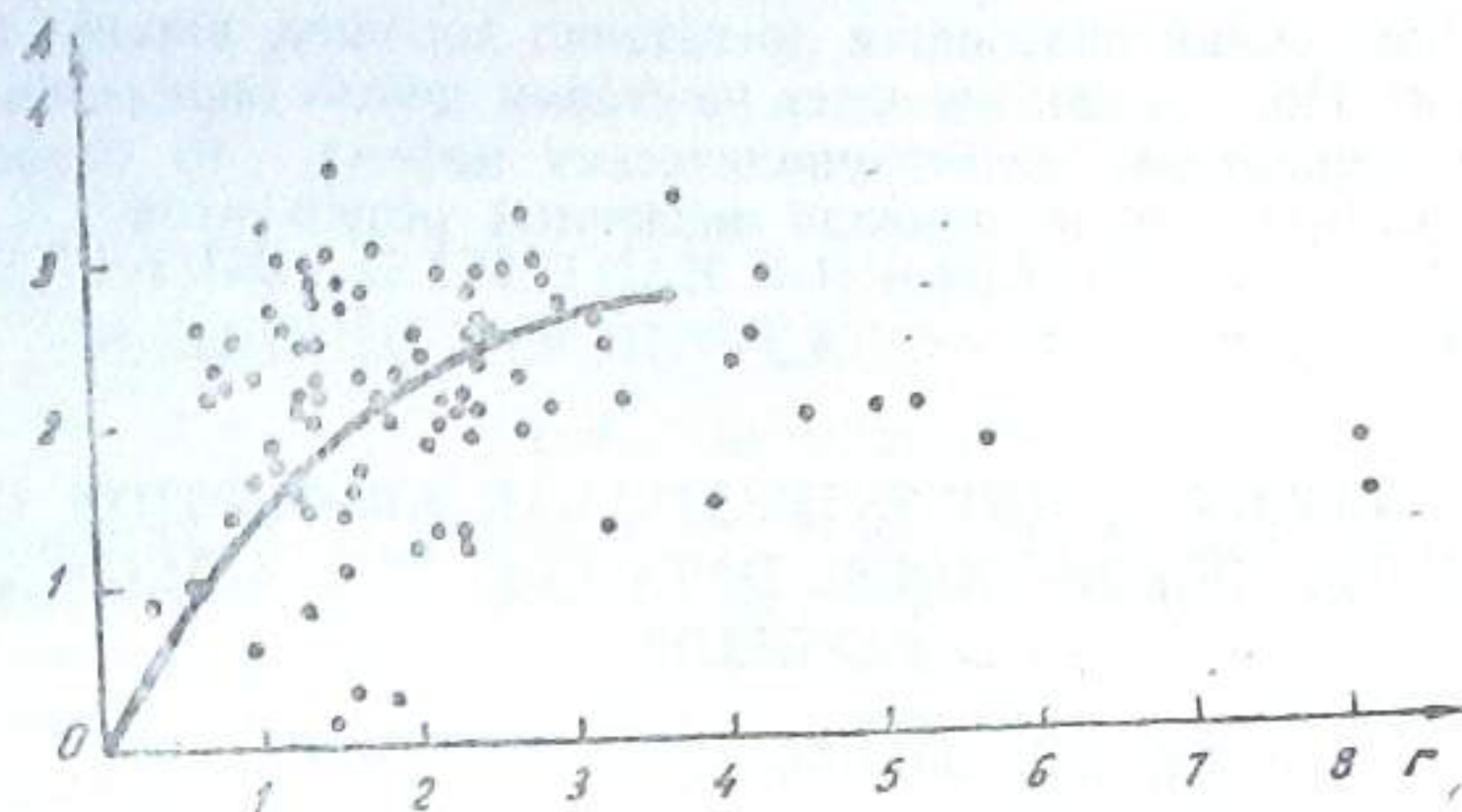


Рис. 3.

Таблица III

CE	γ	A	$R(CE)$	$P(A)$	$A \cdot P(A)$
0.00	7.37	0.00	1.00	1.00	0.00
0.01	7.39	0.07	1.00	1.01	0.07
0.05	7.05	0.36	1.01	1.06	0.37
0.10	6.75	0.68	1.01	1.10	0.75
0.20	6.12	1.22	1.01	1.22	1.49
0.30	5.54	1.66	1.02	1.36	2.26
0.40	5.00	2.09	1.02	1.50	3.00
0.50	4.54	2.27	1.03	1.67	3.79
0.60	4.13	2.48	1.01	1.85	4.59
0.70	3.83	2.68	1.04	2.00	5.36
0.80	3.50	2.80	1.05	2.22	6.22
0.90	3.25	2.93	1.05	2.38	6.68
1.00	3.04	3.04	1.09	2.64	8.03

Таблица III дает зависимость между значениями A и $AP(A)$. С помощью этой таблицы для некоторого значения A , которому согласно кривой (A, r) соответствует определенное значение r , можно определить значение $a_0 f(r)$. Результаты подобного вычисления приведены графически на рис. 4.

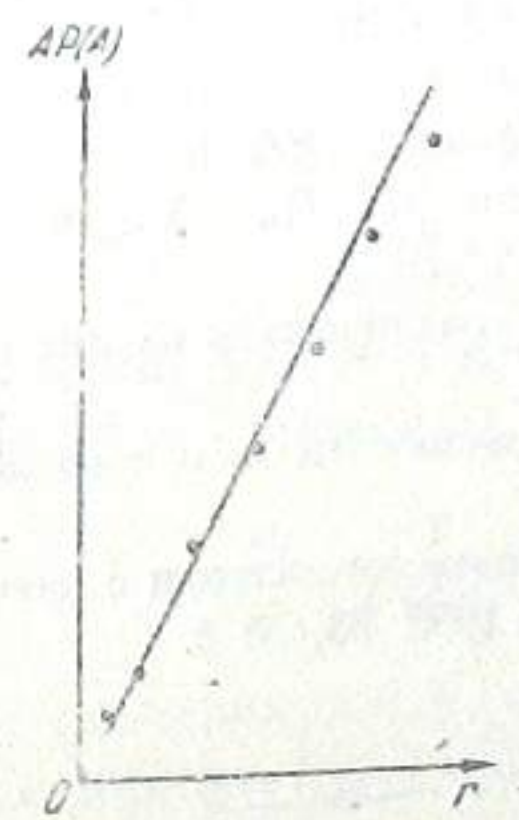


Рис. 4.

Зависимость $a_0 f(r)$ от r достаточно хорошо представляется прямой, что указывает на равномерность распределения поглощающего вещества в плоскости Галактики.

Полученную систему расстояний мы проверили приближенным анализом данных о лучевых скоростях. Для коэффициента Оорта при наших значениях расстояний получается достаточно хорошее, вполне приемлемое, значение. Но, так как мы здесь не ставим целью определение кинематических параметров долгопериодических цефеид, то ограничимся лишь этим замечанием, не приводя численных результатов.

Декабрь, 1957.

AN INVESTIGATION OF THE INTERSTELLAR ABSORPTION ON THE BASE OF THE COLOR-EXCESS DATA FOR THE LONGPERIOD CEPHEIDS

A. PH. TORONJADZE, A. SH. KHATISOV

(Summary)

The detailed analyses of the color-excess data for the longperiod Cepheids given by M. A. Vashakidze [4] is fulfilled. As the basis of our analysis the formula (8) is taken. The latter takes into account the possible variability of the factor which is used for transferring selective absorption into the total one. The constant parameters of the formula (8) are determined on the basis of the method described in the paper [3]. The main results are given in the table II.

December, 1957.

ЛИТЕРАТУРА

1. Торонджадзе А. Ф. Исследование зависимости от избытка цвета множителя, переводящего избирательное поглощение в полное. *Астрон. Журн.* 1959, 35, № 1.
2. Торонджадзе А. Ф. Исследование зависимости от избытка цвета множителя, переводящего избирательное поглощение в полное. *П. Астрон. Журн.*, 1958, 35, № 4.
3. Торонджадзе А. Ф. Об учете влияния дискретной структуры поглощающего слоя и случайных ошибок измерений при исследовании космического поглощения по цветовым избыткам звезд. *Сообщ. АН ГССР* 1958, 21, № 1.
4. В а ш а к и д з е М. А. Изучение Галактического поглощения света по избыткам цвета внегалактических туманностей и долгопериодических цефеид и другими методами. *Бюлл. Абст. астроф. обс.* 1959, 13.
5. Кукаркин Б. В., и Паренаго П. П., *Общий каталог переменных звезд.* Изд. АН СССР, М. Л. 1948.
6. Паренаго П. П. Исследование различных зависимостей у цефеид. *Перемен. зв.* 1955, 10, № 4 (83).
7. Паренаго П. П. О темных туманностях и о поглощении света в Галактике. *Астрон. Журн.* 1945, 22, № 3.
8. З о н и В. О межзвездном селективном поглощении в пятнадцати избранных площадках Каптейна, *Астрон. Журн.* 1956, 33, № 6.

НОМОГРАММЫ И СЧЕТНАЯ ЛИНЕЙКА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕЛИЧИНЫ КОСМИЧЕСКОГО ПОГЛОЩЕНИЯ

А. Ф. ТОРОНДЖАДЗЕ

В работах П. П. Паренаго [1, 2] описаны номограммы для вычисления поглощения и истинного расстояния по известным значениям видимого модуля расстояния и коэффициента космического поглощения в рассматриваемом направлении Галактики. Эти номограммы достаточно удобны для решения задачи, но наличие многих параметров требует составления большого количества номограмм. По этой причине они не были опубликованы.

С задачей учета поглощения встречаются многие астрономы, работающие на различных обсерваториях; многие обсерватории подобными номограммами не располагают, а расчет и изготовление большого количества номограмм довольно трудны.

Между тем, как мы показываем ниже, возможно так преобразовать формулы, на основе которых осуществляется учет поглощения, что для решения задачи понадобится лишь одна, единственная номограмма.

Задача учета межзвездного поглощения решается применением следующих формул.

$$m - M - 10 = 5 \lg r + A, \quad (1)$$

$$A = \frac{a \cdot \beta}{|\sin b|} \left(1 - e^{-\frac{r |\sin b|}{\beta}} \right), \quad (2)$$

Обозначения — общепринятые. Расстояние выражено в килопарсеках.

Рассмотрим общий случай, когда коэффициент общего поглощения — a , коэффициент избирательного поглощения — Δa и множитель, переводящий избирательное поглощение в полное, γ — переменные величины, зависящие от величины поглощения [3]. Для Δa в работе [3] мы дали выражение

$$\Delta a = \Delta a_0 \frac{1}{R(CE)}, \quad (3)$$

где Δa_0 предельное значение Δa при $CE \rightarrow 0$, а $R(CE)$ известная функция CE . Для a легко получается выражение

$$a = \frac{a_0}{\gamma_0} \frac{\gamma}{R(CE)}, \quad (4)$$

где a_0 и γ_0 предельные значения a и γ при $CE \rightarrow 0$. В (1), (2) и (4) введем следующие обозначения $\varphi = CE \cdot R(CE) \cdot \gamma_0$.

$$\frac{|\sin b|}{\beta} = t, \quad rt = \rho, \quad (5)$$

$$m - M - 10 = y,$$

$$y + 5 \lg t = Z.$$

(1) и (2) принимают вид

$$Z = 5 \lg \rho + A, \quad (6)$$

$$\frac{t}{a_0} \cdot \varphi = 1 - e^{-\rho}. \quad (7)$$

Логарифмируя (7), умножая его затем на 5 и вычитая из (6), получим:

$$m - M - 10 + 5 \lg a_0 - (5 \lg \varphi + A) = 5 \lg \frac{\rho}{1 - e^{-\rho}}. \quad (8)$$

Обозначим

$$m - M - 10 + 5 \lg a_0 = Z_1,$$

$$5 \lg \varphi + A = f(A),$$

$$5 \lg \rho = u, \quad (9)$$

$$5 \lg \frac{\rho}{1 - e^{-\rho}} = \psi(u).$$

После введения этих обозначений, (6) и (8) запишутся в виде системы

$$Z - A = u,$$

$$Z_1 - f(A) = \psi(u). \quad (10)$$

Каждое уравнение системы (10) представляет собой номографически рациональную функцию. Но они содержат по одному известному параметру Z и Z_1 и по две неизвестных величины u и A . Поэтому номографическое решение системы (10), при известных значениях y , b , a_0 (т. е. Z и Z_1), наиболее просто осуществляется использованием подвижного транспаранта или подвижных шкал.

На неподвижном листе номограммы, в прямоугольной системе координат построим кривую $f(A)$ (абсцисса $f(A)$, ордината $-A$).

В таблице I дана эта функция, вычисленная согласно (3).

На прозрачном транспаранте, в том же масштабе, так же в прямоугольной системе координат построим кривую $\psi(u)$ (абсцисса $-\psi(u)$, ордината $-u$).

Оси системы $(\psi(u), u)$ направим в противоположные направления относительно осей системы $(f(A), A)$.

Таблица I

A	$f(A)$	$f(A)$ при $\gamma = \cos \delta$	A	$f(A)$	$f(A)$ при $\gamma = \cos \delta$
0.05	-7.00	-6.45	7.5	13.95	11.87
.10	-5.30	-4.90	9.0	14.60	12.52
.30	-2.30	-2.31	8.5	15.29	13.15
.50	-0.95	-1.00	9.0	15.90	13.77
1.00	+1.35	+1.00	9.5	16.62	14.38
1.50	2.82	2.38	10.0	17.27	15.00
2.0	4.18	3.50	11.0	18.55	16.21
2.5	5.26	4.38	12.0	19.80	17.40
3.0	6.50	5.39	13.0	21.08	18.57
3.5	7.45	6.22	14.0	22.30	19.73
4.0	8.40	7.01	15.0	23.48	20.88
4.5	9.28	7.77	16.0	24.64	22.02
5.0	10.15	8.50	17.0	25.80	23.15
5.5	10.93	9.20	18.0	26.96	24.28
6.0	11.73	9.90	19.0	28.14	25.39
6.5	12.50	10.56	20.0	29.30	26.50
7.0	13.25	11.22			

В таблице II дана функция $\psi(u)$, вычисленная по последним двум выражениям (9).

Таблица II

u	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	+1	2	3	4	5	6
$\psi(u)$	0.00	0.02	0.03	0.05	0.07	0.10	0.18	0.27	0.42	0.70	1.00	1.50	2.18	3.06	4.05		

Решение задачи можно осуществить следующим образом. Соответствующим передвижением транспаранта, совместим начало координат системы $(\psi(u), u)$ с точкой (Z_1, Z) , нанесенной на неподвижном листе номограммы. Z отсчитывается от начала системы координат $(f(A), A)$ по ординате, а Z_1 — по абсциссе. Для удобства нахождения точки (Z_1, Z) по осям системы $(f(A), A)$ следует нанести равномерные шкалы для отсчета Z_1 и Z . Транспарант следует держать на неподвижном листе номограммы так, чтобы соответствующие оси систем $(\psi(u), u)$ и $(f(A), A)$ расположились параллельно.

Кривая, нанесенная на транспаранте, будет пересекать кривую, нанесенную на основном листе номограммы, в некоторой точке M (см. рис. 1). Координатами этой точки в системе $(f(A), A)$ являются некоторые значения $f(A)$ и A , а в системе $(\psi(u), u)$ соответствующие значения $\psi(u)$ и u . Но, как это видно из рис. 1, координатами точки M в системе $(\psi(u), u)$ являются также величины $(Z_1 - f(A))$ и $(Z - A)$. Т. е. координаты удовлетворяют зависимостям:

$$Z - A = u,$$

$$Z_1 - f(A) = \psi(u),$$

т. е. являются решениями системы (10).

Соответствующие решению значения A можно отсчитать по шкале, нанесенной вдоль ординаты неподвижного листа номограммы, а значения u — по шкале, нанесенной вдоль ординаты транспаранта. Если вдоль ординаты транспаранта нанести функциональную шкалу ρ по формуле

$$u = 5 \lg \rho$$

то по этой шкале будет возможно непосредственно отсчитать ρ и, делением ρ на t , получить r .

Лучше, указанные шкалы A и ρ нанести на самых кривых, как это сделано на рис. 1; в таком случае искомые значения A и ρ непосредственно отсчитываются на криволинейных шкалах по точке их пересечения. Подвижной транспарант можно выполнить в виде криволинейной линейки, разрезав транспарант вдоль кривой $\psi(u)$.

Таким образом по этой номограмме, составляемой совершенно элементарно по данным таблиц I и II, полностью решается задача вычисления величины поглощения и истинного расстояния. Если потребуется изменение постоянных параметров, характеризующих межзвездное поглощение, то на неподвижный лист номограммы следует нанести новую кривую.

В третьем столбце таблицы I даны значения функции для случая

$$a = \text{const m. c. } R(CE) = 1,$$

$$\gamma = \text{const} = 5.$$

Если на неподвижный лист номограммы нанести и эту кривую, то номограмма будет служить для решения задачи в обоих случаях.

Для вычисления Z и Z_1 , которые являются входами в номограмму, целесообразно составить таблицы. Мы даем здесь же эти таблицы:

Таблицу III—для определения t при $\beta=0.1$ кнс.,

Таблицу IV—для определения $\zeta \lg t$ и $\zeta \lg a$,

Таблицу V—для определения Z и Z_1 ,

На рис. 1 схематически дается пример решения задачи при $y = +3^m$, $b = 10^0$, $a_0 = 3,5^m$.

Таблица III

b	t	b	t	b	t
0.1	0.017	31	5.2	65	8.9
0.5	0.087	32	5.3	64	9.0
1	.18	33	5.4	65	9.1
2	.35	34	5.6	66	9.1
3	.52	35	5.7	67	9.2
4	.70	36	5.9	68	9.3
5	.87	37	6.0	69	9.3
6	1.0	38	6.2	70	9.4
7	1.2	39	6.3	71	9.5
8	1.4	40	6.4	72	9.5
9	1.6	41	6.6	73	9.6
10	1.7	42	6.7	74	9.6
11	1.9	43	6.8	75	9.7
12	2.1	44	6.9	76	9.7
13	2.2	45	7.1	77	9.7
14	2.4	46	7.2	78	9.8
15	2.6	47	7.3	79	9.8
16	2.8	48	7.4	80	9.8
17	2.9	49	7.6	81	9.9
18	3.1	50	7.7	82	9.9
19	3.3	51	7.8	83	9.9
20	3.4	52	7.9	84	9.9
21	3.6	53	8.0	85	10.0
22	3.8	54	8.1	86	10.0
23	3.9	55	8.2	87	10.0
24	4.1	56	8.3	88	10.0
25	4.2	57	8.4	89	10.0
26	4.4	58	8.5	90	10.0
27	4.5	59	8.6		
28	4.7	60	8.8		
29	4.8	61	8.8		
30	5.0	62	8.8		

Таблица IV

t, a_0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		-5.00	-3.50	-2.62	-1.99	-1.50	-1.11	-0.78	-0.48	-0.23
1	0.00	+0.20	+0.40	+0.57	+0.73	+0.88	+1.02	+1.15	+1.28	+1.40
2	1.50	1.61	1.71	1.81	1.91	1.99	2.07	2.16	2.24	2.31
3	2.38	2.46	2.52	2.59	2.60	2.72	2.78	2.84	2.90	2.96
4	3.01	3.06	3.12	3.17	3.22	3.27	3.32	3.36	3.40	3.44
5	3.50	3.54	3.58	3.62	3.66	3.70	3.74	3.78	3.82	3.86
6	3.89	3.92	3.96	3.99	4.03	4.06	4.10	4.13	4.16	4.19
7	4.23	4.26	4.29	4.32	4.35	4.38	4.40	4.43	4.46	4.49
8	4.52	4.54	4.57	4.62	4.62	4.65	4.67	4.70	4.72	4.78
9	4.77	4.80	4.82	4.86	4.86	4.89	4.91	4.99	4.96	4.98

Таблица V

$\zeta \lg t, \zeta \lg a$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
-20	-25	-24	-23	-22	-21	-20	-19	-18	-17	-16	-15
-15	-20	-19	-18	-17	-16	-15	-14	-13	-12	-11	-10
-10	-15	-14	-13	-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5
-5	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
0	-5	-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4	+5
+5	0	+1	+2	+3	+4	+5	+6	+7	+8	+9	+10
10	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
15	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
20	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

В этом случае $Z=4.2$ $Z_1=5.7$. Номограмма дает $A=1.52$, $\rho=3.45$, $\tau=1.98$ кнс.

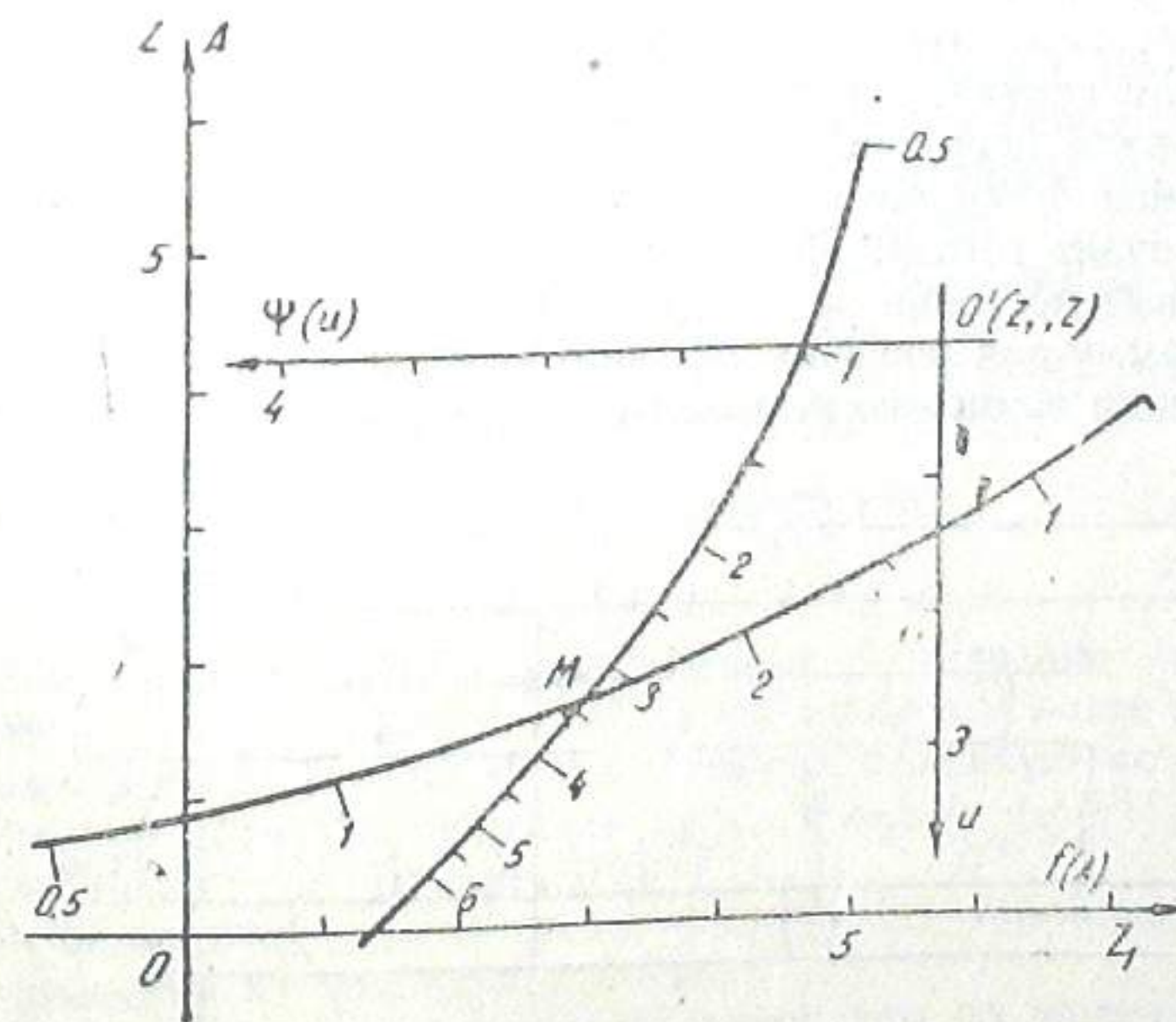


Рис. 1.

Для вычисления следует пользоваться одной из формул:

$$1) r = \frac{\rho}{t},$$

$$2) y - A = \delta \lg r.$$

При использовании выражения 2) можно применить таблицу V. Если из (10) исключим u , получим выражение

$$Z_1 - f(A) = \psi(Z - A). \quad (12)$$

Согласно этому выражению можно составить номограмму другого вида, а именно, т. н. декартов абак (номограмма, состоящая из семейства кривых).

Придадим A несколько фиксированных значений во всем интервале изменения A и по (10) рассчитаем зависимость (Z_1, Z) .

На миллиметровой бумаге в прямоугольной системе координат с осями Z_1 и Z построим кривые постоянных A (кривые $A = \text{const}$). В результате получим номограмму, которая также полностью решает задачу об определении A .

Как видно из (12), построение кривых этой номограммы требует только самых элементарных вычислений: смещения кривой $\psi(u)$ на некоторую постоянную величину и прибавления другой постоянной величины $f(A)$ с использованием таблиц I и II. Нанесение кривых постоянных A можно с удобством осуществить номограммой с подвижным транспарантом. Если транспарант будем перемещать по неподвижному листу номограммы так, чтобы кривая $\psi(u)$ пересекала кривую $f(A)$ в одной и той же точке, то начало координат системы $(\psi(u), u)$ на неподвижном листе опишет кривую постоянной A . Если транспарант выполнен в виде криволинейной линейки, ту же самую кривую можно нанести очень просто: повернем транспарант на 180° относительно его рабочей ориентации, совместим начало координат транспаранта с той же точкой на кривой $f(A)$, прочертим кривую вдоль рабочего края транспаранта; полученная таким образом кривая, как легко сообразить, будет искомой кривой. Перемещая начало координат транспаранта вдоль кривой $f(A)$, мы построим искомое семейство кривых $A = \text{const}$ и номограмма в виде декартова абак будет готова. Таким же способом на декартов абак можно нанести кривые постоянных u (хотя в этом нет особой необходимости).

Номограмму для решения задачи о вычислении поглощения и истинного расстояния возможно выполнить и в виде счетной линейки.

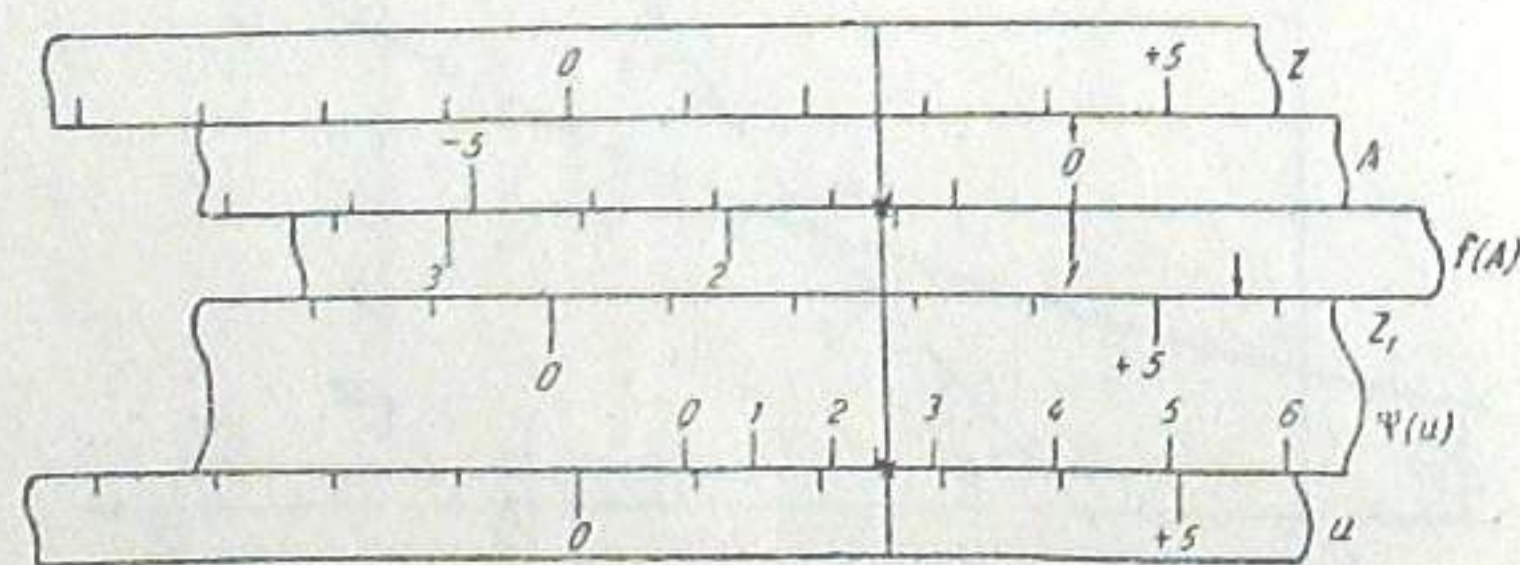


Рис. 2.

Представим себе линейку, которая состоит из следующих шкал:

- 1) равномерная шкала Z ,
- 2) равномерная шкала A ,
- 3) равномерная шкала u ,
- 4) равномерная шкала Z_1 ,
- 5) функциональная шкала $f(A)$, (для некоторых значений A по таблице I берется значение $f(A)$, соответствующая точка наносится на шкале и обозначается взятым значением A),
- 6) функциональная шкала $\psi(u)$ (по таблице II берется значение $\psi(u)$ наносится точка на шкале и обозначается соответствующим значением u).

Шкалы 1) и 3) закрепляются на неподвижной основе линейки по краям ее; шкала 2) располагается рядом со шкалой 1), причем она имеет возможность смещаться вдоль шкалы 1), после смещения шкалы 2) в начале решения задачи на величину Z , шкала остается неподвижной относительно неподвижной основы линейки. На подвижной рейке линейки закрепляются шкалы 4), 5), 6), причем шкала 5) — рядом со шкалой 2), шкала 6) — рядом со шкалой 3), а шкала 4) — между шкалами 5) и 6). Шкала 5) имеет возможность смещаться вдоль шкалы 4). После смещения шкалы 5), в начале решения задачи, относительно шкалы 4) на величину Z_1 , шкала 5) остается неподвижной относительно подвижной рейки линейки.

После введения в линейку заданных значений Z и Z_1 , путем смещения шкал 2) и 5) относительно шкал 1) и 4), задача решается следующим образом. Перемещается подвижная рейка линейки так, чтобы некоторая прямая перпендикулярная линейке (т. е. индекс линейки) пересекала шкалы 2) и 5) и 3) и 6) в точках попарно с одинаковыми отсчетами. При таком расположении подвижной рейки относительно неподвижной основы отсчет по шкалам 2) или 5) является искомым значением A , а отсчет по шкалам 3) или 6) — соответствующим значением u .

Если рядом со шкалой 3) расположим функциональную шкалу ρ , рассчитанную по формуле

$$u = \delta \lg \rho.$$

тогда индекс линейки на этой шкале укажет на соответствующее решение задачи значение ρ .

Очевидно, что описанная счетная линейка, довольно простая в обращении, полностью заменяет номограммы, а все предварительные расчеты следует выполнить в том порядке (и с использованием тех же таблиц), как это делается для случая применения номограмм.

На рис. 2 дана схема линейки и решение задачи при данных (11).

Если $t < 0.1$, практически следует принять, что

$$t = 0, \text{ т. е. } b = 0^\circ \text{ и } \rho = 0. \text{ При } \rho \rightarrow 0$$

второе выражение системы (10) превращается в

$$Z_1 = f(A) \quad (12)$$

и соответствующее заданным значениям u и a_0 , значение A непосредственно берется по кривой, нанесенной на неподвижном листе номограммы с подвижным транспарантом. Соответствующую кривую можно нанести и на декартов абак. Совмещением нулей шкал Z_1 и $f(A)$ счетной линейки также находится решение (12).

Для решения (12) можно также пользоваться таблицей VI, в которой даны значения Z_1 для случая $b = 0^\circ$.

Второй и третий столбцы таблицы вычислены по данным [3], а четвертый и пятый столбцы — для случая

$$\gamma = \text{const} = 5.$$

Таблица VI

Z ₁	γ ≠ const		γ = const = 5		Z ₁	γ ≠ const		γ = const = 5	
	CE	A	CE	A		CE	A	CE	A
-7	0 ^m 008	0 ^m 05	0 ^m 008	0 ^m 04	7	0 ^m 90	3 ^m 28	0 ^m 80	4 ^m 00
-6	011	0.07	.002	0. 06	8	1. 10	3.78	0. 94	4. 68
-5	016	0.10	.18	0. 09	9	1. 33	4.35	1. 08	5. 40
-4	023	0.14	.025	0. 12	10	1. 58	4.93	1. 20	6. 09
-3	04	0.22	.04	0. 21	11	1. 85	5.53	1. 36	6. 83
-2	06	0.33	.06	0. 32	12	2. 13	6.18	1. 51	7. 53
-1	08	0.49	.09	0. 45	13	2. 50	6.85	1. 68	8. 40
0	12	0.65	.15	0. 73	14	2. 80	7.55	1. 84	9. 21
+1	17	0.90	.20	1. 00	15	3. 16	8.29	2. 00	10. 00
2	22	1.23	.28	1. 35	16	3. 52	9.03	2. 17	10. 85
3	32	1.55	.36	1. 80	17	3. 90	9.80	2. 34	11. 68
4	42	1.94	.45	2. 25	18	4. 28	10.58	2. 50	12. 50
5	55	2.33	.56	2. 80	16	4. 65	11.35	2. 67	13. 35
6	71	2.75	.67	3. 36	20	5. 02	12.15	2. 85	14. 23

С благодарностью отмечаю участие А. Ш. Хатисова в работе по расчету и составлению описанных в этой статье номограмм и счетной линейки.

Сентябрь, 1957.

THE NOMOGRAM AND THE SLIDING-RULE FOR THE COSMIC ABSORPTION DETERMINATION

A. PH. TORONJADZE

(Summary)

Convenient nomograms and a sliding-rule are described. They are intended for the solution of the different problems connected with the calculation of the interstellar absorption on the basis of the formulae (1) and (2). The latter are transformed into the system (10) convenient for the use of nomograms. The possible variability of the factor transferring selective absorption into the total one is taken into account. Sufficiently complete tables I and II are given. With help of them one could compose the necessary nomograms. This requires to construct two simple curves only.

September, 1957.

ЛИТЕРАТУРА

1. Паренаго П. П. О темных туманностях и галактическом поглощении света. Астрон. журн. 1940, 17, № 4.
2. Паренаго П. П. О межзвездном поглощении света. Астрон. журн. 1945, 22, № 3.
3. Торонджадзе А. Ф. Исследование зависимости от избытка цвета множителя, переводящего избирательное поглощение в полное. П., Астрон. журн. 1958, 35, № 4.

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ЭМПИРИЧЕСКОГО ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТЕЙ ПОГЛОЩАЮЩЕГО ВЕЩЕСТВА ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО ГАЛАКТИЧЕСКОЙ ПЛОСКОСТИ ДЛЯ УЧЕТА ПОГЛОЩЕНИЯ

А. Ф. ТОРОНДЖАДЗЕ

В работе П. П. Паренаго [1] разработана удобная методика вычисления величины поглощения для объектов, расположенных на различных галактических широтах в направлениях с различными коэффициентами поглощения. Метод основан на использовании некоторой формулы, выражающей закон распределения плотностей перпендикулярно галактической плоскости, и допущении зависимости плотности поглощающего вещества только от расстояния ζ от плоскости Галактики (допущение о плоско-параллельности слоев с одинаковой плотностью). В работе [2], на основе применения тех же допущений были предложены удобные номограммы для учета поглощения в условиях переменности основных параметров, характеризующих межзвездное поглощение. Однако, следует иметь в виду, что есть указания на неполное соответствие использованной в [1] и [2] формулы с действительным распределением плотностей поглощающего вещества перпендикулярно галактической плоскости. Подбор подходящей формулы для представления закона распределения плотностей поглощающего вещества в Галактике следует выполнить с учетом многих факторов, связанных с закономерностями движения поглощающих облаков и их взаимодействия с звездами и с группами звезд в Галактике и, таким образом, является довольно трудной задачей. Но для целей учета межзвездного поглощения не является необходимым представление наблюдаемых данных о величинах поглощения какой-нибудь формулой.

Возможно непосредственно использовать эмпирическую кривую распределения плотностей перпендикулярно галактической плоскости. Соответствующая интерпретация этой кривой является очень важной, самостоятельной задачей, решение которой может осветить различные стороны эволюции поглощающего вещества в Галактике. В этой работе на основе данных о цветовых избытках звезд в площадках Каптейна [3], мы строим эмпирическую кривую распределения плотностей перпендикулярно галактической плоскости и применяем ее непосредственно для учета поглощения. Вопрос об интерпретации этой кривой т. е. вопрос об основных факторах, обуславливающих такое эмпирическое распределение, будет рассмотрен в другой нашей статье.

При использовании гетерохроматических звездных величин, как это было показано в [5], величина поглощения Δm связана с законом распределения плотностей — $f(r)$ поглощающей среды следующей приближенной формулой:

$$\Delta m = a f(r) + b f^2(r), \quad (1)$$

где a, b некоторые постоянные, определяемые для данного направления и данной фотометрической системы по наблюдениям. Если D_0 плотность поглощающего вещества в точке с $r=0$ (r —расстояние), а $\delta(r)$ плотность поглощающей среды на расстоянии r , выраженная в единицах D_0 , то

$$f(r) = \int_0^r \delta(r) dr. \quad (2)$$

Имея в виду трудность применения (1) на больших расстояниях, в работе [6] мы использовали более удобное интерполяционное выражение, пригодное для исследования поглощения на больших расстояниях

$$f(r) = \frac{1}{\Delta a_0} \cdot CE \cdot R(CE), \quad (3)$$

где Δa_0 предельное значение коэффициента избирательного поглощения при $r \rightarrow 0$, а $R(CE)$ известная функция (см. [6]).

(3) можно записать следующим образом

$$f(r) = \frac{1}{a_0} \cdot \frac{\gamma_0}{\gamma} \cdot A \cdot R\left(\frac{A}{\gamma}\right), \quad (4)$$

где $A = \Delta m$ величина поглощения на расстоянии r , γ — значение переводного множителя для величины поглощения A , γ_0 — предельное значение γ при $r \rightarrow 0$, a_0 — предельное значение коэффициента общего поглощения при $r \rightarrow 0$ (предполагаем, что поглощение относится к фотографическим звездным величинам).

Обозначив

$$\frac{\gamma_0}{\gamma} \cdot R\left(\frac{A}{\gamma}\right) = P(A), \quad (5)$$

получим

$$a_0 f(r) = P(A) \cdot A. \quad (6)$$

Если для некоторого направления в Галактике исследована зависимость поглощения от расстояния т. е. известна функция $A(r)$, то по формуле (6) для данного направления легко вычисляется функция $f(r)$. Значения функций $P(A)$ и $P(A) \cdot A$, необходимые для такого вычисления, даны в таблице I, которая вычислена по данным работы [6].

a_0 — определяется по данным зависимости A от r для данного направления. Как легко заметить,

$$a_0 = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{dA}{dr}. \quad (7)$$

Для установления эмпирического вида зависимости плотности поглощающего вещества от z (z —расстояние от галактической плоскости) примем, что поглощающая материя распределена в Галактике в виде плоскопараллельных галактической плоскости слоев с одинаковой плотностью.

Таблица I

CE	γ	A	P(A)	P(A)A
m		m		
0.00	6.00	0.00	1.00	0.00
0.01	6.00	0.06	1.00	0.06
.05	5.90	0.03	1.01	0.30
.10	5.66	0.57	1.07	0.61
.15	5.42	0.81	1.11	0.90
.20	5.20	1.04	1.16	1.21
.25	5.00	1.25	1.22	1.52
.30	4.83	1.45	1.26	1.83
.35	4.63	1.63	1.30	2.12
.40	4.52	1.81	1.36	2.46
.45	4.40	1.98	1.40	2.77
.50	4.28	2.14	1.44	3.08
.55	4.18	2.30	1.47	3.38
.60	4.08	2.45	1.53	3.75
.70	3.91	2.74	1.60	4.38
.80	3.76	3.01	1.68	5.05
.90	3.64	3.28	1.73	5.67
1.00	3.51	3.51	1.86	6.53

Согласно этому допущению плотность является функцией только z . Для использования данных об $f(r)$, полученных для некоторого направления с галактической широтой b , используем выражение

$$a_0 \varphi(z) = a_0 \sin b f\left(\frac{z}{\sin b}\right), \quad (8)$$

где

$$\varphi(z) = \int_0^z \delta(z) dz. \quad (9)$$

Следовательно, имея для направления с широтой b значения $A(r)$, по формулам (6) и (8) легко определяются численные значения функции $a_0 \varphi(z)$. Для определения численных значений $a_0 \varphi(z)$ нами были использованы данные $A(r)$ в 43-х Площадках Каптейна [4], причем все Площадки были объединены и была вычислена средняя по всем площадкам функция $a_0 \varphi(z)$, что при наших предположениях соответствует среднему для всех площадок a_0 . Но так a_0 является предельным значением коэффициента поглощения при $r \rightarrow 0$, то a_0 будет постоянной величиной в случае изотропности распределения поглощающего вещества в окрестности Солнца. Предположение об изотропности и однородности распределения поглощающего вещества в плоскости Галактики является следствием нашего предположения о зависимости плотностей только от z и поэтому, или надо считать a_0 постоянной величиной для всех направлений или отвергнуть предположение о плоско-параллельном распределении поглощающего вещества. В настоящее время нет достаточных данных для уверенного определения зависимости плотностей от всех пространственных координат.

Обнаруженная в некоторых исследованиях зависимость коэффициента общего поглощения от направления [1], [3], по нашему мнению является следствием влияния флуктуации в числах поглощающих облаков на

сравнительно близких расстояниях от Солнца и поэтому использование для учета поглощения постоянного значения a_0 даст для сравнительно больших расстояний (а учет поглощения именно в таких случаях и важен) лучшие результаты, чем использование различных коэффициентов в различных направлениях. Исходя из вышеприведенных соображений мы определили именно функцию $a_0 \varphi(\tau)$, а не $\varphi(\tau)$.

Численные значения $a_0 \varphi(\tau)$, определенные по формулам (6) и (8) и данным [4], приведены в таблице II. Используются только Площадки с положительными широтами. В таблице II даются — в первом столбце z в кпс, во втором столбце — значение $a_0 \varphi(\tau)$ среднее по данным в нескольких направлениях, в третьем столбце — количество направлений (оно, конечно, различно для различных z), в четвертом столбце значение $a_0 \varphi(\tau)$ после незначительного графического сглаживания данных второго столбца. Мы считаем, что значения $a_0 \varphi(\tau)$ при $\tau > 1,4$ определяются на основе использованных нами данных не уверенно. Поэтому данными таблицы II следует пользоваться только в случаях когда $\tau < 1,4$.

Но, если привлечь сведения о полутолщине поглощающего слоя в Галактике, то данные таблицы II достаточно уверенно можно экстраполировать до $\tau \rightarrow \infty$.

Таблица II

τ кпс	$a_0 \varphi(\tau)$	n	$a_0 \varphi(\tau)$
1	2	3	4
0.01	0.115	1	
.02	.138	4	
.03	.202	4	
.04	.187	11	
.05	.211	12	0.15
.10	.218	28	.22
.15	.262	30	
.20	.285	30	.30
.25	.323	30	
.30	.340	28	.35
.35	.369	28	
0.40	0.367	24	0.39
.45	.387	25	
.50	.394	23	.51
.60	.418	22	.54
.70	.426	19	.56
.80	.404	17	.58
.90	.511	15	.60
1.00	.497	12	.62
1.20	.563	11	.65
1.40	.628	10	.68
1.60	.727	5	
1.80	.725	2	
2.00	.768	2	

Для учета поглощения на основе данных таблицы II используем методику, описанную в [2].

Выражения для составления номограммы с транспарантом легко получаются из следующих зависимостей (r — выражается в кпс)

$$m - M - 10 = 5 \lg r + A, \quad (10)$$

$$P(A) A = a_0 f(r) = \frac{a_0}{|\sin b|} \cdot \varphi(\tau) |\sin b|. \quad (11)$$

Вводим

$$m - M - 10 + 5 \lg |\sin b| = 5 \lg \tau + A, \quad (12)$$

$$R(A) A \cdot |\sin b| = a_0 \varphi(\tau). \quad (13)$$

Логарифмируя (13), умножая его затем на 5 и вычитая из 12, получим:

$$m - M - 10 - (5 \lg P(A) \cdot A + A) = 5 \lg \frac{\tau}{a_0 \varphi(\tau)}. \quad (14)$$

Обозначим

$$m - M - 10 = y,$$

$$m - M - 10 + 5 \lg |\sin b| = y_1,$$

$$5 \lg \tau = u,$$

$$5 \lg \frac{\tau}{a_0 \varphi(\tau)} = \psi(u),$$

$$5 \lg P(A) A + A = F(A).$$

После введения этих обозначений, (10) и (14) запишутся в виде системы:

$$y_1 - A = u,$$

$$y - F(A) = \psi(u). \quad (15)$$

(15) совпадает с системой (10) [2] — и способ составления номограммы, описанной в [2], непосредственно применяется для решения систем (15); только значение функции $\psi(u)$ следует вычислять по данным таблицы II, согласно обозначению.

Численные значения функции $\psi(u)$ даны в таблице III.

Таблица III

u	$\psi(u)$
-6.50	-2.20
-5.00	-1.50
-4.0	-1.12
-3.0	-0.70
-2.0	-0.20
-1.0	+0.30
0.0	+1.00
+1.0	+1.80

Легко сообразить, что $F(A)$ совпадает с функцией, для которой в работе [2] использовано обозначение $f(A)$, т. е. кривая, нанесенная на неподвижный лист номограммы, не изменяется.

Введением нового входа в номограмму (вместо y).

$$y_2 = m - M - 10 + 5 \lg \delta a_i,$$

где $\delta a_i = \frac{a_i}{a_0}$, а a_i — индивидуальное значение коэффициента общего по-

глощения в данном направлении, при желании, возможно учесть также и различные коэффициенты общего поглощения в различных направлениях.

Декабрь, 1957.

ON THE APPLICATION TO THE ABSORPTION CALCULATION OF THE
EMPIRICAL LAW OF THE ABSORBING MEDIUM DENSITY
DISTRIBUTION NORMALLY TO THE GALACTIC PLANE

A. PH. TORONJADZE

(Summary)

The possibility of using empirical curves of distribution of absorbing medium density perpendicularly to the galactic plane for the construction of nomograms in order to calculate the absorption is shown. According to the data given in the paper [4] the above mentioned curve is constructed and represented in the form of the table II. The nomograms could be constructed on the base of the system (15) according to the rules described in [2]. The data of the table III could be used for the construction of one nomogram curve.

December, 1957.

ЛИТЕРАТУРА

1. Паренаго П. П. О темных туманностях и о поглощении света в Галактике. Астрон. Журн. 1945, 22, № 3.
2. Торонджадзе А. Ф. Номограммы и счетная линейка для определения величины поглощения. Бюлл. Абаст. астрофиз. обс. 1959, 24, 109.
3. Харадзе Е. К. Каталог показателей цвета 14000 звезд и исследование поглощения света в Галактике на основе цветовых избытков звезд. Бюлл. Абаст. астрофиз. обс., 1952, 12.
4. Торонджадзе А. Ф. Исправленные значения величин поглощения в 43-х Площадках Каптейна. Сообщ. АН Грузинской ССР. 1959, 22, № 1.
5. Торонджадзе А. Ф. Исследование зависимости от избытка цвета множителя переводящего избирательное поглощение в полное. I. Астрон. Журн. 1958, 35, № 1.
6. Торонджадзе А. Ф. Исследование зависимости от избытка цвета множителя переводящего избирательное поглощение в полное. II. Астрон. Журн. 1958, 35, № 4.

О ЗАКОНЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТЕЙ ПОГЛОЩАЮЩЕГО
ВЕЩЕСТВА ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО ГАЛАКТИЧЕСКОЙ
ПЛОСКОСТИ

А. Ф. ТОРОНДЖАДЗЕ

Данные о величинах межзвездного поглощения в различных направлениях предоставляют возможность исследования закономерностей распределения поглощающего вещества в Галактике. Общий анализ вопроса о закономерностях распределения поглощающего вещества в Галактике достаточно труден, так как требует решения основных уравнений динамики звездных систем с достаточным детальным учетом взаимодействия всех составляющих Галактики.

Однако при некоторых упрощающих допущениях возможно учесть основные факторы, обуславливающие наблюдаемое распределение плотностей и, таким образом, составить некоторое представление о путях эволюции поглощающего вещества в Галактике. Наиболее подходящим путем для анализа является изучение закономерностей распределения плотностей перпендикулярно галактической плоскости. В этом случае имеется возможность сравнения теоретических заключений с данными наблюдений.

Для анализа распределения плотностей перпендикулярно галактической плоскости обычно используется т. н. барометрический закон

$$\delta(z) = \delta(0) e^{-\frac{|z|}{\beta}}, \quad (1)$$

где z расстояние от плоскости Галактики, $\delta(z)$ — плотность поглощающего вещества в точке z , $\delta(0)$ — значение плотности при $z=0$, β — некоторая постоянная величина.

Использование формулы (1) предполагает, что на поглощающие туманности (поглощающие частицы, поглощающие облака) действует независимое от z гравитационное поле и, что уже установлено равновесное состояние в распределении поглощающего вещества.

Следует заметить, что допущение о независимости от силы, действующей на туманности не является достаточно хорошим приближением к действительности. Гораздо правильнее допустить, что на поглощающие туманности действует упругая сила, пропорциональная z :

$$F = -\alpha z, \quad (2)$$

где α некоторый коэффициент. С другой стороны, предположение об установлении равновесного состояния в распределении плотностей по z — координате противоречит многим, достаточно убедительным соображениям относительно закономерностей эволюции поглощающего вещества в

Галактике. Одним из таких соображений является то, что количество поглощающего вещества в Галактике с течением времени должно уменьшаться, в основном, вследствие превращения диффузного вещества в звезды и звездные группы. В настоящую эпоху процесс образования звезд в Галактике протекает достаточно интенсивно, что делает невозможным осуществление условий, обеспечивающих распределение плотностей согласно закону (1). Далее, исходя, так же, из совершенно общих современных взглядов о путях развития Галактик, можно предположить, что после истечения некоторого промежутка времени Галактика превратится в систему, не содержащую поглощающего вещества.

По нашему мнению, формулы, предназначенные для анализа закономерностей распределения поглощающего вещества в Галактике, должны быть получены с учетом указанных выше обстоятельств. Мы предположим следующее.

1. Галактика является стационарной системой с симметрией относительно плоскости. Это допущение для начальной эпохи существования Галактики несправедливо. Поэтому наше дальнейшее рассмотрение нами вопроса правильно, в общих чертах, если за начальный момент нашего анализа возьмем момент, когда основная масса диффузного вещества уже перешла в состояние звезд, т. е. Галактика, в основном, приняла современный вид.

2. Справедливо исследование закономерностей распределения по z — координате независимо от других пространственных координат.

3. На поглощающие туманности (частицы) действует регулярная упругая сила, пропорциональная z —

$$F = -\alpha z.$$

4. На поглощающие туманности (частицы) действуют силы случайного характера, вызываемые случайными прохождениями около туманностей звезд, звездных групп и других туманностей. Соответственно этому, характер движения поглощающих туманностей (частиц) можно считать аналогичным движению броуновских частиц и для описания этих движений применить обычные диффузионные уравнения. В частности, для нашего случая, возможно использование т. н. уравнения Смолуховского [1].

5. В некоторый момент t , который мы принимаем за начальный (т. е. $t=0$), поглощающее вещество было распределено по закону

$$f(z_0) = \frac{c}{\sqrt{\pi}} e^{-c^2 z_0^2}, \quad (3)$$

где $f(z_0)$ — вероятность нахождения поглощающей туманности (частицы) в интервале $(z_0, z_0 + dz_0)$ в момент $t = t_1 = 0$.

6. В плоскости $z=0$ происходит непрерывное превращение поглощающего вещества в звезды т. е. происходит непрерывное уменьшение количества поглощающих частиц. Причем, предположим, что уменьшение количества частиц происходит пропорционально плотности

$$\Delta \delta(o, t) = -k \delta(o, t); \quad (4)$$

k — коэффициент пропорциональности.

7. В любой точке z происходит непрерывное изменение количества поглощающих туманностей вследствие их столкновений. Это изменение так же принимается пропорциональным количеству частиц в данной точке

$$\Delta \delta(z, t) = -\lambda \delta(z, t); \quad (5)$$

— коэффициент пропорциональности.

Ясно, что наши предположения не являются совершенно строгими и единственно возможными, но мы полагаем, что они учитывают основные факторы, способные влиять на распределение плотности и достаточно хорошо согласуются с наблюдательными данными. В 6) и 7) мы ничего не говорили об образовании поглощающих частиц из других видов вещества (звезды, газ) так как этот процесс, вызывающий изменение величин k и λ , учитывается в (4) и (5).

Обозначим $w(z, t)$ вероятность того, что поглощающая частица в момент t находится в интервале $(z, z + dz)$. Ясно, что $w(z, t)$ пропорционально плотности. Если не принимаются во внимание 6) и 7), то для w будем иметь уравнение

$$\frac{\partial w}{\partial t} = D \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \gamma z \frac{\partial w}{\partial z} + \gamma w, \quad (6)$$

где D и γ некоторые постоянные. Если дополнительно учитывается 7), т. е. количество частиц в каждой точке дополнительно изменяется пропорционально плотности, тогда для w будем иметь уравнение

$$\frac{\partial w}{\partial t} = D \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \gamma z \frac{\partial w}{\partial z} + (\gamma - \lambda) w. \quad (7)$$

Если решение (6) является w_0 , то решение (7) дается выражением

$$w(z, t) = e^{-\lambda t} w_0(z, t), \quad (8)$$

но решение (6) общеизвестно и дается формулой

$$w_0 = \frac{b}{\sqrt{\pi}} e^{-b^2 (z - z_0 e^{-\gamma t})^2}, \quad (9)$$

где

$$b = \frac{b_0}{\sqrt{1 - e^{-2\gamma t}}}, \quad b_0^2 = \frac{\gamma}{2D}.$$

(9) дает вероятность нахождения частицы в момент t в интервале $(z, z + dz)$, если она в $t=0$ находилась в точке $z = z_0$.

Если начало координат сместим в точку $z = z_0$, т. е. введем новую систему $z' = z - z_0$, получим

$$w_0(z', t, 0) = \frac{b}{\sqrt{\pi}} e^{-b^2 (z' + z_0 - z_0 e^{-\gamma t})^2}. \quad (10)$$

Для учета 6), т. е. превращения поглощающих частиц в звезды в плоскости Галактики, допустим, что в системе z' в нулевой точке находится частица в момент $t=0$, а в точке $z' = -z_0$ находится частично отражающая граница (эластичная граница). При начальном симметричном распределении частиц относительно плоскости $z=0$ мож-

но предположить, что частицы, расположенные по различные стороны плоскости симметрии, не пересекают эту плоскость, а отражаются от нее. Очевидно, что с точки зрения анализа распределения плотностей при начальном симметричном распределении частиц, предположение о существовании отражающей границы, совпадающей с плоскостью симметрии, равносильно реальному отсутствию такой границы. По этому симметрии, равносильно реальному отсутствию такой границы. По этому возможно рассмотреть по отдельности распределение частиц вдоль полуосей $(-\infty, 0)$, $(0, +\infty)$ при наличии отражающей границы. В таком случае уменьшение количества частиц в плоскости Галактики вследствие превращения поглощающего вещества в другие виды вещества можно описать как частичное поглощение частиц (частичное отражение). Используя известные зависимости, полученные для случайных блужданий в присутствии отражающей и поглощающей границы [1], можно написать

$$w(z', t, -z_0) = w(z', t) + (1-k)w(-2z_0 - z', t) - kw(-2z_0 - z', t), \quad (11)$$

где $w^0(z', t, -z)$ — вероятность нахождения частицы в момент t в точке Z' , если она в $t=0$ находилась в точке $z'=0$ при наличии частично отражающей границы в точке $z'=-z_0$. $W^0(z', z)$ и $w(-2z_0 - z', t)$ — соответствующие вероятности в случае отсутствия отражающей границы.

Из (11) вытекает

$$w(z', t, -z_0) = w(z', t) + (1-2k)w(-2z_0 - z', t). \quad (12)$$

Но, согласно (8) и (9)

$$w(z', t) = \frac{be^{-\lambda t}}{\sqrt{\pi}} e^{-b^2(z'+z-z_0 e^{-\gamma t})^2}. \quad (13)$$

После подстановки (13) в (12) и возвращения к системе $z=z'+z_0$ получим

$$w(z, t, 0) = \frac{be^{-\lambda t}}{\sqrt{\pi}} e^{-b^2(z-z_0 e^{-\gamma t})^2} + (1-2k) \frac{be^{-\lambda t}}{\sqrt{\pi}} e^{-b^2(z+z_0 e^{-\gamma t})^2}. \quad (14)$$

(14) дает вероятность нахождения частицы в момент t в интервале $z, z+dz$, если она в моменте $t=0$ находилась в точке $z=z'$ при наличии частично отражающей границы в точке $t=0$.

Искомое распределение получим интегрированием (14) в пределах $(0, +\infty)$ при весовой функции $f(z_0)$ согласно (3). Опуская некоторые достаточно элементарные преобразования, напишем окончательное выражение

$$w(z, t) = \frac{e^{-\lambda t} h(1-k)}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 z^2} + \frac{e^{-\lambda t} kh}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 z^2} \Phi\left(\frac{hb}{c} e^{-\gamma t} z\right), \quad (15)$$

где $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ — известная функция (интеграл вероятностей)

$$h = \frac{b_0 c}{\sqrt{c^2 + (b_0^2 - c^2) e^{-2\gamma t}}}. \quad (16)$$

Очевидно, что при $t \rightarrow \infty$, $w(z, t) \rightarrow 0$; при $t \rightarrow 0$, $w(z, t) \rightarrow f(z)$. Обозначим $g = \frac{hb}{c} e^{-\gamma t}$, $\mu = \frac{k}{1-k}$ и выразим плотности поглощающего вещества в единицах плотности при $z=0$; получим

$$\delta(z, t) = e^{-h^2 z^2} [1 + \mu \Phi(gz)] \quad (17)$$

Если наблюдатель находится в точке $z=z_0$ и измеряет величину поглощения вдоль оси z до расстояния z от себя, то для величины поглощения будем иметь

$$A(z) = a \int_{z_0}^{z+z_0} e^{-h^2 z^2} [1 + \mu \Phi(gz)] dz, \quad (18)$$

где a — коэффициент поглощения (обратим внимание на то, что в (18) z обозначает расстояние, отсчитанное от точки расположения наблюдателя) (18) может учесть то, что Солнце не находится в плоскости Галактики. До определения постоянных h, g и a пренебрегать этим обстоятельством не следует так как при определенных значениях h, g, a величина поглощения в интервале $(0, z_0)$ может составить значительную долю поглощения в интервале $(0, \infty)$.

На основе применения (18) и данных наблюдений о величине $A(z)$ можно определить численные значения параметров h, g, a .

Не останавливаясь на описании различных способов вычисления h, g, a по наблюдательным данным, укажем, что теоретические величины $A(z)$, вычисленные по формуле (18) достаточно хорошо согласуются с эмпирической кривой зависимости величины поглощения от z , построенной в [2], при следующих значениях параметров: $h=5, g=0.3, \mu=10, a=3.0$ (если расстояние выражено в кпс, а поглощение — в звездных величинах).

Декабрь, 1957.

ON THE LAW OF ABSORBING MEDIUM DENSITY DISTRIBUTION PERPENDICULARLY TO THE GALACTIC PLANE

A. PH. TORONJADZE

(Summary)

The question about the laws of the absorbing matter density distribution perpendicularly to the galactic plane is discussed. For the solution of the problem the equation by Smolukhovsky with some simplification is used. It is stated that the interstellar absorption observations are well represented by the formula (19). A rather good agreement with the empirical curve of the absorption value dependence on [2] is obtained at the following values of parameters: $h=5, g=0.3, \mu=10, a=3.0$ (when the distances are expressed in kps, and absorption in star magnitudes).

December, 1957.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чандрасекар С. Стохастические проблемы в физике и астрономии, Гос. изд. иностр. лит., М., 1947.
2. Торонджадзе А. Ф. Об использовании эмпирического закона распределения плотностей поглощающего вещества перпендикулярно галактической плоскости для учета поглощения. Бюлл. Абаст. астрофиз. обс. 1959, 24, 117.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
 СКОРОСТЕЙ ДЛЯ ШАРОВЫХ СКОПЛЕНИЙ НА ОСНОВЕ
 ПРИМЕНЕНИЯ ПРИНЦИПА МАКСИМУМА ПРАВДОПОДОБИЯ

Р. М. ДЗИГВАШВИЛИ

Определение параметров функции распределения скоростей различных составляющих имеет важное значение для изучения многих вопросов кинематики и динамики Галактики. Параметры эллипсоида скоростей обычно определяются на основе вычисления моментов скоростей различных порядков. При этом, при вычислении моментов следует пользоваться данными о звездах, расположенных в достаточно малой окрестности рассматриваемой точки Галактики. В случае, когда объекты расположены на больших расстояниях друг от друга, моменты, вычисленные при условии объединения всех объектов в одну группу, не могут характеризовать движение центроидов и распределение скоростей в рассматриваемой точке Галактики и поэтому мало пригодны в качестве характеристик локальных движений этих объектов.

Наиболее подходящим материалом для исследования кинематических закономерностей Галактики являются данные о движениях и расстояниях тех объектов Галактики, которые заполняют достаточно большие пространства с довольно большой пространственной плотностью. В таком случае имеется возможность сгруппировать данные относительно объектов, расположенных в окрестностях различных точек Галактики и вычислить кинематические параметры для каждой отдельной точки. Знание значений указанных параметров для различных точек дает возможность составить представление о характере зависимости кинематических параметров от пространственных координат, что и является наиболее желательным результатом подобных исследований. При современных наблюдательных средствах накопление материала в достаточно больших объемах Галактики требует наблюдения объектов с большой светимостью. Но объекты с большими светимостями обычно распространены в Галактике со сравнительно малыми пространственными плотностями, что значительно затрудняет группирование данных относительно объектов, расположенных в близких окрестностях тех или иных точек Галактики.

Шаровые скопления являются именно такими объектами, которые наблюдаются в весьма большом объеме Галактики и предоставляют возможность исследования зависимости кинематических элементов от пространственных координат. Но малочисленность шаровых скоплений затрудняет группирование данных об объектах, расположенных в окрестностях данной точки Галактики, так как в любой достаточно малый объем попадает слишком малое количество шаровых скоплений, для того чтобы уверенно определить те или иные средние от компонентов движений. Для шаровых скоплений нам известны лучевые скорости и расстояния,

определенные фотометрическим путем. Эти данные неоднократно использовались для изучения кинематики системы шаровых скоплений. Но результаты всех работ отягчены ошибками, проистекающими или объединением в группы или очень малого количества объектов или объектов, расположенных на очень больших расстояниях друг от друга. Для динамической интерпретации полученных результатов часто, уже после определения численных значений параметров, используются какие-нибудь упрощающие предположения или существующие динамические теории.

По нашему мнению, такие упрощающие допущения или результаты существующих теорий динамики звездных систем следует положить в основу определений кинематических параметров системы шаровых скоплений. Настоящая работа посвящается рассмотрению вопроса об определении кинематических параметров именно в этом аспекте.

В дальнейшем мы предположим, что для динамического описания характера движения шаровых скоплений справедливы результаты динамики нестационарной осесимметричной Галактики, полученные С. Чандрасекаром III, при допущении, что распределение скоростей является функцией полинома второй степени относительно скоростей. Мы предположим, что эта функция является экспоненциальной. Рассуждая в общих чертах, можно представить себе путь решения задачи следующим образом. Согласно результатам теории и нашему предположению для функции распределения скоростей, имеем

$$\psi(u' v' w') = e^{-\theta}, \quad (1)$$

где

$$\theta = a_{200} u'^2 + a_{020} v'^2 + a_{002} w'^2 + 2a_{110} u' v' + 2a_{101} u' w' + 2a_{011} v' w' \quad (2)$$

Если преобразуем согласно обычной методике и определим функцию распределения лучевых скоростей, получим

$$\psi(v_R) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(v_R - v_{100})^2}{2\sigma^2}}, \quad (3)$$

где

$$v_{100} = v_R$$

$$\sigma^2 = \mu_{200} \cos^2 b \cos^2(l-l_0) + \mu_{020} \cos^2 b \sin^2(l-l_0) + \mu_{002} \sin^2 b + 2\mu_{100} \cos^2 b \cos(l-l_0) \sin(l-l_0) + 2\mu_{101} \cos b \sin b \cos(l-l_0) + 2\mu_{011} \cos b \sin b \sin(l-l_0) \quad (4)$$

Здесь, $\mu_{200}, \mu_{020}, \dots$ являются центральными моментами скорости шаровых скоплений.

v_{101} и σ^2 содержат нужные нам неизвестные параметры. Если для некоторого количества шаровых скоплений известны из наблюдений v_R и пространственные координаты, то применением некоторых подходящих способов математической статистики можно найти наиболее подходящие значения неизвестных параметров, наилучшим образом соответствующие наблюдаемым данным, т. е. для решения поставленного вопроса будем иметь дело с обычной параметрической задачей математической статистики.

Ниже даются конкретные выражения для всех нужных функций, описан способ решения задачи и на основе данных получены числовые значения некоторых кинематических параметров.

Назовем фундаментальной системой прямоугольную координатную систему x, y, z , с началом в центре Галактики. За плоскость xOy примем плоскость Галактики. Ось x направим от Солнца к центру Галактики, y под 90° к направлению x , z — к полюсу Галактики.

Введем следующие обозначения:

x, y, z — координаты объекта в фундаментальной координатной системе,
 u, v, w — компоненты скорости объекта в фундаментальной системе,
 u_0, v_0, w_0 — компоненты скорости центра объекта в фундаментальной системе,
 x_0, y_0, z_0 — координаты Солнца в фундаментальной системе,
 u_0, v_0, w_0 — компоненты скорости Солнца в фундаментальной системе,
 x^+, y^+, z^+ — координаты объекта относительно Солнца,
 u^+, v^+, w^+ — компоненты скорости объекта относительно Солнца,
 u', v', w' — компоненты скорости объекта относительно его же центра,
 u'_0, v'_0, w'_0 — компоненты скорости Солнца относительно его же центра,
 v'_R, v'_l, v'_b — компоненты скорости объекта относительно Солнца в сферической координатной системе,
 v'_R, v'_l, v'_b — компоненты скорости объекта относительно его же центра в сферической системе.

Заметим, что все прямоугольные координатные системы ориентированы так же как фундаментальная система

Нетрудно сообразить, что компоненты скорости объекта относительно Солнца в сферической системе можно представить так:

$$\left. \begin{aligned} V_R^+ &= U^+ \cos b \cos(l-l_0) + V^+ \cos b \sin(l-l_0) + W^+ \sin b, \\ V_l^+ &= -U^+ \sin(l-l_0) + V^+ \cos(l-l_0), \\ V_b^+ &= -U^+ \sin b \cos(l-l_0) - V^+ \sin b \sin(l-l_0) + W^+ \cos b. \end{aligned} \right\} (5)$$

Согласно нашему обозначению:

$$\left. \begin{aligned} U^+ &= U_0 + U' - U_0^{\circ} - U_0^{\circ}, \\ V^+ &= V_0 + V' - V_0^{\circ} - V_0^{\circ}, \\ W^+ &= W_0 + W' - W_0^{\circ} - W_0^{\circ}. \end{aligned} \right\} (6)$$

Если выражения (6) подставим в (5), то после некоторого преобразования получим

$$\left. \begin{aligned} V_R^+ - V_R^{\circ} &= (U_0 - U_0^{\circ}) \cos b \cos(l-l_0) + (V_0 - V_0^{\circ}) \cos b \sin(l-l_0) + \\ &+ (W_0 - W_0^{\circ}) \sin b - U_0^{\circ} \cos b \cos(l-l_0) - V_0^{\circ} \cos b \sin(l-l_0) - \\ &- W_0^{\circ} \sin b, \\ V_l^+ - V_l^{\circ} &= -(U_0 - U_0^{\circ}) \sin(l-l_0) + (V_0 - V_0^{\circ}) \cos(l-l_0) + \\ &+ U_0^{\circ} \sin(l-l_0) - V_0^{\circ} \cos(l-l_0), \\ V_b^+ - V_b^{\circ} &= -(U_0 - U_0^{\circ}) \sin b \cos(l-l_0) - (V_0 - V_0^{\circ}) \sin b \sin(l-l_0) + \\ &+ (W_0 - W_0^{\circ}) \cos b + U_0^{\circ} \sin b \cos(l-l_0) + V_0^{\circ} \sin b \sin(l-l_0) - W_0^{\circ} \cos b \end{aligned} \right\} (7)$$

$U_0 - U_0^{\circ}, V_0 - V_0^{\circ}, W_0 - W_0^{\circ}$ — являются разностями компонентов скоростей центров объектов и окрестности Солнца. Для выражения $U_0, V_0, W_0, U_0^{\circ}, V_0^{\circ}$ и W_0° , согласно Чандрасекару [1] имеем:

$$\left. \begin{aligned} U_0 &= \frac{\dot{\varphi}}{\varphi} x + \frac{\beta y}{\varphi^2 + k_2 (x^2 + y^2)} \\ V_0 &= \frac{\dot{\varphi}}{\varphi} y - \frac{\beta x}{\varphi^2 + k_2 (x^2 + y^2)} \\ W_0 &= \frac{\dot{\varphi}}{\varphi} z. \end{aligned} \right\} (8)$$

$$\left. \begin{aligned} U_0^{\circ} &= \frac{\dot{\varphi}}{\varphi} x_0 + \frac{\beta y_0}{\varphi^2 + k_2 (x_0^2 + y_0^2)}, \\ V_0^{\circ} &= \frac{\dot{\varphi}}{\varphi} y_0 - \frac{\beta x_0}{\varphi^2 + k_2 (x_0^2 + y_0^2)} \\ W_0^{\circ} &= \frac{\dot{\varphi}}{\varphi} z_0. \end{aligned} \right\} (9)$$

В нашей фундаментальной системе

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= -R_0, \quad y_0 = z_0 = 0, \\ x &= -R_0 + r \cos b \cos(l-l_0), \\ y &= r \cos b \sin(l-l_0), \\ z &= r \sin b. \end{aligned} \right\} (10)$$

Здесь R_0 обозначает расстояние Солнца от центра Галактики, r — расстояние от Солнца до объекта, l и b являются галактическими сферическими координатами объекта.

Принимая во внимание (8), (9), и (10), после некоторых преобразований получим

$$U_0 - U_0^{\circ} = \frac{\dot{\varphi}}{\varphi} r \cos b \cos(l-l_0) + \frac{\beta r \cos b \sin(l-l_0)}{\varphi^2 + k_2 R_0^2 + k_2 r^2 \cos^2 b - 2k_2 R_0 r \cos b \cos(l-l_0)} \quad (11)$$

$$V_0 - V_0^{\circ} = \frac{\dot{\varphi}}{\varphi} r \cos b \sin(l-l_0) - \frac{-\beta R_0 + \beta r \cos b \cos(l-l_0)}{\varphi^2 + k_2 R_0^2 + k_2 r^2 \cos^2 b - 2k_2 R_0 r \cos b \cos(l-l_0)} - \frac{-\beta R_0}{(\varphi^2 + k_2 R_0^2)}. \quad (12)$$

$$W_0 - W_0^{\circ} = \frac{\dot{\varphi}}{\varphi} r \sin b. \quad (13)$$

Используя выражения (11), (12) и (13) и подставляя их в (7), получим

$$\begin{aligned} V_k^* - V_k' &= \frac{\dot{\varphi}}{\varphi} r + \beta R_0 \cos b \sin(l-l_0) \times \\ &\times \left[\frac{1}{\varphi^2 + k_2 R_0^2 + k_2 r^2 \cos^2 b - 2k_2 R_0 r \cos b \cos(l-l_0)} - \frac{1}{\varphi^2 + k_2 R_0^2} \right] - \\ &- U_0^{\circ} \cos b \cos(l-l_0) - V_0^{\circ} \cos b \sin(l-l_0) - U_0^{\circ} \sin b, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} V_l^* - V_l' &= \frac{\beta r \cos b}{\varphi^2 + k_2 R_0^2 + k_2 r^2 \cos^2 b - 2k_2 R_0 r \cos b \cos(l-l_0)} + \\ &+ \beta R_0 \cos(l-l_0) \left[\frac{1}{\varphi^2 + k_2 R_0^2 + k_2 r^2 \cos^2 b - 2k_2 R_0 r \cos b \cos(l-l_0)} - \frac{1}{\varphi^2 + k_2 R_0^2} \right], \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} V_b^* - V_b' &= -\beta R_0 \sin b \sin(l-l_0) \times \\ &\times \left[\frac{1}{\varphi^2 + k_2 R_0^2 + k_2 r^2 \cos^2 b - 2k_2 R_0 r \cos b \cos(l-l_0)} - \frac{1}{\varphi^2 + k_2 R_0^2} \right] + \\ &+ U_0^{\circ} \sin b \cos(l-l_0) + V_0^{\circ} \sin b \sin(l-l_0) - W_0^{\circ} \cos b. \end{aligned} \quad (16)$$

Согласно (14)

$$\begin{aligned} V_{100} = \bar{V}_k &= \frac{\dot{\varphi}}{\varphi} r + \beta R_0 \cos b \sin(l-l_0) \times \\ &\times \left[\frac{1}{\varphi^2 + k_2 R_0^2 + k_2 r^2 \cos^2 b - 2k_2 R_0 r \cos b \cos(l-l_0)} - \frac{1}{\varphi^2 + k_2 R_0^2} \right] - \\ &- U_0^{\circ} \cos b \cos(l-l_0) - V_0^{\circ} \cos b \sin(l-l_0) - W_0^{\circ} \sin b. \end{aligned} \quad (17)$$

Известно [2], что центральные моменты

$$\mu_{ijk} = \frac{A_{ijk}}{A}, \quad (18)$$

где

$$A = \begin{vmatrix} a_{200} & a_{110} & a_{101} \\ a_{110} & a_{020} & a_{011} \\ a_{101} & a_{011} & a_{002} \end{vmatrix}, \quad (19)$$

а вз. A_{ijk} — соответствующий минор A детерминанта.

В случае нестационарной Галактики с осевой симметрией коэффициенты a_{ijk} выражаются так [1].

$$a_{200} = \varphi^2 + k_2 y^2, \quad a_{020} = \varphi^2 + k_2 x^2, \quad a_{002} = \varphi^2, \quad a_{110} = -k_2, \quad a_{101} = a_{011} = 0.$$

Тогда по формуле (18) для центральных моментов получим

$$\left. \begin{aligned} \mu_{200} &= \frac{\varphi^2 + k_2 x^2}{\varphi^2 [\varphi^2 + k_2 (x^2 + y^2)]}, & \mu_{020} &= \frac{\varphi^2 + k_2 y^2}{\varphi^2 [\varphi^2 + k_2 (x^2 + y^2)]}, \\ \mu_{110} &= \frac{k_2 xy}{\varphi^2 [\varphi^2 + k_2 (x^2 + y^2)]}, & \mu_{011} &= 0, \\ \mu_{101} &= 0, & \mu_{002} &= \frac{1}{\varphi^2}. \end{aligned} \right\} (20)$$

Если (20) подставим в (4), тогда после некоторых преобразований окончательно получим

$$\sigma^2 = \frac{\varphi^2 \cos^2 b + k_2 r^2 \cos^4 b - 2k_2 R_{\odot} r \cos^3 b \cos(l-l_0) + k_2 R_{\odot}^2 \cos^2 b \cos^2(l-l_0)}{\varphi^2 [\varphi^2 + k_2 R_{\odot}^2 + k_2 r^2 \cos^2 b - 2k_2 R_{\odot} r \cos b \cos(l-l_0)]} + \frac{1}{\varphi^2} \sin^2 b \quad (21)$$

Следовательно параметры V_{100} и σ^2 функции распределения лучевых скоростей выражаются формулами (17) и (21).

Величины σ и V_{100} содержат неизвестные параметры φ^2 , β , φ' , k_2 , U_{\odot} , V'_{\odot} , W'_{\odot} .

Наша задача заключается в том, чтобы определить эти параметры по данным лучевых скоростей шаровых скопления т. е. построить функцию распределения скоростей этих объектов.

Для определения этих неизвестных параметров мы применим хорошо известный метод математической статистики—метод максимума правдоподобия.

$\psi(V_R) dV_R$ есть вероятность того, что шаровое скопление имеет лучевую скорость, заключенную между V_R и $V_R + dV_R$.

Вероятность того, что все шаровые скопления имеют наблюдаемые лучевые скорости, будет

$$L = \prod_{i=1}^n \psi(V_{Ri}) dV_{Ri} \quad (22)$$

Здесь произведение распространяется на все шаровые скопления, лучевые скорости которых известны нам.

Выражение (22) можем написать так

$$L = \prod_{i=1}^n \frac{1}{V_{2\pi\sigma_i}} e^{-\frac{(V_{Ri} - V'_{100})^2}{2\sigma_i^2}} dV_{Ri} \quad (23)$$

Логарифмируя выражение (22) получим

$$\lg L = \sum_{i=1}^n \lg \psi(V_{Ri}) dV_{Ri} \quad (24)$$

Мы должны определить те значения параметров φ^2 , β , φ' , k_2 , U_{\odot} , V'_{\odot} и W'_{\odot} , при которых функция $\lg L$ достигает своего максимального значения т. е. решить систему уравнений

$$\frac{\partial \lg L}{\partial \theta e} = 0,$$

где

$$\theta e = \varphi^2, \beta, k_2, \frac{\varphi'}{\varphi}, U_{\odot}, V'_{\odot}, W'_{\odot}. \quad (25)$$

Из (25) получим

$$\frac{\partial \lg L}{\partial \theta e} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \psi}{\partial \sigma^2} \frac{\partial \sigma^2}{\partial \theta e} + \frac{\partial \psi}{\partial V_{100}} \frac{\partial V_{100}}{\partial \theta e} = 0. \quad (26)$$

Можно вычислить, что

$$\frac{\partial \psi}{\partial \sigma^2} = \frac{1}{V_{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(V_R - V_{100})^2}{2\sigma^2}} \left[-\frac{1}{2\sigma^2} + \frac{(V_R - V_{100})^2}{2\sigma^4} \right], \quad (27)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial V_{100}} = \frac{1}{V_{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(V_R - V_{100})^2}{2\sigma^2}} \cdot \frac{V_R - V_{100}}{\sigma^2}. \quad (28)$$

Подставляя (27) и (28) в (26), получим

$$\frac{\partial \lg L}{\partial \theta e} = \sum_{i=1}^n \left[\left(-\frac{1}{2\sigma^2} + \frac{(V_R - V_{100})^2}{2\sigma^4} \right) \frac{\partial \sigma^2}{\partial \theta e} + \frac{V_R - V_{100}}{\sigma^2} \cdot \frac{\partial V_{100}}{\partial \theta e} \right] = 0. \quad (29)$$

Введем обозначения

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\varphi^2} &= X, \quad \frac{\varphi^2}{k_2} + R_{\odot}^2 = y, \quad \frac{\beta}{k_2} = z, \quad \frac{\varphi'}{\varphi} = u, \\ R_{\odot}^2 \cos^2 b \sin^2(l-l_0) &= a^2, \quad r^2 \cos^2 b - 2R_{\odot} r \cos b \cos(l-l_0) = b, \\ -U'_{\odot} \cos b \cos(l-l_0) - V'_{\odot} \cos b \sin(l-l_0) - W'_{\odot} \sin b &= c. \end{aligned} \right\} (30)$$

Тогда выражения для σ^2 и V_{100} принимают вид:

$$\sigma^2 = X - \frac{a^2 x}{y+b}, \quad V_{100} = ur - \frac{zab}{y(y+b)} + c. \quad (31)$$

В новых обозначениях

$$\theta e = x, y, z, u, u'_{\odot}, V'_{\odot}, W'_{\odot}.$$

Принимая во внимание (30) и (31), после некоторых преобразований (29), получим систему уравнений

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{n} \sum \frac{(V_R - V_{100})^2 (y+b)}{y+b-a^2} = x, & \text{I} \\
 & xy \sum \frac{a^2}{(y+b-a^2)(y+b)} + y \sum \frac{a^2 (V_R - V_{100})^2}{(y+b-a^2)^2} + \\
 & + 2\zeta \sum \frac{(V_R - V_{100}) ab}{(y+b-a^2)(y+b)} = 0, & \text{II} \\
 & \sum \frac{abV_R}{y+b-a^2} - u \sum \frac{abr}{y+b-a^2} + \zeta \sum \frac{a^2 b^2}{(y+b-a^2)(y+b)y} - \\
 & - \sum \frac{abc}{y+b-a^2} = 0, & \text{III} \\
 & \sum \frac{(y+b)V_R r}{y+b-a^2} - u \sum \frac{(y+b)r^2}{y+b-a^2} + \zeta \sum \frac{abr}{(y+b-a^2)y} - \\
 & - \sum \frac{(y+b)rc}{y+b-a^2} = 0, & \text{IV} \\
 & \sum \frac{(y+b)V_R}{y+b-a^2} \cos b \cos(l-l_0) - u \sum \frac{y+b}{y+b-a^2} r \cos b \cos(l-l_0) + \\
 & + \frac{\zeta}{y} \sum \frac{ab}{y+b-a^2} \cos b \cos(l-l_0) + u' \sum \frac{y+b}{y+b-a^2} \cos^2 b \cos^2(l-l_0) + \\
 & + V' \sum \frac{y+b}{y+b-a^2} \cos^2 b \cos(l-l_0) \sin(l-l_0) + \\
 & + W' \sum \frac{y+b}{y+b-a^2} \cos b \sin b \cos(l-l_0) = 0, & \text{V} \\
 & \sum \frac{y+b}{y+b-a^2} V_R \cos b \sin(l-l_0) - u \sum \frac{y+b}{y+b-a^2} r \cos b \sin(l-l_0) + \\
 & + \frac{\zeta}{y} \sum \frac{ab}{y+b-a^2} \cos b \sin(l-l_0) + u' \sum \frac{y+b}{y+b-a^2} \cos^2 b \cos(l-l_0) \sin(l-l_0) + \\
 & + V' \sum \frac{y+b}{y+b-a^2} \cos^2 b \sin^2(l-l_0) + \\
 & + W' \sum \frac{y+b}{y+b-a^2} \cos b \sin(l-l_0) \sin b = 0, & \text{VI} \\
 & \sum \frac{y+b}{y+b-a^2} V_R \sin b - u \sum \frac{y+b}{y+b-a^2} r \sin b + \frac{\zeta}{y} \sum \frac{ab}{y+b-a^2} \sin b + \\
 & + u' \sum \frac{y+b}{y+b-a^2} \sin b \cos b \cos(l-l_0) + \\
 & + V' \sum \frac{y+b}{y+b-a^2} \sin b \cos b \sin(l-l_0) + W' \sum \frac{y+b}{y+b-a^2} \sin^2 b = 0, & \text{VII}
 \end{aligned}
 \tag{32}$$

Решение системы уравнений (32) относительно неизвестных параметров x, y, ζ, u', v', w' , дает ответ на поставленную задачу, но ввиду сложности этих уравнений мы решили упростить задачу применением способа последовательных приближений. В уравнение (32) разложим в окрестности y_0 в ряд Тейлора с сохранением членов только первого порядка малости.

$$\begin{aligned}
 & -xy_0 \sum \frac{a^2}{(y_0+b-a^2)(y+b)} + y_0 \sum \frac{a^2 (V_R - V_{100})^2}{y_0+b-a^2} + \\
 & + 2\zeta \sum \frac{(V_R - V_{100}) ab}{(y_0+b)(y_0+b-a^2)} + \left[-x \sum \frac{a^2}{(y_0+b-a^2)(y_0+b)} + \right. \\
 & + xy_0 \sum \frac{a^2}{(y_0+b-a^2)(y+b)} \left(\frac{1}{y_0+b-a^2} + \frac{1}{y_0+b} \right) + \\
 & + \sum \frac{a^2 (V_R - V_{100})^2}{(y_0+b-a^2)} - 2y_0 \sum \frac{a^2 (V_R - V_{100})^2}{(y_0+b-a^2)^2} - \\
 & - \frac{2\zeta}{y_0} \sum \frac{a^2 b (V_R - V_{100})}{(y_0+b-a^2)(y_0+b)} - 2\zeta \sum \frac{a^2 b (V_R - V_{100})}{(y_0+b-a^2)^2 (y+b)^2} - \\
 & - 2\zeta \sum \frac{ab (V_R - V_{100})}{(y_0+b-a^2)^2 (y_0+b)} - \\
 & - 2\zeta \sum \frac{ab (V_R - V_{100})}{(y_0+b-a^2)(y_0+b)^2} - \frac{2\zeta^2}{y_0^2} \sum \frac{a^2 b^2}{(y_0+b-a^2)(y_0+b)^2} - \\
 & \left. - \frac{2\zeta^2}{y_0} \sum \frac{a^2 b^2}{(y_0+b-a^2)(y_0+b)^3} \right] \Delta y = 0.
 \end{aligned}
 \tag{33}$$

Введем обозначения

$$\begin{aligned}
 \frac{ab}{y+b-a^2} &= \varepsilon_1, \quad \frac{ab}{y+b} = \varepsilon_2, \quad \frac{y+b}{y+b-a^2} = \varepsilon_3, \quad \frac{1}{y+b-a^2} = \varepsilon_4, \\
 \frac{1}{y+b} &= \varepsilon_5, \quad \cos b \cos(l-l_0) = \varepsilon_6, \quad \cos b \sin(l-l_0) = \varepsilon_7, \quad \sin b = \varepsilon_8.
 \end{aligned}
 \tag{34}$$

Принимая во внимание обозначения (34), систему уравнений (32) и (33), можем написать в окончательном виде

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{n} \sum (V_R - V_{100})^2 \varepsilon_3 = x, & \text{I} \\
 & -u \sum \varepsilon_1 r + \zeta \frac{1}{y} \sum \varepsilon_1 \varepsilon_2 + \sum \varepsilon_1 (V_R - c) = 0, & \text{II} \\
 & -u \sum \varepsilon_3 r^2 + \zeta \frac{1}{y} \sum \varepsilon_1 r + \sum r \varepsilon_3 (V_R - c) = 0, & \text{III} \\
 & -xy \sum a^2 \varepsilon_4 \varepsilon_5 + y \sum a^2 \varepsilon_1^2 (V_R - V_{100})^2 + 2\zeta \sum ab \varepsilon_4 \varepsilon_5 (V_R - V_{100}) + \\
 & + [-x \sum a^2 \varepsilon_4 \varepsilon_5 + xy \sum a^2 \varepsilon_4 \varepsilon_5 (\varepsilon_4 + \varepsilon_5) + \sum a^2 \varepsilon_1^2 (V_R - V_{100})^2 - \\
 & - 2y \sum a^2 \varepsilon_1^2 (V_R - V_{100})^2 - \frac{2\zeta}{y} \sum a^2 b \varepsilon_1^2 (V_R - V_{100}) -
 \end{aligned}
 \tag{35}$$

$$\begin{aligned}
 & -2\zeta \Sigma a^2 b \epsilon_1^2 \epsilon_2^2 (V_R - V_{100}) - 2\zeta \Sigma ab \epsilon_1^2 \epsilon_2 (V_R - V_{100}) - \\
 & -2\zeta \Sigma ab \epsilon_1 \epsilon_2^2 (V_R - V_{100}) - \frac{2\zeta^2}{y^2} \Sigma a^2 b^2 \epsilon_1 \epsilon_2^2 - \\
 & - \frac{2\zeta^2}{y} \Sigma \epsilon_1 \epsilon_2^2 a^2 b^2 \Delta y = 0, \quad \text{IV} \\
 & \Sigma \epsilon_3 \epsilon_4 V_R - u \Sigma \epsilon_3 \epsilon_4 r + \frac{\zeta}{r} \Sigma \epsilon_1 \epsilon_2 + U_{\odot} \Sigma \epsilon_3 \epsilon_2^2 + V'_{\odot} \Sigma \epsilon_3 \epsilon_4 \epsilon_7 + \\
 & + W'_{\odot} \Sigma \epsilon_3 \epsilon_4 \epsilon_8 = 0, \quad \text{V} \\
 & \Sigma \epsilon_3 \epsilon_7 V_R - u \Sigma \epsilon_3 \epsilon_7 r + \frac{\zeta}{y} \Sigma \epsilon_1 \epsilon_7 + U_{\odot} \Sigma \epsilon_3 \epsilon_6 \epsilon_7 + V'_{\odot} \Sigma \epsilon_3 \epsilon_7^2 + \\
 & + W'_{\odot} \Sigma \epsilon_3 \epsilon_7 \epsilon_8 = 0, \quad \text{VI} \\
 & \Sigma \epsilon_3 \epsilon_8 V_R - u \Sigma \epsilon_3 \epsilon_8 r + \frac{\zeta}{y} \Sigma \epsilon_1 \epsilon_8 + U_{\odot} \Sigma \epsilon_3 \epsilon_6 \epsilon_8 + V'_{\odot} \Sigma \epsilon_3 \epsilon_7 \epsilon_8 + \\
 & + W'_{\odot} \Sigma \epsilon_3 \epsilon_8^2 = 0, \quad \text{VII}
 \end{aligned} \tag{35}$$

Решение системы (35) относительно $x, y, \zeta, u, U_{\odot}, V'_{\odot}, W'_{\odot}$, возможно выполнить по методу итерации. Сперва возьмем приближенные (нулевые) значения для параметров $y, U_{\odot}, V'_{\odot}, W'_{\odot}$. Зная нулевые значения этих параметров из уравнений I, II, III, можем определить значения параметров x, u, ζ . После этого по y_0, x, u, ζ из уравнений IV определим Δy т. е. получим первое приближение для y . Потом по y, x, u, ζ (для y возьмем уже исправленное значение) легко можно решить систему уравнений V, VI, VII, относительно $U_{\odot}, V'_{\odot}, W'_{\odot}$. После этого начнем второе приближение и для параметров $y, U_{\odot}, V'_{\odot}, W'_{\odot}$, возьмем значения, полученные в результате первого решения уравнений (35). Наблюденные данные о шаровых скоплениях мы взяли из работ [5] и [6]. В таблице 1 представлены эти данные.

Решение уравнений (35) выполним на основе этого материала. Начальное значение для y мы заимствовали из работы [3], для сферических подсистем, а для компонентов скорости Солнца $U_{\odot}, V'_{\odot}, W'_{\odot}$ взята стандартная скорость Солнца.

Следовательно, вначале мы взяли значения параметров:

$$\begin{aligned}
 Y &= 95, \\
 U_{\odot} &= 9.4, \\
 V'_{\odot} &= 15.5, \\
 W'_{\odot} &= 7.1.
 \end{aligned}$$

Решением системы (35) получили:

Таблица 1

№№ пп	NGC	r	V _R	l-l ₀	b
1	1851	13.2	+291	-113.30	-34.0
2	M (79) 1904	16.6	+231	-130.30	-28.0
3	2298	21.9	+ 64	-112.00	-15.0
4	2419	69.0	+ 14	-117.12	+26.35
5	4147	21.9	+191	- 98.54	+77.54
6	M (68) 4590	11.0	-116	- 56.36	+35.48
7	M (53) 5924	19.1	-112	- 18.54	+78.42
8	M (3) 5272	9.6	-150	-317.30	+77.18
9	5634	21.9	- 63	- 14.12	+48.00
10	5694	52.0	-187	- 25.36	+29.24
11	M (5) 5904	9.1	+ 45	+ 7.00	+45.24
12	5986	14.5	+ 2	- 20.00	+12.12
13	M (80) 6093	10.5	+ 18	- 4.12	+18.6
14	M (13) 6205	6.6	-228	-299. 6	+39.48
15	M (12) 6218	5.8	+ 36	+ 18.30	+24.48
16	6229	25.0	- 50	-284.42	+39.24
17	M (10) 6254	5.5	+ 73	+ 17.54	+21.36
18	M (62) 6266	6.3	- 81	- 3.36	+ 5.54
19	M (18) 6273	5.8	+102	- 0.18	+ 8.00
20	6284	17.4	+ 22	+ 1.12	+ 8.30
21	6293	13.8	- 73	+ 0.24	+ 6.30
22	6304	4.8	- 98	- 1.24	+ 4.00
23	M (9) 6333	6.3	+224	+ 8.18	+ 9.18
24	M (92) 6311	9.0	-118	-280.42	+33.54
25	6356	10.0	+ 31	+ 9.30	+33.54
26	M (14) 6402	6.3	-131	+ 24.00	+ 8.48
27	6440	2.6	-133	+ 10.24	+ 2.18
28	6441	6.9	- 70	- 3.36	- 6.18
29	6624	12.0	+ 69	+ 5.24	- 9.18
30	M (28) 6626	4.0	+ 1	+ 30.30	- 7.00
31	M (69) 6637	6.0	+ 95	+ 4.18	-11.36
32	6638	14.5	- 14	+ 10.24	- 8.36
33	6652	15.8	-124	+ 4.00	-12.42
34	M (22) 6656	3.0	-148	+ 12.30	- 9.00
35	M (70) 6681	20.0	+198	+ 5.30	-13.54
36	6712	76	-131	+ 28.00	- 5.48
37	M (54) 6715	10.5	+107	+ 8.18	-15.30
38	6723	10.5	- 3	+ 2.36	-18.42
39	M (56) 6779	13.8	-154	-294.48	+ 7.12
40	M (75) 6864	21.9	-222	+ 23.00	-27.12
41	6934	16.6	-360	-304.54	-20.00
42	M (72) 6981	191	-255	-321.54	-34.6
43	7006	46.0	-348	-293.12	-20.30
44	M (15) 7018	12.0	-114	-291.42	-28.18
45	M (2) 7089	14.5	- 3	-303. 6	-36.54
46	M (30) 7099	12.61	-164	+ 30. 6	-48.18

$$x = 18000,$$

$$y = 102,$$

$$\zeta = 3590,$$

$$u = -2.7,$$

$$U_{\odot} = 16,$$

$$V'_{\odot} = 74,$$

$$W'_{\odot} = 10.$$

(I)

Рассмотрение этих величин показывает, что значения компонентов скорости Солнца, относительно центроида шаровых скоплений в окрестностях Солнца, резко изменились по сравнению с первоначальным значением. Это следовало ожидать, так как для начального значения мы взяли стандартные элементы движения Солнца, которые получены главным образом по близким к Солнцу звездам.

В результате во втором приближении (35) мы получили

$$\begin{aligned} x &= 21000, & U_{\odot} &= 17, \\ y &= 115, & V_{\odot} &= 51, \\ z &= 4000, & W_{\odot} &= 5, \\ u &= -3.0, \end{aligned} \quad (II)$$

Для лучшего выяснения вопроса о влиянии начальных значений на окончательные результаты при небольшом количестве степеней приближений, уравнения (35) мы решили так же для начальных данных:

$$y = 87, \quad U_{\odot} = 18.7, \quad V_{\odot} = 74.4, \quad W_{\odot} = 9.9 \quad (37)$$

В результате решения мы получили:

$$\begin{aligned} x &= 21900, & U_{\odot} &= 22, \\ y &= 97, & V_{\odot} &= 46, \\ z &= 3600, & W_{\odot} &= 6, \\ u &= -3.2, \end{aligned} \quad (III)$$

Рассмотрение этих решений убеждает нас в том, что величина относительного изменения значений параметров сравнительно мала. Ход изменения значений параметров показывает, что дальнейшие приближения при таком ограниченном количестве использованных данных и довольно больших ошибках определений расстояний, не могут дать желательных результатов в смысле уточнения значений параметров. Это легко понять если принять во внимание, что в уравнения (35) входит большое число неизвестных параметров, которые очень сложно связаны между собой. Поэтому мы решили остановиться на средних значениях всех решений:

$$\begin{aligned} x &= 20000 \pm 1140, & U_{\odot} &= 18 \pm 2, \\ y &= 105 \pm 6, & V_{\odot} &= 57 \pm 9, \\ z &= 3730 \pm 135, \\ U &= -3.0 \pm 0.1, & W_{\odot} &= 7 \pm 2. \end{aligned} \quad (38)$$

Средние квадратичные ошибки определения параметров, указанные в (38), вычислены по сходимости результатов при различных данных начального приближения.

Займемся теперь вычислением некоторых других кинематических параметров, характеризующих движения шаровых скоплений и связанных с вычисленными нами постоянными. Из динамики звездных систем известно, что скорость центроида

$$V_{\theta} = \frac{C_3 R}{C_1 + C_2 R^2}, \quad (39)$$

а дисперсии скоростей выражаются так:

$$\sigma_{R}^2 = \frac{1}{2C_1}, \quad \sigma_{\theta}^2 = \sigma_{R}^2 \cdot \frac{1}{1 + \frac{C_2}{C_1} R^2}. \quad (40)$$

В наших обозначениях

$$V_{\theta} = \frac{Rz}{y - R_{\odot}^2 + R^2}, \quad \sigma_{R}^2 = \frac{x}{2}, \quad \sigma_{\theta}^2 = \sigma_{R}^2 \cdot \frac{y - R_{\odot}^2}{y + R^2 - R_{\odot}^2}. \quad (41)$$

Легко можно вычислить, что

$$R_{max} = V \frac{Rz}{y - R_{\odot}^2}, \quad V_{\theta max} = \frac{z}{2} \frac{1}{V y - R_{\odot}^2}, \quad V_{\theta \odot} = \frac{z}{y} R_{\odot}. \quad (42)$$

Значения параметров (38) для величин (41) и (42) дают

$$\begin{aligned} V_{\theta max} &= 250 \pm 17, \\ V_{\theta \odot} &= 250 \pm 11, \\ R_{max} &= 7.3 \pm 0.4, \\ \sigma_{R \odot} &= 101 \pm 6, \\ \sigma_{\theta \odot} &= 73 \pm 5, \\ \frac{\sigma_{\theta}}{\sigma_R} &= 0.72 \pm 0.02. \end{aligned} \quad (43)$$

Для параметров C_1, C_2, C_3 получаются:

$$\begin{aligned} C_1 &= 4.93 \cdot 10^{-5}, \\ C_2 &= 9.27 \cdot 10^{-7}, \\ C_3 &= 3.46 \cdot 10^{-3}. \end{aligned} \quad (44)$$

Рассмотрение (43) и (44) дает возможность сделать следующие заключения.

1. Максимальная скорость центроида шаровых скоплений достигается в окрестностях Солнца т. е. в 7—8 КПС от центра Галактики (заметим, что для R_{max} в последнее время принято значение 1 кпс).

2. Значения для дисперсии скоростей и для отношения полуосей эллипсоида получаются в хорошем согласии с общепринятыми значениями этих величин для сферических подсистем.

Так как, использованные нами объекты малочисленны и решение уравнений (35) приближенно, значения (38) и (43) мы рассматриваем как предварительные. Несмотря на это полагаем, что вычисленные нами значения постоянных находятся в достаточно хорошем соответствии с нашими представлениями о кинематике Галактики. Приведем несколько соображений в пользу этого утверждения.

Расстояние, при котором скорость центра достигает максимального значения, в наших обозначениях, выражается формулой

$$R_{max} = \sqrt{y - R_0^2}. \quad (50)$$

Для того, чтобы получить значение $R_{max} \approx 2$ кпс должно

$$y - R_0^2 \approx 4.$$

С другой стороны мы имеем

$$\frac{\sigma_y^2}{\sigma_R^2} = \frac{y - R_0^2}{y} \quad (\text{для окрестности Солнца}). \quad (52)$$

Отсюда

$$\frac{\sigma_y}{\sigma_R} \approx 0.27;$$

т. е. для отношения осей эллипсоида скоростей получается маловероятное значение.

Для примера вычислим отношение полуосей эллипсоида по данным из работы [4], которые получены также на основе анализа движений шаровых скоплений.

$$\frac{C_1}{C_2} = 0.0020, \quad \frac{C_2}{C_3} = 0.0020, \quad R_{max} = 1 \text{ кпс}. \quad (54)$$

Если применим формулу

$$\sigma_y^2 = \sigma_R^2 \frac{1}{1 + \frac{C_2}{C_1} R^2}, \quad (55)$$

для окрестности Солнца по данным (54) получается

$$\frac{\sigma_y}{\sigma_R} = 0.14, \quad (56)$$

что также маловероятно для отношения полуосей эллипсоида скоростей.

Следовательно, определенные нами значения параметров (38), дают более правдоподобные результаты, чем значения (54).

Март, 1958.

THE DETERMINATION OF PARAMETERS OF THE VELOCITY DISTRIBUTION FUNCTION FOR THE GLOBULAR CLUSTERS ON THE BASE OF THE MAXIMUM LIKELIHOOD PRINCIPLE

E. M. DZIGVASHVILI

(Summary)

The data on the globular clusters are taken from the papers (5) and (6) and are represented in the table I. on the base of solution the principal equations (35) the values of the ellipsoid velocity parameters are obtained in (44). The values of some kinematic parameters are given in (43).

March, 1958

ЛИТЕРАТУРА

1. Чандрасекар С. Принципы звездной динамики. Москва, 1948
2. Trumpler R. J. Weaver H. F. Statistical Astronomy: Univ. Califor. Press, 1953.
3. Паренаго П. П. О движениях шаровых звездных скоплений. Астрон. Журн. 1947, 24 167—177.
4. Паренаго П. П. Курс звездной астрономии. 3-е изд. 1954.
5. Lohman W. Die Entfernungen der kugelförmigen Sternhaufen. Zs. APh. 1952, 30, 234
6. Sebastian H. Über die Bahnform der kugelförmigen Sternhaufen. Zs. APh. 1954, 35, 255

ОБ ОГРАНИЧЕННОЙ ЗАДАЧЕ ТРЕХ ТЕЛ, КОГДА ПРИТЯГИВАЕМОЕ ТЕЛО ИМЕЕТ ПЕРЕМЕННУЮ МАССУ

Н. Г. МАГНАРАДЗЕ

Е б е д е н и е. Рассмотрим задачу трех тел в том случае, когда их движение происходит на некоторой фиксированной плоскости, при этом двое из них M_1 и M_2 , имеющие постоянные массы m_1 и m_2 , с одинаковой угловой скоростью ω равномерно вращаются около их общего центра тяжести и притягивают по закону притяжения Ньютона третье тело M , имеющего переменную массу m . Массу m мы будем считать настолько малой, что тела M_1 и M_2 не подвергаются притяжению тела M .

Требуется изучить движение точки M относительно подвижной системы координат, одна из осей которой постоянно проходит через точки M_1 и M_2 .

В том частном случае, когда масса m постоянна, эта задача недавно была рассмотрена Стеффенсеном [1]. Для координат движущейся точки им построены степенные ряды по времени t и доказана их сходимости для достаточно малых значений t . При этом для определения коэффициентов разложений неизвестных величин ему удалось построить рекуррентные соотношения, удобные для их вычисления современными вычислительными машинами.

Цель настоящей работы исследовать ту же самую задачу в том случае, когда масса m является заданной функцией от времени.

Пользуясь схемой, предложенной Стеффенсеном [1] и в этом общем случае можно построить рекуррентные соотношения для коэффициентов разложений неизвестных величин, удобные при их вычислении вычислительными машинами.

При этом мы пользуемся несколько более общими мажорантными выражениями для коэффициентов разложений неизвестных функций в степенные ряды относительно времени t , чем Стеффенсен [1]. Это обусловливается тем, что мы исходим из аналогичных общих мажорантных выражений для коэффициентов разложений заданных функций в степенные ряды относительно t .

1. Вывод основных дифференциальных уравнений (6). В основу нашего исследования мы положим уравнения И. В. Мещерского [2]:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} + \vec{\Phi}_1 + \vec{\Phi}_2, \quad (1)$$

где масса $m = m(t)$ — заданная функция от времени t , \vec{v} — скорость точки, \vec{F} — равнодействующая внешних сил, приложенных к точке, $\vec{\Phi}_1$ — реактивная сила, обусловленная отделением частиц, а $\vec{\Phi}_2$ — тормозящая сила, обусловленная присоединением частиц к движущейся точке.

Известно, что (см., например, [3]).

$$\vec{\Phi}_1 = \frac{d\mu_1}{dt} (\vec{u}_1 - \vec{v}), \quad \vec{\Phi}_2 = \frac{d\mu_2}{dt} (\vec{u}_2 - \vec{v}), \quad (2)$$

где $\mu_1 = \mu_1(t)$ и $\mu_2 = \mu_2(t)$ суть массы частиц, соответственно, отделившихся и присоединившихся к движущейся точке за промежуток времени $t - t_0$ от начального момента t_0 , $\vec{u}_1 - \vec{v}$ и $\vec{u}_2 - \vec{v}$ суть относительные скорости, соответственно, отделяющихся и присоединившихся частиц.

Очевидно, что

$$m(t) = \mu_0 - \mu_1(t) + \mu_2(t),$$

где μ_0 — масса движущейся точки в начальный момент $t = t_0$.

В дальнейшем мы будем считать, что векторы $\vec{u}_1 - \vec{v}$ и $\vec{u}_2 - \vec{v}$ коллинеарны вектору скорости \vec{v} :

$$\vec{u}_1 - \vec{v} = \lambda_1(t) \vec{v} \quad \text{и} \quad \vec{u}_2 - \vec{v} = \lambda_2(t) \vec{v}, \quad (3)$$

где $\lambda_1(t)$ и $\lambda_2(t)$ — заданные функции от времени t (в современной ракетной технике условия (3) называются гипотезой К. Э. Циолковского).

Из (1), (2) и (3) имеем, что

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{1}{m} \vec{F} + \lambda \vec{v}, \quad (4)$$

где

$$\lambda = \frac{1}{m} \left(\lambda_1 \frac{d\mu_1}{dt} + \lambda_2 \frac{d\mu_2}{dt} \right).$$

Заданную фиксированную плоскость мы примем за координатную плоскость с абсолютной системой координат $\xi\Omega\eta$.

В этой системе координат из векторного равенства (4) имеем

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} - \lambda \frac{d\xi}{dt} = \frac{1}{m} F_\xi, \quad (5)$$

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} - \lambda \frac{d\eta}{dt} = \frac{1}{m} F_\eta,$$

где F_ξ и F_η суть проекции внешней силы \vec{F} , соответственно, на осях $\Omega\xi$ и $\Omega\eta$.

Пусть теперь точка $M(\xi, \eta)$ притягивается по закону Ньютона двумя точками $M_1(\xi_1, \eta_1)$ и $M_2(\xi_2, \eta_2)$, лежащими на прямой, равномерно вращающейся с угловой скоростью ω около их центра тяжести $M_0(\xi_0, \eta_0)$, где

Тогда

$$\xi_0 = \frac{m_1 \xi_1 + m_2 \xi_2}{m_1 + m_2} \quad \text{и} \quad \eta_0 = \frac{m_1 \eta_1 + m_2 \eta_2}{m_1 + m_2}.$$

и

$$F_\xi = -k^2 m m_1 \frac{(\xi - \xi_1)}{r_1^3} - k^2 m m_2 \frac{(\xi - \xi_2)}{r_2^3},$$

$$F_\eta = -k^2 m m_1 \frac{(\eta - \eta_1)}{r_1^3} - k^2 m m_2 \frac{(\eta - \eta_2)}{r_2^3},$$

где

$$r_1 = \sqrt{(\xi - \xi_1)^2 + (\eta - \eta_1)^2} \quad \text{и} \quad r_2 = \sqrt{(\xi - \xi_2)^2 + (\eta - \eta_2)^2}.$$

Теперь введем подвижную систему координат $\bar{x}M_0\bar{y}$, начало которой лежит в точке M_0 , а ось $M_0\bar{x}$ совпадает с упомянутой выше вращающейся прямой, полагая

$$\xi = \xi_0 + \bar{x} \cos \omega t - \bar{y} \sin \omega t, \\ \eta = \eta_0 + \bar{x} \sin \omega t + \bar{y} \cos \omega t.$$

Наконец, положим

$$\bar{x} = x - R, \quad \text{и} \quad \bar{y} = y,$$

где $R = M_1 M_0$ — расстояние между точками M_1 и M_0 .

Тогда уравнения движения (5) примут вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} - \lambda \frac{dx}{dt} - 2\omega \frac{dy}{dt} + k^2 m_1 \frac{x}{r_1^3} + k^2 m_2 \frac{(x-R)}{r_2^3} - \\ - \omega^2 x + \lambda \omega y + R_1 \omega^2 = 0, \\ \frac{d^2y}{dt^2} - \lambda \frac{dy}{dt} + 2\omega \frac{dx}{dt} + k^2 m_1 \frac{y}{r_1^3} + k^2 m_2 \frac{y}{r_2^3} - \\ - \omega^2 y - \lambda \omega x + \omega R_1 \lambda = 0, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где

$$R = M_1 M_2, \quad r_1 = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{и} \quad r_2 = \sqrt{(x-R)^2 + y^2}. \quad (7)$$

Принимая во внимание условия задачи, легко видеть, что

$$\omega^2 = \frac{k^2 (m_1 + m_2)}{R^3} \quad \text{и} \quad R_1 \omega^2 = \frac{k^2 m_2}{R^2}.$$

2. Преобразованные основные уравнения (9) — (11).
Теперь введя обозначения

$$r_1 = r, \quad r_2 = s, \quad r^{-3} = u, \quad s^{-3} = v, \quad (8)$$

для определения величин x, y, r, s, u, v , в силу (6), (7) и (8), получаем следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} - \lambda \frac{dx}{dt} - 2\omega \frac{dv}{dt} + k^2 m_1 x u + k^2 m_2 (x-R) v - \omega^2 x + \lambda \omega y + \\ + \frac{k^2 m_2}{R^2} = 0, \\ \frac{d^2y}{dt^2} - \lambda \frac{dy}{dt} + 2\omega \frac{dx}{dt} + k^2 m_1 y u + k^2 m_2 y v - \omega^2 y - \lambda \omega x + \\ + \frac{k^2 m_2}{\omega R^2} \lambda = 0, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} r \frac{du}{dt} + 3u \frac{dr}{dt} &= 0, \\ s \frac{dv}{dt} + 3v \frac{ds}{dt} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} x^2 + y^2 &= r^2, \\ (x-R)^2 + y^2 &= s^2. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Пусть при $t=t_0=0$ имеем

$$x(0)=x_0, \quad y(0)=y_0, \quad x'(0)=x'_0, \quad y'(0)=y'_0, \quad (12)$$

где x_0, y_0, x'_0 и y'_0 — произвольно заданные конечные числа, удовлетворяющие условиям:

$$r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2} > 0 \quad \text{и} \quad s_0 = \sqrt{(x_0 - R)^2 + y_0^2} > 0. \quad (13)$$

Далее, из (8) имеем, что

$$u_0 = r_0^{-3} > 0 \quad \text{и} \quad v_0 = s_0^{-3} > 0.$$

Требуется определить x, y, r, s, u, v как функции от t так, чтобы они удовлетворяли дифференциальным уравнениям (9) — (10), конечным уравнениям (11) и начальным условиям (12) — (14).

3. Вывод основных рекуррентных равенств (26) — (29). Пусть

$$\lambda(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n t^n, \quad (15)$$

В дальнейшем мы будем считать, что

$$|\lambda_n| \leq A_0 \frac{H_0^n}{n^2}, \quad n=1, 2, \dots, \quad (16)$$

где $A_0 > 0, H_0 > 0$ и $\alpha > 1$ — заданные конечные числа.

Очевидно, что степенной ряд (15) сходится при $0 \leq t \leq H_0^{-1}$.

Для определения величин x, y, r, s, u, v положим

$$\left. \begin{aligned} x &= \sum_{n=0}^{\infty} x_n t^n, & y &= \sum_{n=0}^{\infty} y_n t^n, & r &= \sum_{n=0}^{\infty} r_n t^n, \\ s &= \sum_{n=0}^{\infty} s_n t^n, & u &= \sum_{n=0}^{\infty} u_n t^n, & v &= \sum_{n=0}^{\infty} v_n t^n, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

где

$$x_1 = x'_0 \quad \text{и} \quad y_1 = y'_0.$$

Подставляя (15) и (17) в уравнения (9) — (11) и приравнявая нулю коэффициенты при $t^n, n=0, 1, 2, \dots$, получим следующую рекуррентную систему для определения коэффициентов степенных рядов (12)

$$\left. \begin{aligned} 2x_1 - \lambda_0 x_1 - 2\omega y_1 + k^2 m_1 x_0 u_0 + k^2 m_2 x_0 v_0 - \omega^2 x_0 + \omega \lambda_0 y_0 + \frac{k^2 m_2}{R^2} &= 0, \\ 2y_1 - \lambda_0 y_1 + 2\omega x_1 + k^2 m_1 y_0 u_0 + k^2 m_2 y_0 v_0 - \omega^2 y_0 - \omega \lambda_0 x_0 + \frac{k^2 m_2}{\omega R^2} \lambda_0 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$\left. \begin{aligned} r_0 u_1 + 3u_0 r_1 &= 0, \\ s_0 v_1 + 3v_0 s_1 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} x_0 x'_0 + y_0 y'_0 - r_0 r_1 &= 0, \\ (x_0 - R) x'_0 + y_0 y'_0 - s_0 s_1 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} (n+2)(n+1)x_{n+2} - \sum_{\nu=0}^n (\nu+1)\lambda_{n-\nu} x_{\nu+1} - 2\omega(n+1)y_{n+1} + k^2 m_1 \sum_{\nu=0}^n x_{\nu} u_{n-\nu} + \\ + k^2 m_2 \sum_{\nu=0}^n x_{\nu} v_{n-\nu} - \omega^2 x_n + \omega \sum_{\nu=0}^n \lambda_{n-\nu} y_{\nu} = 0, \quad n \geq 1, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} (n+2)(n+1)y_{n+2} - \sum_{\nu=0}^n (\nu+1)\lambda_{n-\nu} y_{\nu+1} + 2\omega(n+1)x_{n+1} + k^2 m_1 \sum_{\nu=0}^n y_{\nu} u_{n-\nu} + \\ + k^2 m_2 \sum_{\nu=0}^n y_{\nu} v_{n-\nu} - \omega^2 y_n - \omega \sum_{\nu=0}^n \lambda_{n-\nu} x_{\nu} + \frac{k^2 m_2}{\omega R^2} \lambda_n = 0, \quad n \geq 1, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{\nu=0}^n (\nu+1)r_{n-\nu} u_{\nu+1} + 3 \sum_{\nu=0}^n (\nu+1)u_{n-\nu} r_{\nu+1} &= 0, \quad n \geq 0 \\ \sum_{\nu=0}^n (\nu+1)s_{n-\nu} v_{\nu+1} + 3 \sum_{\nu=0}^n (\nu+1)v_{n-\nu} s_{\nu+1} &= 0, \quad n \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{\nu=0}^n x_{n-\nu} x_{\nu} + \sum_{\nu=0}^n y_{n-\nu} y_{\nu} = \sum_{\nu=0}^n r_{n-\nu} r_{\nu}, \quad n \geq 0 \\ s_0^2 = r_0^2 - 2Rx_0 + R^2. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Пользуясь равенствами (12), (13), (14) и (18), из (19) — (21) однозначно определяем $x_2, y_2, r_2, s_2, u_2, v_2$ через произвольно заданные начальные значения x_0, y_0, x'_0 и y'_0 .

Теперь рекуррентные соотношения представим в следующей форме:

$$\begin{aligned} (n+2)(n+1)x_{n+2} - (n+1)\lambda_0 x_{n+1} - 2\omega(n+1)y_{n+1} + (k^2 m_1 u_0 + k^2 m_2 v_0 - \omega^2)x_n + \\ + \omega \lambda_0 y_n - \lambda_n x_1 + k^2 m_1 x_0 u_n + k^2 m_2 x_0 v_n + \omega \lambda_n y_0 + \sum_{\nu=1}^{n-1} [-(\nu+1)\lambda_{n-\nu} x_{\nu+1} + \\ + k^2 m_1 x_{\nu} u_{n-\nu} + k^2 m_2 x_{\nu} v_{n-\nu} + \omega \lambda_{n-\nu} y_{\nu}] = 0, \quad n \geq 1, \end{aligned} \quad (26)$$

$$(n+2)(n+1)y_{n+2} - (n+1)\lambda_0 y_{n+1} + 2\omega(n+1)x_{n+1} + (k^2 m_1 u_0 + k^2 m_2 v_0 - \omega^2)y_n - \omega\lambda_0 x_n - \lambda_n y_1 + k^2 m_1 y_0 u_n - \omega\lambda_n x_0 + k^2 m_2 v_n y_0 + \frac{k^2 m_2}{\omega R^2} \lambda_n + \quad (27)$$

$$+ \sum_{v=1}^{n-1} [-(v+1)\lambda_{n-v} y_{v+1} + k^2 m_1 y_v u_{n-v} + k^2 m_2 y_v v_{n-v} - \lambda_{n-v} x_v] = 0, \quad n \geq 1$$

$$2r_0 r_n - 2x_0 x_n - 2y_0 y_n + \sum_{v=1}^{n-1} (r_{n-v} r_v - x_{n-v} x_v - y_{n-v} y_v) = 0, \quad n \geq 2 \quad (28)$$

$$2s_0 s_n - 2r_0 r_n + 2R x_n + \sum_{v=1}^{n-1} (s_{n-v} s_v - r_{n-v} r_v) = 0, \quad n \geq 2$$

$$(n+1)r_0 u_{n+1} + 3r_1 u_n + 3(n+1)u_0 r_{n+1} + r_n u_1 + \sum_{v=0}^{n-1} (v+1)(r_{n-v} u_{v+1} + 3r_{v+1} u_{n-v}) = 0, \quad n \geq 1$$

$$(n+1)s_0 v_{n+1} + 3s_1 v_n + 3(n+1)v_0 s_{n+1} + s_n v_1 + \sum_{v=0}^{n-1} (v+1)(s_{n-v} v_{v+1} + 3s_{v+1} v_{n-v}) = 0, \quad n \geq 1. \quad (29)$$

4. Вывод основных рекуррентных неравенств (31) — (36). Пусть $H \geq H_0$ — достаточное большое число, значение которого будет уточнено ниже.

Докажем, что если λ_n ($n=1, 2, \dots$) удовлетворяет условию (16), то имеют место неравенства

$$\left. \begin{aligned} |x_n| &\leq \frac{A_1 H^n}{n^2}, & |y_n| &\leq \frac{A_2 H^n}{n^2}, & |r_n| &\leq \frac{A_3 H^n}{n^2}, \\ |s_n| &\leq \frac{A_4 H^n}{n^2}, & |u_n| &\leq \frac{A_5 H^n}{n^2}, & |v_n| &\leq \frac{A_6 H^n}{n^2}, \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

$n=1, 2, \dots$

где A_i ($i=1, 2, 3, 4, 5, 6$) — положительные постоянные, значение которых также будет уточнено ниже.

Очевидно, выбирая H достаточно большим, неравенства (30) можно удовлетворить для первых нескольких значений n .

Справедливость неравенств (30) для любых $n \geq 1$, мы докажем пользуясь принципом математической индукции.

Мы допустим справедливость неравенств (30) для x_v и y_v при $v=1, 2, \dots, n+1$ ($n \geq 1$), для r_v и s_v при $v=1, 2, \dots, n-1$ ($n \geq 2$), а для u_v и v_v при $v=1, 2, \dots$ ($n \geq 1$) и докажем их справедливость, соответственно, для $v=n+2$, $v=n$ и $v=n+1$.

Из (26) — (29) имеем, в силу допущения, что

$$(n+2)(n+1)|x_{n+2}| \leq |\lambda_0| A_1 \frac{H^{n+1}}{(n+1)^{2-1}} + 2\omega A_2 \frac{H^{n+1}}{(n+1)^{2-1}} + \quad (31)$$

$$|k^2 m_1 u_0 + k^2 m_2 v_0 - \omega^2| \frac{A_1 H^n}{n^2} + \omega |\lambda_0| A_2 \frac{H^n}{n^2} + |x_1| A_0 \frac{H^n}{n^2} +$$

$$k^2 m_1 |\lambda_0| A_5 \frac{H^n}{n^2} + k^2 m_2 |x_0| A_6 \frac{H^n}{n^2} + \omega y_0 A_0 \frac{H^n}{n^2} +$$

$$+ \sum_{v=1}^{n-1} \left[(v+1) \frac{A_0 A_1 H^{n+1}}{(n-v)^2 (v+1)^2} + k^2 m_1 \frac{A_1 A_5 H^n}{(n-v)^2 v^2} + k^2 m_2 \frac{A_1 A_6 H^n}{v^2 (n-v)^2} + \right.$$

$$\left. + \omega \frac{A_0 A_2 H^n}{v^2 (n-v)^2} \right],$$

$$(n+2)(n+1)|y_{n+2}| \leq |\lambda_0| A_2 \frac{H^{n+1}}{(n+1)^{2-1}} + 2\omega A_1 \frac{H^{n+1}}{(n+1)^{2-1}} +$$

$$+ |k^2 m_1 u_0 + k^2 m_2 v_0 - \omega^2| A_2 \frac{H^n}{n^2} + \omega |\lambda_0| A_1 \frac{H^n}{n^2} + |y_1| A_0 \frac{H^n}{n^2} +$$

$$+ k^2 m_1 |y_0| A_5 \frac{H^n}{n^2} + \omega |x_0| A_0 \frac{H^n}{n^2} + k^2 m_2 |y_0| A_6 \frac{H^n}{n^2} +$$

$$+ \frac{k^2 m_2}{\omega R^2} A_0 \frac{H^n}{n^2} + \sum_{v=1}^{n-1} \left[(v+1) A_0 A_2 \frac{H^{n+1}}{(v+1)^2 (n-v)^2} + k^2 m_1 A_2 A_5 \frac{H^n}{v^2 (n-v)^2} + \right.$$

$$\left. + k^2 m_2 A_2 A_6 \frac{H^n}{v^2 (n-v)^2} + A_0 A_1 \frac{H^n}{v^2 (n-v)^2} \right], \quad (32)$$

$$2r_0 |r_n| \leq 2|x_0| A_1 \frac{H^n}{n^2} + 2|y_0| A_2 \frac{H^n}{n^2} + \sum_{v=1}^{n-1} \left[A_3^2 \frac{H^n}{v^2 (n-v)^2} + \right.$$

$$\left. + A_1^2 \frac{H^n}{(n-v)^2 v^2} + A_2^2 \frac{H^n}{v^2 (n-v)^2} \right], \quad (33)$$

$$2s_0 |s_n| \leq 2r_0 |r_n| + 2R A_1 \frac{H^n}{n^2} + \sum_{v=1}^{n-1} \left[A_4^2 \frac{H^n}{v^2 (n-v)^2} + A_3^2 \frac{H^n}{(n-v)^2 v^2} \right], \quad (34)$$

$$(n+1)r_0 |u_{n+1}| \leq 3|r_1| \frac{A_5 H^n}{n^2} + 3(n+1)|u_0| \frac{A_3 H^{n+1}}{(n+1)^2} + |u_1| \frac{A_3 H^n}{n^2} +$$

$$+ \sum_{v=1}^{n-1} (v+1) \left[\frac{A_3 H^{n-v}}{(n-v)^2} \frac{A_6 H^{v+1}}{(v+1)^2} + 3 \frac{A_3 H^{v+1}}{(v+1)^2} \frac{A_5 H^{n-v}}{(n-v)^2} \right], \quad (35)$$

$$(n+1)s_0 |v_{n+1}| \leq 3|s_1| \frac{A_6 H^n}{n^2} + 3(n+1)|v_0| \frac{A_4 H^{n+1}}{(n+1)^2} + |v_1| \frac{A_4 H^n}{n^2} +$$

$$+ \sum_{v=1}^{n-1} (v+1) \left[\frac{A_1 H^{n-v}}{(n-v)^2} \frac{A_6 H^{v+1}}{(v+1)^2} + 3 \frac{A_4 H^{v+1}}{(v+1)^2} \frac{A_6 H^{n-v}}{(n-v)^2} \right]. \quad (36)$$

5. Два вспомогательных неравенства (44) и (46).
Для полноты изложения мы выведем оценки для сумм

$$S_n = \sum_{v=1}^{n-1} \frac{1}{v^2 (n-v)^2}, \quad \alpha > 1, \quad n \geq 2 \quad (37)$$

и

$$\sigma_n = \sum_{v=1}^{n-1} \frac{v}{v^2 (n-v)^2}, \quad \alpha > 1, \quad n \geq 2. \quad (38)$$

Если n — нечетное положительное число ($n=3,5,\dots$), тогда, очевидно, имеем

$$S_n = \sum_{v=1}^{\frac{n-1}{2}} \frac{1}{v^2 (n-v)^2} + \sum_{v=\frac{n+1}{2}}^{n-1} \frac{1}{v^2 (n-v)^2} = 2 \sum_{v=1}^{\frac{n-1}{2}} \frac{1}{v^2 (n-v)^2} \leq \frac{2^{\alpha+1}}{(n+1)^2} \sum_{v=1}^{\frac{n-1}{2}} \frac{1}{v^2}, \quad (39)$$

ибо

$$n-v \geq n - \frac{n-1}{2} = \frac{n+1}{2}.$$

Если же n — четное положительное число ($n=2,4,\dots$), тогда, очевидно, что

$$S_n = 2 \sum_{v=1}^{\frac{n}{2}} \frac{1}{v^2 (n-v)^2} + \left(\frac{2^{2\alpha}}{n^{2\alpha}} \right) \leq \frac{2^{\alpha+1}}{n^2} \sum_{v=1}^{\frac{n}{2}} \frac{1}{v^2} + \frac{2^{2\alpha}}{n^{2\alpha}}. \quad (40)$$

Но,

$$\sum_{v=1}^m \frac{1}{v^2} = 1 + \sum_{v=2}^m \frac{1}{v^2} < 1 + \sum_{v=2}^m \int_{v-1}^v \frac{dx}{x^2} = 1 + \int_1^m \frac{dx}{x^2} = 1 + \frac{1}{(\alpha-1)} \left(1 - \frac{1}{m^{\alpha-1}} \right) < \frac{\alpha}{\alpha-1} \quad (41)$$

при любом $m=1,2,\dots$

Поэтому из (39) и (40), в силу (41), будем иметь

$$S_n < \frac{\alpha 2^{\alpha+1}}{(\alpha-1)} \frac{1}{(n+1)^2} \quad \text{при } n=3,5,\dots \quad (42)$$

$$S_n < \frac{\alpha 2^{\alpha+1}}{(\alpha-1)} \frac{1}{n^2} + \frac{2^{2\alpha}}{n^{2\alpha}} = \frac{2^\alpha}{n^2} \left(\frac{2\alpha}{\alpha-1} + \frac{2^\alpha}{n^\alpha} \right) < \frac{2^\alpha}{n^2} \left(\frac{2\alpha}{\alpha-1} + 1 \right) = \frac{2^\alpha (3\alpha-1)}{(\alpha-1)} \cdot \frac{1}{n^2} \quad \text{при } n=2,4,\dots \quad (43)$$

Но,

$$\frac{\alpha 2^{\alpha+1}}{\alpha-1} = \frac{2^\alpha 2\alpha}{\alpha-1} < \frac{2^\alpha}{\alpha-1} (3\alpha-1) \quad \text{при } \alpha > 1.$$

Следовательно,

$$S_n < \frac{L_\alpha}{n^2}, \quad \alpha > 1, \quad n=2,3,\dots, \quad (44)$$

где

$$L_\alpha = \frac{2^\alpha (3\alpha-1)}{\alpha-1}. \quad (45)$$

Аналогично, при $n=3,5,\dots$ имеем

$$\begin{aligned} \sigma_n &= \sum_{v=1}^{\frac{n-1}{2}} \frac{v}{v^2 (n-v)^2} + \sum_{v=\frac{n+1}{2}}^{n-1} \frac{v}{v^2 (n-v)^2} = \\ &= \sum_{v=1}^{\frac{n-1}{2}} \frac{v}{v^2 (n-v)^2} + \sum_{v=1}^{\frac{n-1}{2}} \frac{n-v}{(n-v)^2 v^2} = \\ &= n \sum_{v=1}^{\frac{n-1}{2}} \frac{1}{(n-v)^2 v^2} = n \frac{S_{n+1}}{2} = \frac{n}{2} S_n, \end{aligned}$$

а при $n=2,4,\dots$

$$\begin{aligned} \sigma_n &= n \sum_{v=1}^{\frac{n}{2}} \frac{1}{v^2 (n-v)^2} - \frac{n}{2} \frac{1}{\left(\frac{n}{2}\right)^{2\alpha}} = \\ &= \frac{n}{2} S_n - \left(\frac{2}{n}\right)^{2\alpha-1} < \frac{n}{2} S_n. \end{aligned}$$

Следовательно, в силу (44), имеем

$$\sigma_n < \frac{L_\alpha}{2} \frac{1}{n^{\alpha-1}}, \quad \alpha > 1, \quad n=2,3,\dots, \quad (46)$$

6. Приведение основных рекуррентных неравенств к видам (54)–(59). В силу оценок (44) и (46), из (31)–(36) имеем

$$(n+2)(n+1)|x_{n+2}| \leq (|\lambda_0|A_1 + 2\omega A_2) \frac{H^{n+1}}{(n+1)^{2\alpha-1}} + (|k^2 m_1 u_0 + k^2 m_2 v_0 - \omega^2|) A_1 +$$

$$\begin{aligned}
& + \omega |\lambda_0| A_2 + |x_1| A_0 + k^2 m_1 |x_0| A_5 + k^2 m_2 |x_0| A_6 + \omega |y_0| A_0 \frac{H^n}{n^2} + \\
& + A_0 A_1 H^{n+1} \frac{L_2}{2} \frac{1}{n^{2-1}} + k^2 m_1 A_1 A_5 H^n \frac{L_2}{n^2} + k^2 m_2 A_1 A_6 H^n \frac{L_2}{n^2} + \\
& + \omega A_0 A_3 H^n \frac{L_2}{n^2}, \quad (47)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(n+2)(n+1)|y_{n+1}| & \leq (|\lambda_0| A_2 + 2\omega A_1) \frac{H^{n+1}}{(n+1)^{2-1}} + \left(|k^2 m_1 u_0 + k^2 m_2 v_0 - \omega^2| A_2 + \right. \\
& + \omega |\lambda_0| A_1 + |y_1| A_0 + k^2 m_1 |y_0| A_5 + \omega |x_0| A_0 + k^2 m_2 |y_0| A_6 + \frac{k^2 m_2}{\omega R^2} A_0 \left. \right) \frac{H^n}{n^2} + \\
& + A_0 A_2 H^{n+1} \frac{L_2}{2n^{2-1}} + k^2 m_1 A_2 A_5 H^n \frac{L_2}{n^2} + k^2 m_2 A_2 A_6 H^n \frac{L_2}{n^2} + \\
& + A_0 A_1 H^n \frac{L_2}{n^2}, \quad (48)
\end{aligned}$$

$$2r_0 |r_n| \leq 2(|x_0| A_1 + |y_0| A_2) \frac{H^n}{n^2} + (A_1^2 + A_2^2 + A_3) H^n \frac{L_2}{n^2}, \quad (49)$$

$$2s_0 |s_n| \leq 2r_0 |r_n| + 2RA_1 \frac{H^n}{n^2} + (A_1^2 + A_2^2) H^n \frac{L_2}{n^2}, \quad (50)$$

$$\begin{aligned}
(n+1)r_0 |u_{n+1}| & \leq 3|r_1| A_5 \frac{H^n}{n^2} + 3|u_0| A_3 \frac{H^{n+1}}{(n+1)^{2-1}} + |u_1| A_3 \frac{H^n}{n^2} + \\
& + 4A_3 A_5 H^{n+1} \frac{L_2}{2n^{2-1}}, \quad (51)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(n+1)s_0 |v_{n+1}| & \leq 3|s_1| A_6 \frac{H^n}{n^2} + 3|v_0| A_4 \frac{H^{n+1}}{(n+1)^{2-1}} + |v_1| A_4 \frac{H^n}{n^2} + \\
& + 4A_4 A_6 H^{n+1} \frac{L_2}{2n^{2-1}}. \quad (52)
\end{aligned}$$

Теперь заметим, что при $n \geq 1$ имеем

$$\frac{(n+1)^2}{n^2} = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2 \leq 2^2, \quad \frac{1}{n^2} \leq \frac{2^2}{(n+1)^2} \leq \frac{2^{2n}}{(n+2)^2},$$

$$\frac{1}{(n+1)^2 (n+2)} \leq \frac{2^2}{(n+2)^2 (n+2)} \leq \frac{2^2}{3(n+2)^2},$$

$$\frac{1}{n^2 (n+1) (n+2)} \leq \frac{2^{2n}}{(n+2)^2 (n+1) (n+2)} \leq \frac{2^{2n}}{6(n+2)^2}$$

и

$$\frac{1}{n^{2-1} (n+1) (n+2)} \leq \frac{2^{2-1}}{(n+1)^2 (n+2)} < \frac{2^{2n-1}}{(n+2)^2 (n+2)} \leq \frac{2^{2n}}{6(n+2)^2}.$$

Пользуясь этим, из (47) — (52) получаем

$$\begin{aligned}
|x_{n+2}| & \leq (|\lambda_0| A_1 + 2\omega A_2) \frac{H^{n+1} 2^n}{3(n+2)^2} + (|k^2 m_1 u_0 + k^2 m_2 v_0 - \omega^2| A_1 + \\
& + \omega |\lambda_0| A_2 + |x_1| A_0 + k^2 m_1 |x_0| A_5 + k^2 m_2 A_6 + \omega |y_0| A_0) \frac{H^n \cdot 2^{2n}}{6(n+2)^2} + \\
& + \frac{L_2}{2} A_0 A_1 \frac{H^{n+1} 2^{2n}}{6(n+2)^2} + (k^2 m_1 A_1 A_5 + k^2 m_2 A_1 A_6 + \omega A_0 A_1) \frac{L_2 H^n 2^{2n}}{6(n+2)^2}, \quad (54) \\
|y_{n+2}| & \leq (|\lambda_0| A_2 + 2\omega A_1) \frac{H^{n+1} 2^n}{3(n+2)^2} + (|k^2 m_1 u_0 + k^2 m_2 v_0 - \omega^2| A_2 + \\
& + \omega |\lambda_0| A_1 + |y_1| A_0 + k^2 m_1 |y_0| A_5 + \omega |x_0| A_0 + k^2 m_2 |y_0| A_6 + \frac{k^2 m_2}{\omega R^2} A_0) \frac{H^n \cdot 2^{2n}}{6(n+2)^2} + \\
& + \frac{L_2}{2} A_0 A_2 \frac{H^{n+1} 2^{2n}}{6(n+2)^2} + (k^2 m_1 A_2 A_5 + k^2 m_2 A_2 A_6 + A_0 A_1) \frac{L_2 H^n 2^{2n}}{6(n+2)^2}, \quad (55)
\end{aligned}$$

$$|u_n| \leq \left[\frac{1}{r_0} (|x_0| A_1 + |y_0| A_2) + \frac{L_2}{2r_0} (A_1^2 + A_2^2 + A_3) \right] \frac{H^n}{n^2}, \quad (56)$$

$$|s_n| \leq \frac{r_0}{s_0} |r_n| + \left[\frac{R}{s_0} A_1 + \frac{L_2}{2s_0} (A_1^2 + A_2^2) \right] \frac{H^n}{n^2}, \quad (57)$$

$$\begin{aligned}
|u_{n+1}| & \leq \frac{1}{r_0} (3|r_1| A_5 + |u_1| A_3) \frac{H^n 2^n}{(n+1)^2} + \frac{3|u_0|}{r_0} A_3 \frac{H^{n+1}}{(n+1)^2} + \\
& + \frac{2L_2}{r_0} A_3 A_5 \frac{H^{n+1} 2^{2-1}}{(n+1)^{2-1} (n+1)}, \quad (58)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|v_{n+1}| & \leq \frac{1}{s_0} (3|s_1| A_0 + |v_1| A_4) \frac{H^n 2^n}{(n+1)^2} + \frac{3|v_0|}{s_0} A_4 \frac{H^{n+1}}{(n+1)^2} + \\
& + \frac{2L_2}{s_0} A_4 A_4 \frac{H^{n+2} 2^{2-1}}{(n+1)^{2-1} (n+1)}. \quad (59)
\end{aligned}$$

7. Вывод основных неравенств для коэффициентов (30) и доказательство сходимости рядов (17). Теперь для того чтобы показать справедливость неравенств

$$\left. \begin{aligned}
|x_{n+2}| & \leq A_1 \frac{H^{n+2}}{(n+2)^2}, \quad |y_{n+2}| \leq A_2 \frac{H^{n+2}}{(n+2)^2}, \quad |r_n| \leq A_3 \frac{H^n}{n^2}, \\
|s_n| & \leq A_4 \frac{H^n}{n^2}, \quad |u_{n+1}| \leq A_5 \frac{H^{n+1}}{(n+1)^2}, \quad |v_{n+1}| \leq A_6 \frac{H^{n+1}}{(n+1)^2},
\end{aligned} \right\} \quad (60)$$

нужно показать существование положительных постоянных $H, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$, удовлетворяющих неравенствам:

$$\frac{2^{\alpha}}{3H} (|\lambda_0|A_1 + 2\omega A_2 + \frac{L_2 2^{\alpha}}{4} A_0 A_1) + \frac{2^{2\alpha}}{6H^2} [k^2 m_1 u_0 + k^2 m_2 v_0 - \omega^2 |A_1 + \omega|\lambda_0|A_2 + |x_1|A_0 + k^2 m_1 |x_0|A_3 + k^2 m_2 |x_0|A_6 + \omega|y_0|A_0 + L_2 (k^2 m_1 A_1 A_3 + k^2 m_2 A_1 A_6 + \omega A_0 A_3)] \leq A_1, \quad (61)$$

$$\frac{2^{\alpha}}{3H} (|\lambda_0|A_2 + 2\omega A_1 + \frac{L_2 2^{\alpha}}{4} A_0 A_2) + \frac{2^{2\alpha}}{6H^2} [k^2 m_1 u_0 + k^2 m_2 v_0 - \omega^2 |A_2 + \omega|\lambda_0|A_1 + |y_1|A_0 + k^2 m_1 |y_0|A_5 + \omega|x_0|A_0 + k^2 m_2 |y_0|A_6 + \frac{k^2 m_2}{\omega R^2} A_0 + L_2 (k^2 m_1 A_2 A_5 + k^2 m_2 A_2 A_6 + \omega A_0 A_2)] \leq A_2, \quad (62)$$

$$\frac{1}{r_0} (|x_0|A_1 + |y_0|A_2) + \frac{L_2}{2r_0} (A_1^2 + A_2^2 + A_3^2) \leq A_3, \quad (63)$$

$$\frac{1}{s_0} (|x_0|A_1 + |y_0|A_2 + R A_3) + \frac{L_2}{2s_0} (A_1^2 + A_2^2 + 2A_3^2 + A_4^2) \leq A_4, \quad (64)$$

$$\frac{3|u_0|}{r_0} A_3 + \frac{2^{\alpha} L_2}{r_0} A_3 A_5 + \frac{2^{\alpha-1}}{r_0 H} (3|r_1|A_5 + |u_1|A_3) \leq A_5, \quad (65)$$

$$\frac{3|v_0|}{s_0} A_4 + \frac{2^{\alpha} L_2}{s_0} A_4 A_6 + \frac{2^{\alpha-1}}{s_0 H} (3|s_1|A_6 + |v_1|A_4) \leq A_6. \quad (66)$$

Пусть положительные числа A_5, A_6, H_0' и H_0'' произвольно зафиксированы, причем

$$H_0' > 3 \cdot 2^{\alpha-1} \frac{|r_1|}{r_0} \quad \text{и} \quad H_0'' > 3 \cdot 2^{\alpha-1} \frac{|s_1|}{s_0}. \quad (67)$$

Пусть A_4 — положительное число, удовлетворяющее неравенству

$$A_4 < \min \left\{ \frac{2s_0}{L_2}, \frac{A_6 (s_0 H_0'' - 3 \cdot 2^{\alpha-1} |s_1|)}{H_0'' (2^{\alpha} L_2 A_6 + 3|v_0|) + 2^{\alpha-1} |v_1|} \right\}. \quad (68)$$

Зафиксировав A_4 , положительное число A_3 выберем настолько малым, чтобы было

$$A_3 < \min \left\{ \frac{2r_0}{L_2}, \sqrt{A_4 \left(\frac{s_0}{L_2} - \frac{1}{2} A_4 \right)}, \frac{A_5 (r_0 H_0' - 3 \cdot 2^{\alpha-1} |r_1|)}{H_0' (2^{\alpha} L_2 A_5 + 3|u_0|) + 2^{\alpha-1} |u_1|} \right\}. \quad (69)$$

Зафиксировав A_3 , положительные числа A_1 и A_2 выберем настолько малым, чтобы имели место следующие неравенства:

$$|x_0|A_1 + |y_0|A_2 + \frac{L_2}{2} (A_1^2 + A_2^2) \leq A_3 \left(r_0 - \frac{L_2}{2} A_3 \right), \quad (70)$$

$$(R + |x_0|) A_1 + |y_0| A_2 + \frac{L_2}{2} (A_1^2 + A_2^2) \leq A_4 s_0 - \frac{L_2}{2} (2A_3^2 + A_4^2). \quad (71)$$

Например, можно положить $0 < A_1 \leq 1$, $0 < A_2 \leq 1$ и

$$A_1 + A_2 < \min \left\{ \frac{A_3 (2r_0 - L_2 A_3)}{L_2 + 2r_0}, \frac{2A_4 s_0 - L_2 (A_3^2 + 2A_4^2)}{L_2 + 2(R + r_0)} \right\}. \quad (72)$$

Далее, положим

$$H_1 = \frac{2^{\alpha}}{3} \left(|\lambda_0| + 2\omega \frac{A_2}{A_1} + \frac{L_2 2^{\alpha}}{4} A_1 \right) + \frac{2^{2\alpha}}{6} [k^2 m_1 u_0 + k^2 m_2 v_0 - \omega^2 | + \omega|\lambda_0| \frac{A_2}{A_1} + |x_1| \frac{A_0}{A_1} + k^2 m_1 |x_0| \frac{A_5}{A_1} + k^2 m_2 |x_0| \frac{A_6}{A_1} \omega + |y_0| \frac{A_0}{A_1} + L_2 (k^2 m_1 A_5 + k^2 m_2 A_6 + \omega A_0 \frac{A_2}{A_1})], \quad (73)$$

$$H_2 = \frac{2^{\alpha}}{3} \left(|\lambda_0| + 2\omega \frac{A_1}{A_2} + \frac{L_2 2^{\alpha}}{4} A_0 \right) + \frac{2^{2\alpha}}{6} [k^2 m_1 u_0 + k^2 m_2 v_0 - \omega^2 | + \omega|\lambda_0| \frac{A_1}{A_2} + |y_1| \frac{A_0}{A_2} + k^2 m_1 |y_0| \frac{A_5}{A_2} + \omega|x_0| \frac{A_0}{A_2} + k^2 m_2 |y_0| \frac{A_6}{A_2} + \frac{k^2 m_2}{\omega k^2} \frac{A_0}{A_2} + L_2 (k^2 m_1 A_5 + k^2 m_2 A_6 + A_0 \frac{A_1}{A_2})], \quad (74)$$

$$H^* = \max \{1, H_0, H_0', H_0'', H_1, H_2\}, \quad (75)$$

$$H \cong H^*. \quad (76)$$

Теперь нетрудно проверить, что если положительные постоянные $A_i (i=1, 2, \dots, 6)$ и H удовлетворяют условиям (68) — (71) и (76), то справедливы все неравенства (61) — (66).

Для этого сперва заметим, что если $\frac{b}{a} < z_0 \cong z < +\infty$, то дробно-линейная функция $\frac{az-b}{cz+d}$ при положительных a, b, c и d достигает

для $z=z_0$ своего положительного минимума $\frac{az_0-b}{cz_0+d}$.

Поэтому из (68) будем иметь

$$A_4 < \frac{A_6 (s_0 H_0'' - 3 \cdot 2^{\alpha-1} |s_1|)}{H_0'' (2^{\alpha} L_2 A_6 + 3|v_0|) + 2^{\alpha-1} |v_1|}$$

или, при $H \cong H_0''$,

$$A_4 < \frac{A_6 (s_0 H - 3 \cdot 2^{\alpha-1} |s_1|)}{H (2^{\alpha} L_2 A_6 + 3|v_0|) + 2^{\alpha-1} |v_1|} = \frac{A_6 \left(1 - \frac{3 \cdot 2^{\alpha-1} |s_1|}{H s_0} \right)}{\frac{2^{\alpha} L_2 A_6}{s_0} + \frac{3|v_0|}{s_0} + \frac{2^{\alpha-1} |v_1|}{s_0 H}}.$$

Отсюда, очевидно, следует неравенство (66). Из (69) имеем, что

$$A_3 < \frac{A_3(r_0 H_0 - 3 \cdot 2^{n-1} |r_1|)}{H_0(2^n L_n A_3 + 3|u_0|) + 2^{n-1} |u_1|} < \frac{A_3(r_0 H - 3 \cdot 2^{n-1} |r_1|)}{H(2^n L_n A_3 + 3|u_0|) + 2^{n-1} |u_1|} =$$

$$= \frac{A_3 \left(1 - 3 \cdot 2^{n-1} \frac{r_1}{H r_0} \right)}{\frac{2^n L_n}{r_0} A_3 + \frac{3|u_0|}{r_0} + \frac{2^{n-1} |u_1|}{r_0 H}}.$$

Отсюда следует (65).

Из (70) и (71), очевидно, вытекают (63) и (64).

В частности, если A_1 и A_2 удовлетворяют условиям (72), то тогда имеем

$$(A_1 + A_2)(L_n + 2r_0) < A_3(2r_0 - L_n A_3)$$

и

$$A_1 + A_2(L_n + 2R + 2r_0) < 2A_3 r_0 - L_n(A_1^2 + 2A_2^2).$$

Отсюда, в силу того, что $|x_0| \leq r_0$, $|y_0| \leq r_0$, $A_1^2 \leq A_1$ и $A_2^2 \leq A_2$, следуют неравенства (63) и (64).

Наконец, принимая во внимание (73) — (76), легко получить неравенства (61) — (62).

Таким образом мы доказали справедливость неравенств (30) для любых $n=1, 2, \dots$

Теперь, очевидно, что степенные ряды (17) сходятся при

$$0 \leq t \leq \frac{1}{H^*}. \quad (*)$$

Тем самым доказано существование решений (6), удовлетворяющих начальным условиям (12), в виде степенных рядов относительно времени t , сходящихся на промежутке (*).

В одной из следующих статей, мы приведем численные примеры для применения вышеизложенных результатов.

Сентябрь, 1958

ON THE RESTRICTED THREE-BODY PROBLEM FOR THE CASE WHEN THE ATTRACTED BODY HAS THE VARIABLE MASS

N. G. MAGNARADZE

ЛИТЕРАТУРА

1. Steffensen T. F. On the restricted problem of three bodies. Kgl. danske videnskab. selskab. Mat.-fys. medd., 1956, 30, № 18, p. 17.
2. Мещерский И. В. Работы по механике тел переменной массы, Москва, 1952.
3. Космодемьянский А. А. Курс теоретической механики, Москва, 1955.
4. Дубошин Г. Н. Движение материальной точки под действием силы, зависящей от времени, Астр. журн. 1925, 2, № 4, 5—11; 1927, 4, № 2, 123—142; 1928, 5, № 2—3, 153—172; 1929, 6, № 2, 162—179.

5. Дубошин Г. Н. О форме траекторий в задаче о двух телах с переменными массами, Астр. журн., 1930, 7, № 3—4, 153—172.
6. Charlier C. L. Die Mechanik des Himmels, В II, Berlin, 1927.
7. Субботин М. Ф. Курс небесной механики, Л., т. 2, 1937.
8. Магнардзе Н. Г. Некоторые замечания к задаче движения материальной точки под действием силы, зависящей от времени, Бюл. Абастуманской астрофиз. обс., 1958, № 22, 139—144.

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЭЛЕКТРОФОТОМЕТРИЧЕСКИХ
НАБЛЮДЕНИЙ ЭМИССИИ OI , Na , OH И НЕПРЕРЫВНОГО ФОНА
В СВЕЧЕНИИ НОЧНОГО НЕБА

Л. М. ФИШКОВА и Г. В. МАРКОВА

С июля 1957 года, в связи с началом Международного геофизического года, программа электрофотометрических наблюдений свечения ночного неба в Абастуманской обсерватории была значительно расширена [1]. Наряду с наблюдениями инфракрасного излучения, данные о временных вариациях которого за 1952—1954 гг. были опубликованы ранее [2], начаты наблюдения основных эмиссий ночного неба в видимой области спектра — излучения атомарного кислорода $\lambda 5577\text{\AA}$, $\lambda 63000\text{—}6364\text{\AA}$, атмосферного натрия $\lambda 5890\text{\AA}$, а также излучения ночного неба в непрерывном спектре. В данной статье излагаются некоторые результаты одновременного изучения основных эмиссий ночного неба как в видимой, так и в инфракрасной области спектра, полученные за период с июля 1957 г. по июнь 1958 г.

1. Абсолютная интенсивность полос OH в области $9000\text{—}10550\text{\AA}$

Интенсивность инфракрасного излучения ночного неба в области $\Delta \lambda 9000\text{—}10550\text{\AA}$ систематически измерялась при помощи инфракрасного электрофотометра, схема и параметры которого оставались теми же, что и в 1952—54 гг. [2]. Данные этих наблюдений дали возможность определить суммарную абсолютную интенсивность следующих полос атмосферного гидроксила: $OH(8\text{—}4)$, $OH(3\text{—}0)$, $OH(9\text{—}5)$, $OH(4\text{—}1)$. Для того, чтобы выразить измеряемые интенсивности в абсолютных единицах, необходимо знать абсолютную спектральную чувствительность электрофотометра. Ее можно определить двумя путями: либо измерить яркость стандартной звезды во всех используемых фильтрах, либо снять спектральную характеристику электрофотометра, пользуясь лампой с известной цветовой температурой. Так как инфракрасный электрофотометр не был снабжен оптикой, необходимой для измерения звезд, был избран второй путь. Промерялось распределение энергии в сплошном спектре эталонной лампы накаливания СЦ-62 (12 в, 100 вт, $T_{\text{ц}} = 2850^\circ\text{K}$) через монохроматор УМ-2 сначала при помощи термоэлемента с известной абсолютной чувствительностью, а затем, в том же режиме лампы, при помощи электрофотометра. Тогда спектральная чувствительность электрофотометра будет равна:

$$e_{\lambda} = \frac{i_g \sigma}{i_T (R_{gT} + R_T)} \text{ а/ватт} \quad (1)$$

где i_g — фототок на выходе электрофотометра в амперах, i_T — термоток, σ — чувствительность термоэлемента в вольтах на ватт, R_{gt} и R_T — сопротивления гальванометра термоэлемента и самого термоэлемента соответственно. Отдельно на спектрофотометре СФ-4 измерялась кривая пропускания светофильтра. На рис. 1 приводится кривая спектральной чувствительности электрофотометра с учетом пропускания T_λ светофильтра.

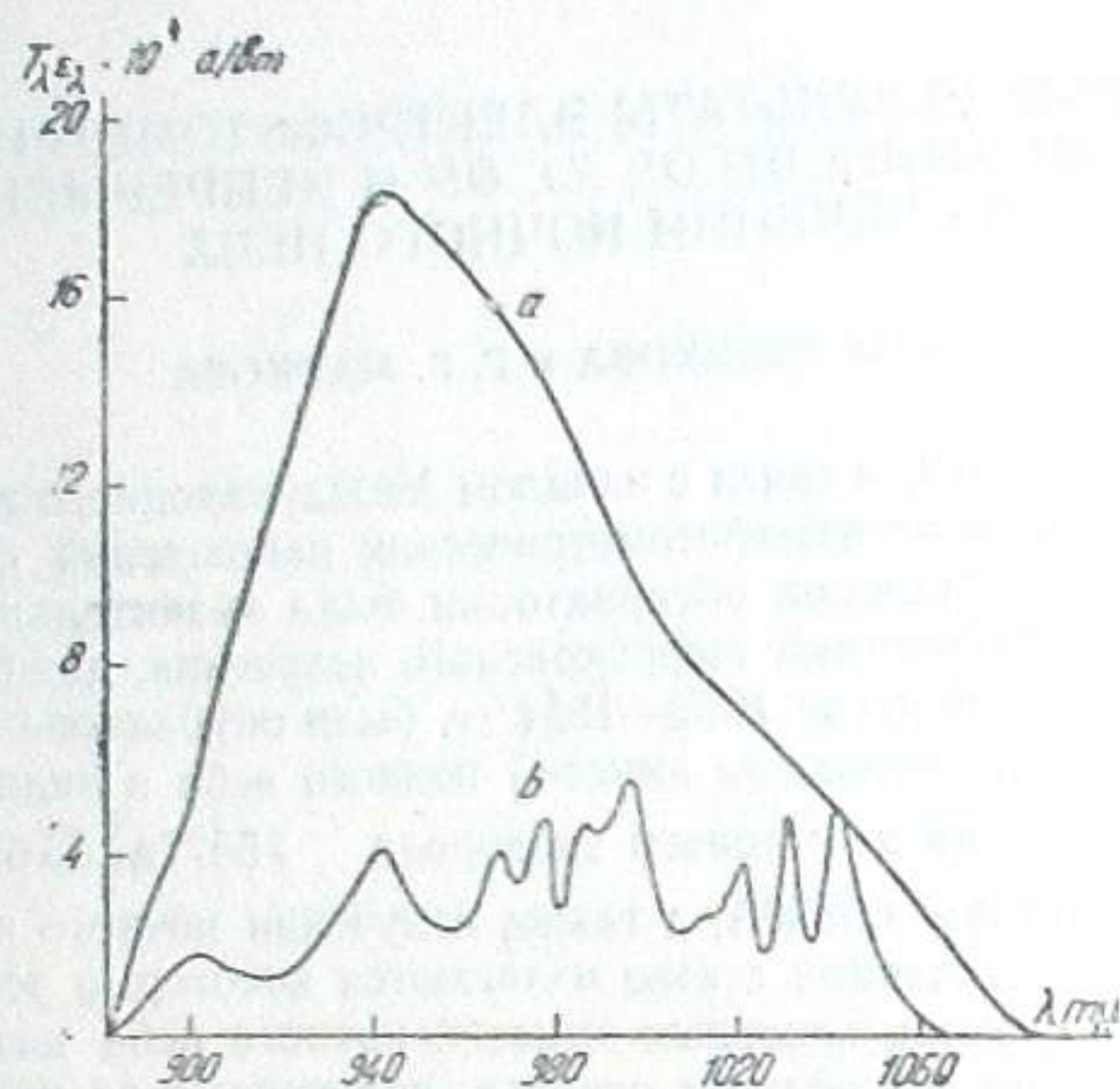


Рис. 1

Кроме спектральной чувствительности, для вычисления суммарной интенсивности полос ОН в участке $\Delta\lambda$ необходимо знать относительное распределение интенсивности J_λ в последнем. Для этого были использованы данные В. И. Красовского [3, 4] и Н. И. Федоровой [5] по распределению интенсивности в полосах ОН(8—4), (3—0), (9—5) и (4—1). Кривая б рис. 1 представляет собой спектральную чувствительность электрофотометра с учетом распределения энергии в исследуемом участке спектра, т. е.:

$$\int_{\Delta\lambda} J_\lambda / J_{max} T_\lambda \epsilon_\lambda d\lambda, \quad (2)$$

где J_{max} — максимальная интенсивность в области $\Delta\lambda$. Тогда, если фототок на выходе электрофотометра будет

$$i_g = \int_{\Delta\lambda} J_\lambda T_\lambda \epsilon_\lambda d\lambda = J_{max} \int_{\Delta\lambda} J_\lambda / J_{max} T_\lambda \epsilon_\lambda d\lambda, \quad (3)$$

то измеренная полная интенсивность указанных полос будет равна

$$J_{OH} = \int_{\Delta\lambda} J_\lambda d\lambda = J_{max} \int_{\Delta\lambda} J_\lambda / J_{max} d\lambda = i_g \frac{\int_{\Delta\lambda} J_\lambda / J_{max} d\lambda}{\int_{\Delta\lambda} J_\lambda / J_{max} T_\lambda \epsilon_\lambda d\lambda}. \quad (4)$$

Или, если телесный угол электрофотометра равен Ω стерadians, а площадь окна электрофотометра S см², то

$$J_{OH} = 10^{-6} \frac{4\pi i_g}{S\Omega h\nu} \frac{\int_{\Delta\lambda} J_\lambda / J_{max} d\lambda}{\int_{\Delta\lambda} J_\lambda / J_{max} T_\lambda \epsilon_\lambda d\lambda} \text{ рэлеев}; \quad (5)$$

1 рэлей-4 п В, где В — яркость ночного неба в единицах 10^6 квант/см² сек. стеррад. Для того, чтобы получить внеатмосферные значения J_{OH} , необходимо учесть ослабление в нижних слоях земной атмосферы, обязанное, с одной стороны, рэлеевскому рассеянию и, с другой стороны, поглощению водяным паром. Первая часть дает спектральный коэффициент прозрачности P_λ , который достаточно стабилен для горы Канобили и для $\lambda = 9600\text{Å}$ меняется в пределах 0.92 — 0.99. Гораздо более существенным является учет поглощения водяным паром, который имеет полосу поглощения $\rho_{\sigma\tau}$, входящую в область чувствительности фотометра. Если ширина этой полосы $\Delta\lambda_w$ и функция полного пропускания $P(w)$, то при данном содержании водяного пара w_{cm} осажденной воды внеатмосферное значение интенсивности свечения J_{OH}^{on} будет:

$$J_{OH}^{on} = \frac{J_{OH}}{P_\lambda P'(w)}, \quad (6)$$

где

$$P'(w) = 1 - [1 - P(w)] \frac{\int_{\Delta\lambda_w} J_\lambda / J_{max} T_\lambda \epsilon_\lambda d\lambda}{\int_{\Delta\lambda} J_\lambda / J_{max} T_\lambda \epsilon_\lambda d\lambda}. \quad (7)$$

Здесь J_λ , J_{max} , T_λ , ϵ_λ имеют значения, указанные выше. Содержание водяного пара определялось из метеорологических данных об абсолютной влажности [2], а $\Delta\lambda_w$ и $P(w)$ взяты из литературных источников [6, 7].

Из измеренной интенсивности свечения не вычитался сплошной фон, так как есть основания полагать, что в области 9000—10550Å его интенсивность невелика [2].

2. Измерение абсолютной интенсивности эмиссий ОI и Na.

Измерение интенсивности эмиссий $\lambda 5577\text{OI}$, $\lambda\lambda 6300-6364\text{OI}$, 5890Na производилось при помощи электрофотометра, состоящего из фотоэлектронного умножителя ФЭУ-32 с висмута-цезиевым фотокатодом и усилителя постоянного тока, собранного по схеме дифференциального катодного повторителя на двойном триоде 6Н2П. Электрофотометр снабжен объективом $D=80$ мм, $F=200$ мм, в фокальной плоскости которого имеется линза Фабри и диск с тремя диафрагмами, обеспечивающими поле зрения 29.4 кв. град, 19.2 кв. град (рабочая диафрагма) и 0,06 кв. град (используемая при измерении звезд). Перед объективом по-

мещается диск, вращающийся от мотора, с шестью интерференционными светофильтрами, имеющими диаметр 78 мм. Три светофильтра служат для измерения интенсивности эмиссионных линий и центрированы на длины волн 5577Å, 6320Å, 5890Å, а три других центрированы на длины волн 5290Å, 5730Å, 6060Å и служат для измерения интенсивности непрерывного фона. На рис. 2 приводится спектральная характеристика ФЭУ-32 в амперах/ватт при рабочем напряжении 960 вольт и кривые пропускания светофильтров. Для наводки на звезду имеется гид и призма прямого угла с окуляром, вдвигающаяся в пространство между линзой Фабри и

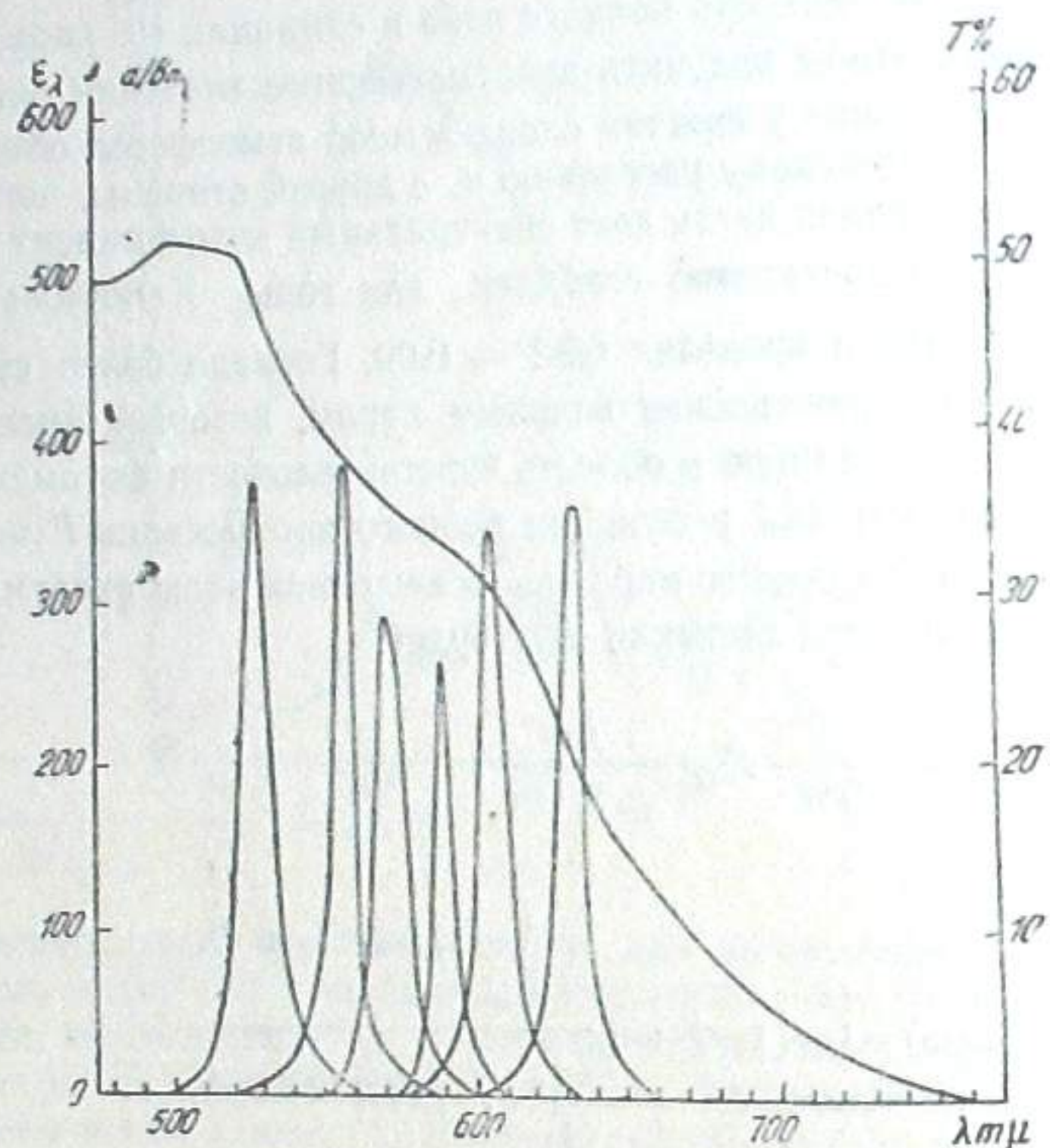


Рис. 2

ФЭУ. Электрофотометр проградуирован в абсолютных единицах по методу, предложенному Рошем в инструкции для электрофотометрических наблюдений свечения ночного неба по программе МГГ [8]. Во всех светофильтрах измерялась яркость звезды α Aurigae (Капелла) класса G0 и находилась звездная величина (C) звезды того же класса что и Солнце (G2), которая давала бы отклонение 1мм на выходе электрофотометра:

$$0,4c = \log n_k + E + D + 0,4 m_1, \quad (8)$$

где n_k — отсчет по Капелле, в мм, $E = 0,43 \tau m_2$ — поправка за атмосферную экстинкцию, D — логарифмическая поправка, приводящая отсчет по звезде класса G0 к отсчету по звезде класса G2, m_1 — звездная величина Капеллы. Число рэлеев на единицу отклонения, q_λ , будет равно:

$$q_\lambda = 10^{-6} \frac{4\pi J_\odot W \cdot 2,5^{m_\odot - c}}{\Omega h \nu T_{эм}} \text{ рэлеев,} \quad (9)$$

где Ω — телесный угол фотометра встерадианах, J_\odot — абсолютная энергия от Солнца в эрг/см сек. А, W — эквивалентная ширина пропускания светофильтра в Å, равная

$$W = \int T_\lambda d\lambda, \quad (10)$$

и $T_{эм}$ — пропускание для λ , соответствующей данной эмиссии, m_\odot — звездная величина Солнца. Интенсивность эмиссионной линии определялась вычитанием интенсивности, измеренной в фильтре фона, из интенсивности, измеренной в фильтре эмиссии:

$$J_{эм} = n_{эм} q_\lambda - n_\phi q_\lambda \phi k, \quad (11)$$

Здесь k — коэффициент, учитывающий неодинаковость ширин полос пропускания фильтра фона и фильтра эмиссии:

$$k = \frac{W_{эм} T_\phi}{W_\phi T_{эм}}, \quad (12)$$

Большое значение имеет контроль постоянства прозрачности в течение ночи, в особенности, если исследуется ночной ход свечения. Удобным способом является измерение яркости Полярной, ϵ U. Minoris. Если предварительно определить ее внеатмосферную яркость в единицах отклонения прибора, стоящего на выходе электрофотометра, то каждое измерение яркости Полярной будет давать коэффициент прозрачности в данный момент. Однако следует учесть, что Полярная является переменной звездой типа δ Цефея. Амплитуда изменения ее яркости в видимой области спектра в среднем равна $0^m.14$, а период — 3,97 суток [9]. Поэтому вначале была определена внеатмосферная кривая переменности Полярной, приведенная на рис. 3 (на оси ординат отложены отсчеты на выходе электрофотометра в мм). Звездой сравнения служила ϵ U. Minoris (4,^m4: G5), вне-

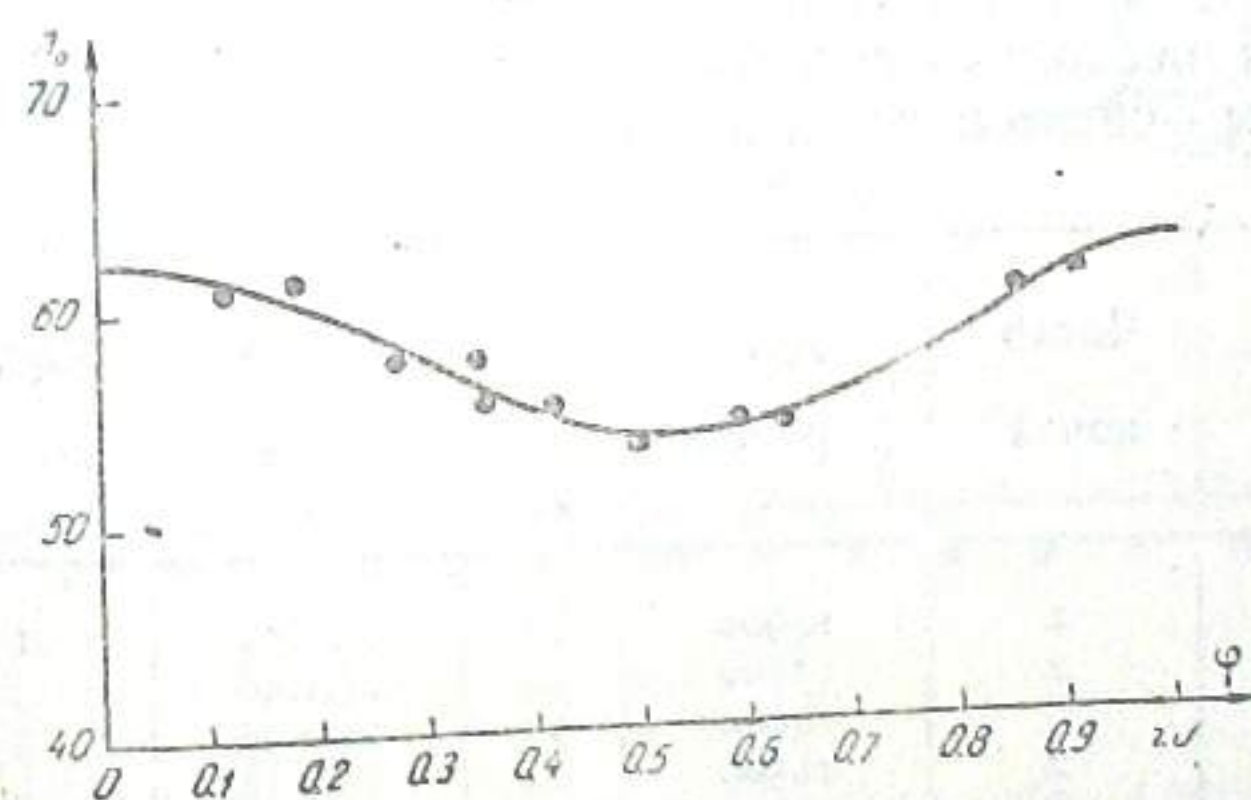


Рис. 3

атмосферная яркость которой определена в течение ряда хороших ночей с устойчивой прозрачностью, для которых p_λ определялся по методу Бугера из измерений α Aurigae для разных Z . Измерения Полярной и ϵ U. Minoris производились без светофильтра. Эффективная длина волны, для которой получена кривая переменности, $\lambda_{эф} = 5200\text{Å}$. В каждый данный

момент $p_{\lambda} = V \frac{m_{\lambda}}{n/n_0}$, где n — отсчет по Полярной, а n_0 — его внеатмосферное значение для данной фазы. Для перехода от p_{λ} для 5200 \AA к p_{λ} для 5577 \AA , 6300 \AA и т. д. использовалась кривая спектральной прозрачности по данным Моунт-Вильсон [10]. Учет рассеяния в нижних слоях атмосферы производился по методу В. Г. Фесенкова [11], согласно которому вместо p_{λ} следует брать $1,1 (p_{\lambda} + 0,03)^{0,7}$.

Постоянство чувствительности фотометра контролировалось в течение ночи по измерениям яркости эталонной лампы.

3. Результаты наблюдений

Согласно программе МГГ по электрофотометрии свечения ночного неба, наблюдения велись каждый час поясного времени в зените во всех указанных выше областях спектра. Кроме того, производились измерения в полярной области (для $Z=51^{\circ}$), а на инфракрасном фотометре и для $Z=35^{\circ}S$.

Величина измеренной суммарной интенсивности полос ОН(8—4), (3—0), (9—5) и (4—1) оказалась близкой по порядку к значениям, теоретически вычисленным Рочем [8]. Роч дает следующие интенсивности указанных полос (см. таблицу I):

$v' - v''$	$\lambda, \text{ \AA}$	I (в рэлях)
8—4	9382	2970
3—0	9788	440
9—5	10010	5770
4—1	10380	1690
Суммарная интенсивность		10870

В таблице II приводятся полученные в данной работе средние за период суммарные интенсивности указанных полос в зените; каждый период включает несколько соседних ночей; во втором столбце — средняя дата, в третьем — число ночей в периоде.

№ п. п.	Средн. дата	Число ночей	J_{OH} (в рэлях)	№ п. п.	Средн. дата	Число ночей	J_{OH} (в рэлях)
1	5.7.57	2	14900	11	13.1.58	1	23300
2	22.7.57	2	13500	12	23.1.58	3	27000
3	30.7.57	3	14000	13	12.2.58	3	21200
4	3.8.57	2	11500	14	19.2.58	2	21500
5	15.9.57	2	23300	15	26.3.58	1	17000
6	30.9.57	2	16200	16	13.5.58	1	19000
7	18.10.57	3	17300	17	18.5.58	2	14700
8	24.10.57	2	21400	18	22.5.58	2	18300
9	29.10.57	2	24500	19	14.6.58	3	20400
10	23.11.57	1	26100	20	23.6.58	1	22000
			Средняя за все время				19400

Средняя величина J_{OH} за исследованный период почти в два раза больше вычисленной Рочем. Однако следует иметь в виду, что J_{OH} подвержена значительным сезонным и суточным вариациям. Например, минимальная величина J_{OH} в $1^h 50^m$ 30 июля 1957 г. составляла 7400 рэлеев, а максимальная величина, которая имела место в $3^h 23^m$ 30 октября 1957 г., составляла 34400 рэлеев. Т. е. колебания от минимального до максимального значения могут быть более чем в четыре раза.

Так же, как и в предыдущие годы, наибольшая интенсивность полос ОН наблюдалась в ноябре. Однако общий характер сезонного хода отличается от сезонного хода предыдущих лет. Если в 1953—1955 гг. ноябрьский максимум и летний минимум отчетливо выражены, то сезонный ход в 1957—1958 имеет более неправильный характер; появился ряд добавочных максимумов, а высота главного максимума и общая интенсивность за весь период возросли более чем на 30% по сравнению с 1954 годом (см. рис. 4). Рост J_{OH} в 1957—1958 гг. и более возмущенный характер сезонного хода можно объяснить ростом солнечной активности от минимума в 1954 г. к максимуму 1957 г. В то же время видно, что связь вариации свечения ночного неба с солнечной активностью невелика, т. к.

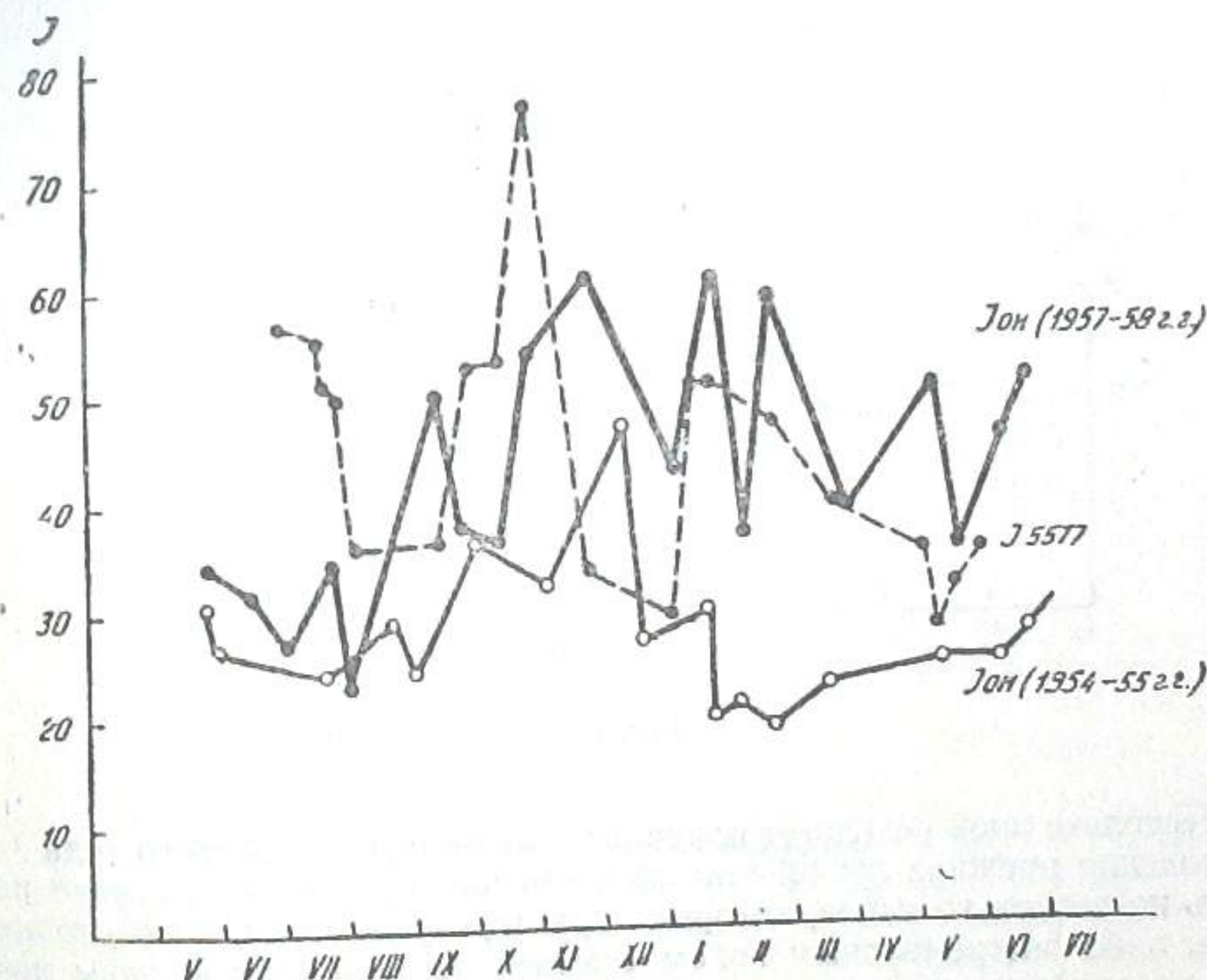


Рис. 4

от минимума к максимуму последней J_{OH} возросла всего на 30%. Этот факт находится в согласии с точкой зрения [12], заключающейся в том, что за свечение ночного неба ответственна, в общем, сравнительно мягкая ультрафиолетовая радиация Солнца с $\lambda > 1200 \text{ \AA}$, которая мало меняется с солнечной активностью. В то же время, в периоды повышенной солнечной активности может сказаться воздействие жесткого коротковолнового излучения, например: ультрафиолетового и рентгеновского

излучения короны [13], а также корпускулярного излучения, интенсивность которых зависит от солнечной активности.

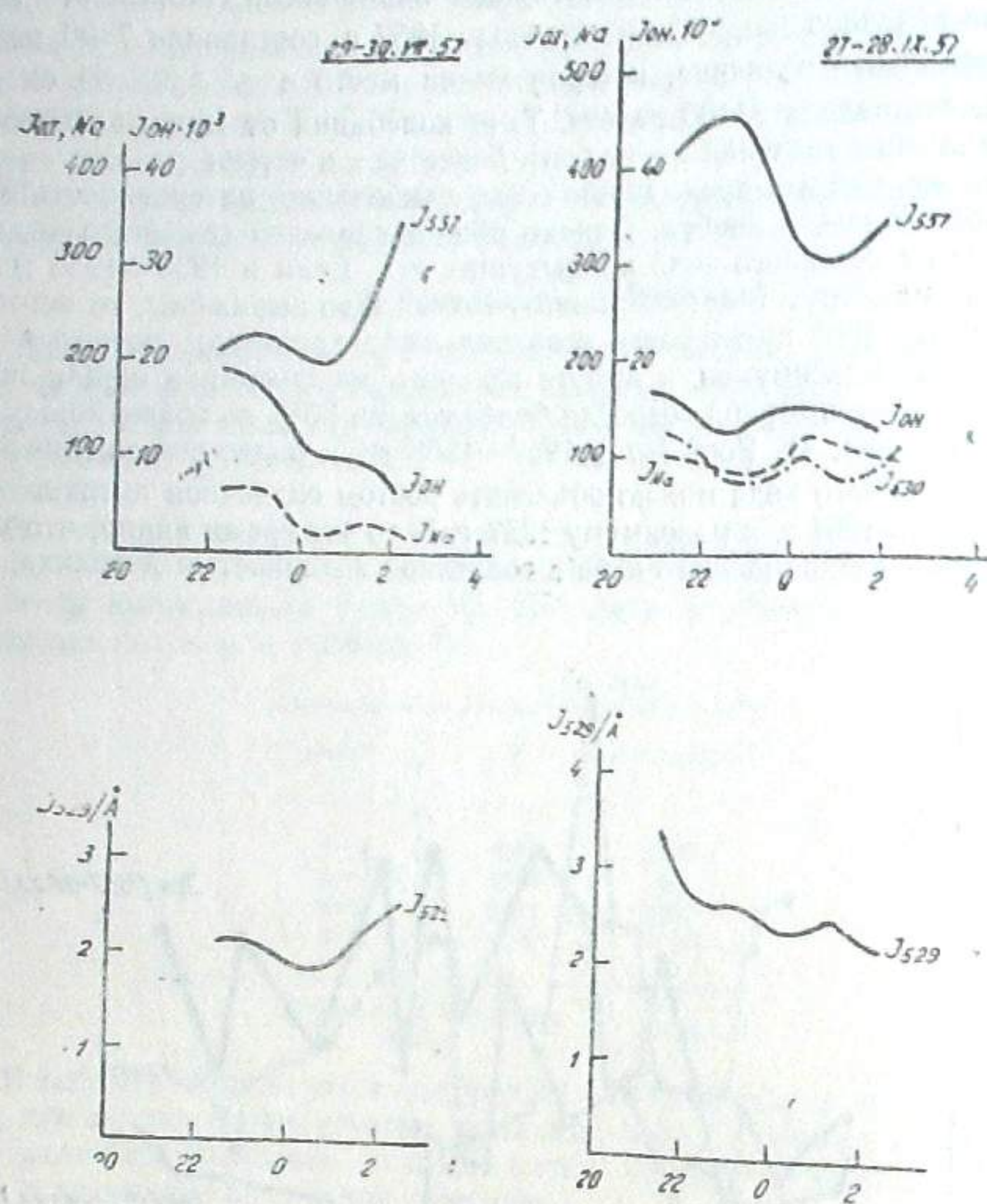


Рис. 5

Несколько иной результат получился также и для суточного хода J_{OH} . Наблюдения прежних лет [2] показали, что ночные вариации можно разделить на несколько типов, которые характеризуются либо монотонным ходом, либо экстремальным ходом с максимумом в разные часы ночи. При этом предполагалось, что в периоды повышенной солнечной активности должен преобладать экстремальный ход с максимумом в полночь, что согласуется с рекомбинационной теорией свечения ночного неба [14]. Однако, наблюдения ночных вариаций J_{OH} 1957—58 гг. для $\Delta\lambda$ 9000—10550 Å показывают другую картину: несмотря на максимум солнечной активности, число ночей с максимумом в полночь не увеличилось, а наоборот уменьшилось; лишь для одной ночи из двадцати полных ночей наблюдений имеет место максимум интенсивности J_{OH} в полночь. В подавляющем большинстве случаев максимум наблюдается во вторую половину ночи между 2-мя и 4-мя часами поясного времени. В особенности это характерно для ночей с большой интенсивностью свечения в кон-

це октября 1957 г. и в январе—феврале 1958 г. Ход свечения в эти ночи подобен вариациям интенсивности полосы OH(6—2) 8347 Å, наблюдавшимся Бертье в течение ряда лет: падение с вечера к полуночи, минимум в полночь и резкий максимум во второй половине ночи [15].

На рис. 5, 6, 7, приводятся ночные вариации интенсивности основных эмиссий J_{OH} , J_{557} , J_{630} , J_{589} и интенсивности излучения в непрерывном спектре (J_{ϕ}), для $\lambda\lambda$ 529 мμ, 606 мμ, 573 мμ для пяти ночей. На оси ординат отложена интенсивность в рэлях для эмиссионных линий и в рэлях на

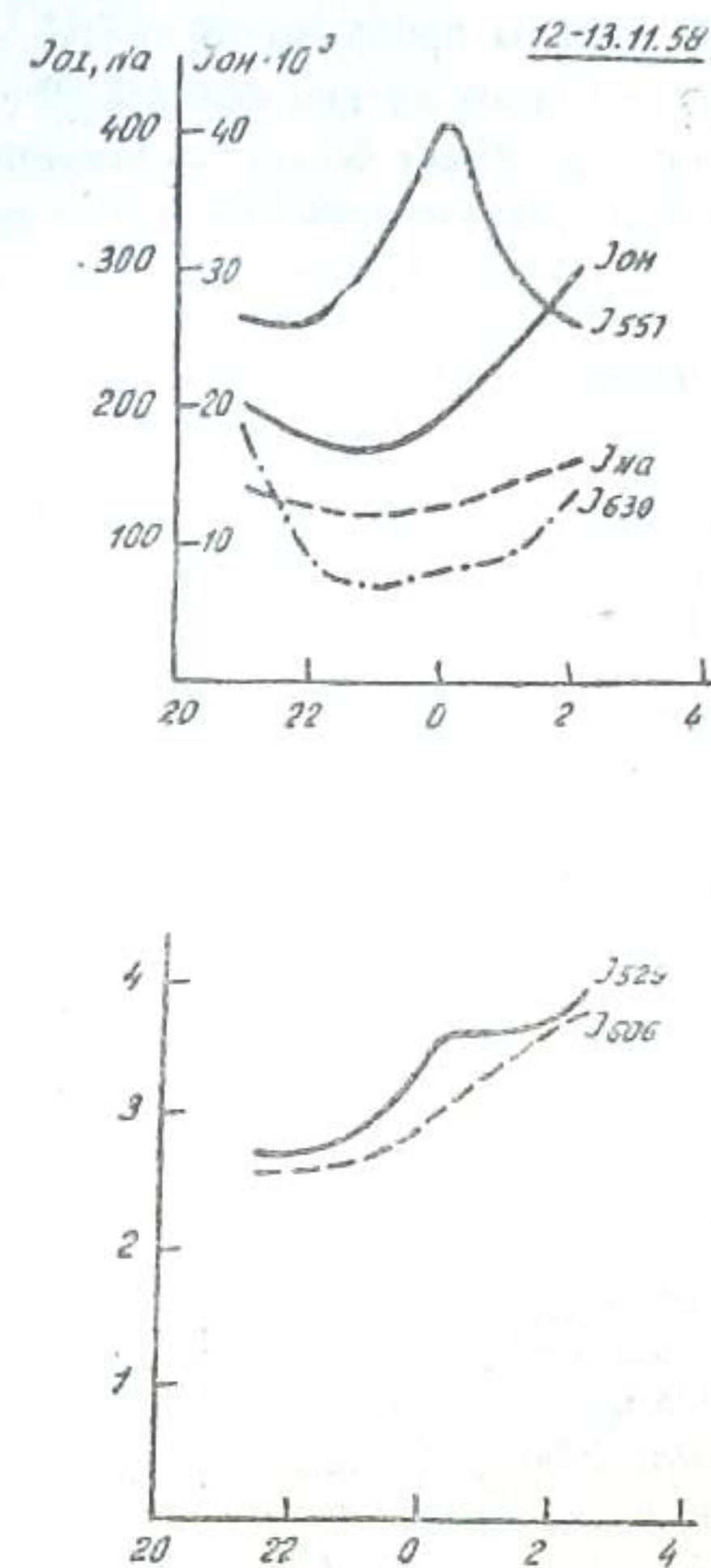


Рис. 6

Т Å для непрерывного фона, на оси абсцисс—поясное время. Интересным является сопоставление вариаций интенсивности полос OH и эмиссии λ 5577 OI. Суточные вариации указанных эмиссий всегда имеют обратный ход. Если J_{OH} достигает максимума между 2—4 часами, то J_{557} опережает J_{OH} на 2—3 часа и преимущественно имеет максимум около полуночи, (см. рис. 5, 6, 7). Почти всегда минимум J_{OH} совпадает с максимумом J_{557} . Также при сравнении J_{OH} и J_{557} за ряд соседних ночей оказывается, что если в течение данного периода интенсивность свечения имеет экстремальный ход, то максимальное значение J_{OH} запаздывает при-

мерно на сутки по отношению к J_{557} . Это же отражается на сезонном ходе обеих эмиссий: максимум J_{557} (пунктирная кривая на рис. 4) опережает максимум J_{OH} примерно на месяц.

Красная линия кислорода $\lambda\lambda$ 6300—6364Å преимущественно наиболее интенсивна в начале и в конце ночи и минимальна в полночь. Что же касается D—линии натрия, то она в течение ночи повторяет ход J_{OH} . Это можно было бы объяснить тем, что на линию λ 5893Å накладывается Q ветвь полосы (8—2) OH, учесть которую при выбранном методе измерений весьма затруднительно, т. к. используются широкополосные светофильтры с полушириной полосы пропускания $\sim 70\text{Å}$. То же самое относится и к λ 6300 OT: отделить ее от ветвей полосы (9—3) OH невозможно, поэтому в те ночи, когда J_{OH} имеет большую величину, ночной ход J_{630} имеет небольшой максимум в то же время, что и J_{OH} (см. например 18—19.2.58 г. на рис. 7).

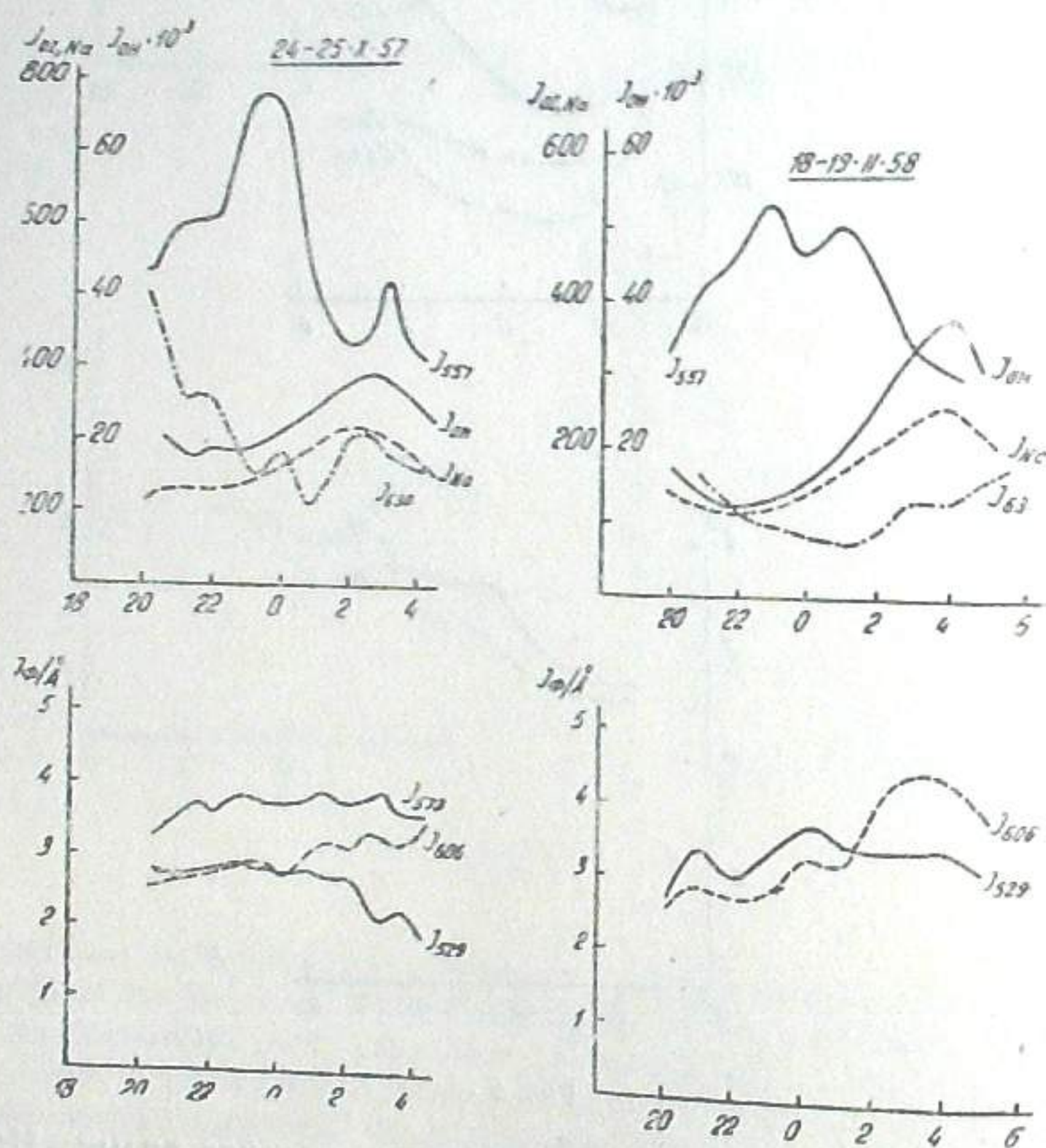


Рис. 7

Сезонные вариации J_{630} и J_{557} имеют обычный для этих эмиссий ход: максимум зимой и минимум летом. При этом следует отметить, что J_{557} в июле достигает такой малой величины, что находится в пределах ошибки измерений (< 10 рэлеев).

В таблице III приводятся максимальные, минимальные и средние интенсивности J_{557} , J_{630} , J_{589} в рэлеях за исследованный период по измерениям в зените.

Таблица III.

	J_{557}	J_{630}	J_{589}
max	974	470	197
min	115	33	9
Средние	376	161	88

11—12.2.1958 г. J_{630} в первую половину ночи достигла в полярной области ($Z=51^\circ$) величины 2457 рэлеев, что объясняется наличием низкоширотных полярных сияний, которые характеризуются усилением интенсивности красной кислородной линии [16].

В трех областях спектра измерялась интенсивность непрерывного фона; центральные длины волн использованных для этой цели светофильтров — 5290Å, 5730Å, 6060Å и эквивалентная ширина $W=52,3\text{Å}$, 22,7Å, 21,4Å, соответственно. В таблице IV приводится максимальная, минимальная и средняя за весь период интенсивность фона в трех областях спектра на 1А, в полярной области. При этом из измерений вычиталась звездная и зодиакальная составляющие, которые в полярной области составляют 65 звезд 10^m класса GO на 1 кв. градус [17] или 0.4 рэлея для исследованной области спектра.

Таблица IV

	J_{529}	J_{573}	J_{606}
max	3,5	—	3,2
min	2,0	2,6	1,9
Средние	2,5	2,9	2,5

Интенсивность непрерывного фона меняется в меньшей степени, чем интенсивность полос и линий. При этом наблюдаются три случая: 1) J_{ϕ} не коррелирует ни с одной из эмиссий (например, J_{529} на рис. 7). 2) J_{529} коррелирует с J_{557} , имея такой же ночной ход (рис. 5), а J_{606} коррелирует с J_{OH} (рис. 7). 3) Как J_{529} , так и J_{606} имеют ночной ход, аналогичный ночному ходу J_{OH} , причем этот случай главным образом имеет место во время большой интенсивности J_{OH} (например 12—13.2.58 г., рис. 6). Сезонный ход интенсивности фона отличен от сезонного хода интенсивности полос и линий: J_{ϕ} имеет два максимума — большой в январе—феврале и меньший в июне (см. рис. 8). Таким образом, намечаются три составляющие непрерывного фона: 1) Собственное свечение чашечного неба в непрерывном спектре, которое не коррелирует со свечением ночного неба в непрерывном спектре, которое не коррелирует с интенсивностью в полосах и линиях и дает январский максимум. 2) Неразрешенные полосы, интенсивность которых ведет себя так же, как и J_{557} и J_{OH} . Особенно это заметно для J_{606} , т. к. в область пропускания соответству-

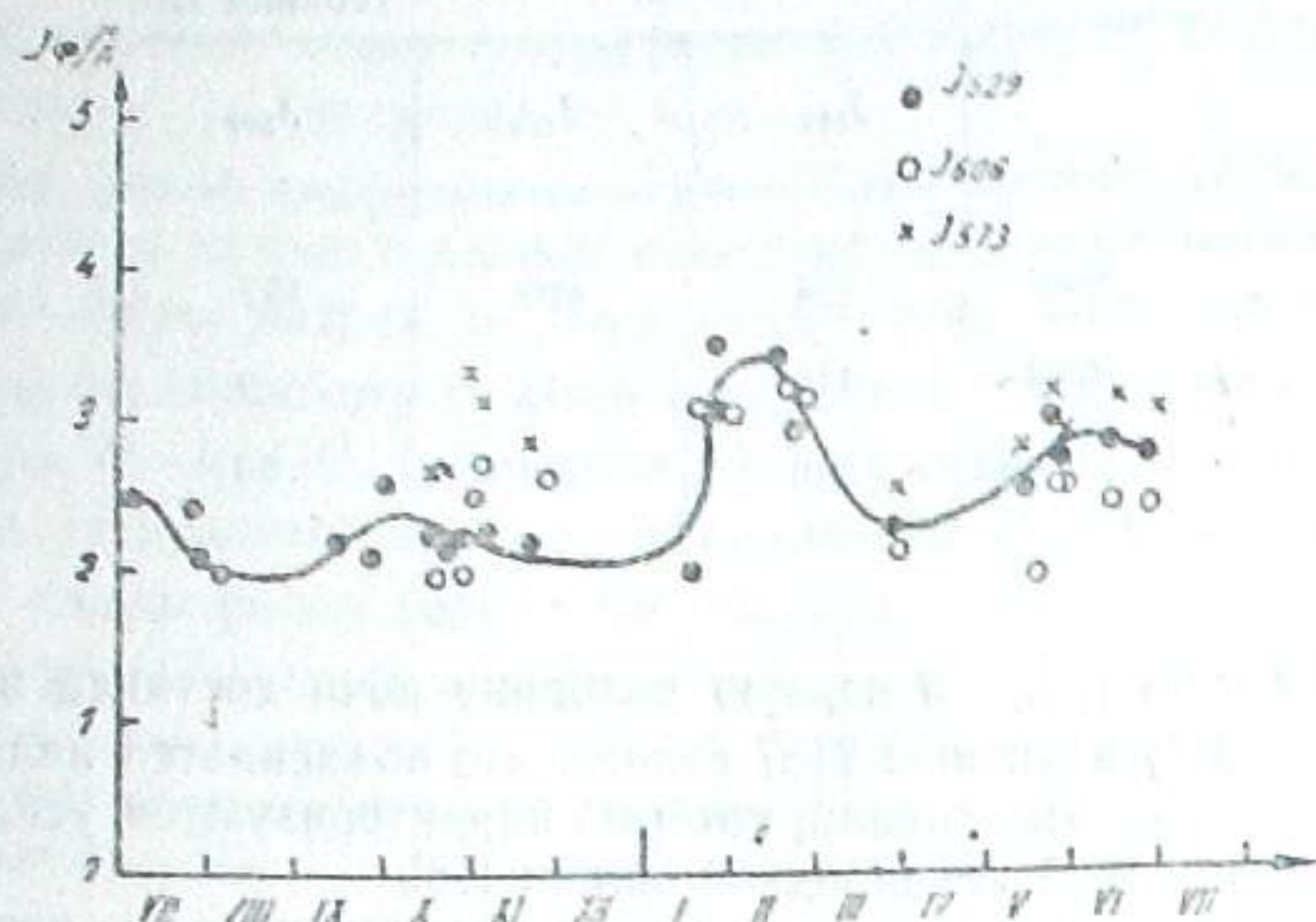


Рис. 8

ющего светофильтра попадают P ветви полосы (8—2) OH и R ветви полосы (5—0) OH ; поэтому вариации J_{606} почти всегда совпадают с вариациями интенсивности инфракрасных полос OH . Последний факт может служить доказательством одинакового поведения как видимых, так и инфракрасных полос атмосферного гидроксила. 3) Наконец, третьей составляющей непрерывного фона является рассеянный солнечный свет, который присутствует в атмосфере даже в полночь [18] и ответственен за июньский максимум сезонного хода интенсивности непрерывного фона, когда количество рассеянного солнечного света должно увеличиваться, в особенности в северной части неба, в направлении на которую велись наблюдения ($Z=51^\circ N$).

Октябрь, 1958

SOME RESULTS OF THE ELECTROPHOTOMETRIC OBSERVATIONS OF THE OI , Na , OH EMISSIONS AND CONTINUUM IN THE AIRGLOW

L. M. FISHKOVA, G. V. MARKOVA

(Summary)

The total intensity of the airglow OH bands in the near infrared and intensity of the $[OI]$ 5577, $[OI]$ 6300, Na 5893 airglow emissions have been measured at the Abastumani astrophysical observatory within the period from July 1957 to June 1958. The value obtained for the mean total intensity of the OH (8—4), (3—0), (9—5), (4—1) bands is 19400 rayleighs; this value is 30 per cent greater than in 1954—55; seasonal variations of the OH emission in 1957—58 have more irregular character than in 1954—55. The slight increase in the OH intensity correlate with maximum of solar activity in 1957—58. The diurnal variations of the OH intensity as the same years have minimum at the midnight and maximum between 2^h and 4^h local time. The

$[OI]$ 5577 intensity has diurnal maximum near the midnight and pass ahead of the OH intensity by 2—3 hours; the diurnal variations of the Na 5893 intensity correlate with the OH bands; the $[OI]$ 6300 emission is more intensive at the beginning and at the ending of night. The continuum intensity has been measured at $\lambda\lambda$ 5290 \AA , 5730 \AA , 6060 \AA , its diurnal variations are either independent or parallel to the $[OI]$ 5577 or OH . The seasonal variations of the continuum intensity has two maxima—the great at January and low at June. It is assumed, that continuum consists of three components; a) the own emission of the upper atmosphere, b) the nonresolved bands. c) the scattered solar light.

October, 1958

ЛИТЕРАТУРА

1. Мегрелишвили Т. Г. и Фишкова Л. М. Об исследовании свечения верхней атмосферы. Информац. бюллет., Международный геофизический год, 1958, № 5.
2. Фишкова Л. М., Вариации интенсивности свечения ночного неба в ближней инфракрасной области. Бюлл. Абастум. астрофиз. обс., 1955, № 19.
3. Красовский В. И. Новое излучение ночного неба на участке 8000—11000 \AA . Изв. Крым. астрофиз. обс., 1950, 5.
4. Красовский В. И. Природа инфракрасного излучения ночного неба. ДАН СССР, 1950, 70, № 4; 73, № 6.
5. Фёдорова Н. И. Инфракрасный спектр северного ночного неба в области 9500—11500 \AA . Астрон. журн., 1957, 34, № 2.
6. Торопова Т. П. Определение количества водяного пара, содержащегося в атмосфере, спектроскопическим методом. ДАН СССР, 1952, 86, № 1.
7. Кузнецов В. С. Вычисление коэффициентов поглощения водяного пара при отклонениях от закона Буге. Труды ГЕОФИАН, 1954, № 23 (150).
8. Roach F. E. Manual for photometric Observations of the Airglow during the JGY. Nat. Bureau of Standards, 1956, Report № 5006.
9. Stebbins J. Six-color photometry of stars. IV. The variation of α Ursae Minoris at different wave lengths. Aph. J., 1946, 103, № 2.
10. Schoenberg E. Theoretische photometry. Handl der Aph., 1929, 2, 202.
11. Фесенков В. Г. Метеорная материя в межпланетном пространстве. Изд. АН СССР, 1947.
12. Красовский В. И. Происхождение гидроксильной системы в излучении ночного неба. Усп. физ. наук., 1957, 63, вып. 4.
13. Фишкова Л. М. О связи свечения ночного неба с солнечной активностью. Бюлл. Солнечные данные, 1957, № 1.
14. Родионов С. Ф. и др. Годичный ход инфракрасного излучения ночного неба. ДАН ССР, 1954, 98, 957.
15. Berthier P. Variations d'intensité post-crépuseulaires et nocturnes des bands de OH et O_2 du proche infrarouge. C. R., 1955, 240, № 19.
16. Фишкова Л. М. и Маркова Г. В. Электрофотометрические наблюдения низкоширотного полярного сияния 11—12 февраля 1958 г. в Абастумани. Астрон. Цирк. АН СССР, 1958, № 191.
17. Barbier D., Dubay J., Williams D. Recherches sur l'émission de la raie vert de la lumière de ciel nocturne, Ann. d' Aph., 1951, 14, 399.
18. Хвостиков И. А. Свечение ночного неба. Изд. АН СССР, 1948.

СИСТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОГРЕШНОСТИ ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРОВ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТЕПЕНИ ПОЛЯРИЗАЦИИ СВЕТА

инж. Л. КСАНФОМАЛИТИ

Электронным поляриметрам, применяемым в Пулковской и Абастуманской обсерваториях [1], присущи серьезные погрешности, определяемые некоторыми особенностями их электрической схемы. Входным устройством этих приборов являются вращающийся поляризатор и фотоэлектронный умножитель (ФЭУ), нагрузка которого состоит из ряда переключаемых реактивно-емкостных элементов RC . Стремление снизить частые хаотические колебания тока фотоэлектронного умножителя заставляет выбирать достаточно большие постоянные времени, определяемые произведением RC .

Регистрирующий прибор (осциллограф, с экрана которого снимается фотограмма) связан с нагрузкой ФЭУ усилителем постоянного тока. Отношение переменной составляющей к постоянной на фотограмме рассматривается как степень поляризации исследуемого света. Приводимый ниже простой анализ доказывает неточность этого метода.

Для удобства рассмотрения предполагается, что фотоумножитель, усилитель постоянного тока и осциллограф работают в линейном режиме. Тогда поляризованная F_p и неполяризованная F части светового потока вызовут пропорциональные им переменную I_{\sim} и постоянную I части тока ФЭУ:

$$\frac{F_p}{F} = \frac{I_{\sim}}{I} \quad (1)$$

Для перехода к усилителю постоянного тока (являющемуся в данном случае усилителем постоянного напряжения) используется цепь нагрузки RC , на которой выделяются переменная U_{\sim} и постоянная U составляющие выходного напряжения ФЭУ. Совершенно очевидно, что соотношение

$$\frac{F_p}{F} = \frac{U_{\sim}}{U} \quad (2)$$

может быть справедливо лишь в том случае, если нагрузки по переменному и постоянному токам равны, иными словами, если

$$\frac{Z_{\sim}}{Z} = \frac{Z_{\sim}}{R} = 1. \quad (3)$$

Если это равенство не соблюдается, то при достаточно большом внутреннем сопротивлении ФЭУ, что почти всегда имеет место, вместо соотношения (2) справедливым будет соотношение (4):

$$\frac{F_p}{F} = \frac{U_{\sim}}{U} K, \quad (4)$$

где

$$K = \frac{Z}{Z_{\sim}} = \frac{R}{Z_{\sim}} \quad (5)$$

Известно, что полная проводимость сложной цепи, состоящей из активной (R) и реактивной емкостной (C) ветвей равна их геометрической сумме:

$$Y = \sqrt{Y_1^2 + Y_2^2} \quad (6)$$

В рассматриваемом случае

$$Y_1 = \frac{1}{R}, \quad \text{а } Y_2 = \omega C,$$

где

ω — угловая частота. Из (5) коэффициент K :

$$K = \frac{R}{Z_{\sim}} = R Y_{\sim} = R \sqrt{\frac{1}{R^2} + \omega^2 C^2} \quad (7)$$

Окончательно коэффициент K получается путем замены угловой частоты на частоту тока

$$\omega = 2\pi f \quad (8)$$

$$K = \sqrt{1 + (\omega RC)^2} = \sqrt{1 + 4\pi^2 f^2 (RC)^2} = \sqrt{1 + 39,5 f^2 (RC)^2} \quad (9)$$

Здесь R выражено в мегомах, C в микрофарадах, f в герцах.

Из выражения (9) следует, что:

1. Показания прибора принципиально могут быть только заниженными (или верными при $C=0$).

2. Погрешность быстро растет с повышением частоты и постоянной времени RC .

Ниже оцениваются постоянные погрешности для пулковского и абастуманского поляриметров.

Пулковский прибор. $R=47$ мом, $C=500$ пф. Поляриод вращается со скоростью 60 об/мин. Следовательно электрическая частота

$$f = \frac{2\pi}{60} = 2 \text{ гц}$$

и постоянная времени

$$RC = 47 \cdot 500 \cdot 10^{-6} = 23,5 \cdot 10^{-3} \text{ сек}$$

Из уравнения (9) найден коэффициент K :

$$K = \sqrt{1 + 39,5 \cdot 2^2 \cdot (23,5 \cdot 10^{-3})^2} = 1,043$$

(поправка около 4%).

Абастуманский прибор. Имеется ряд положений переключателя усиления:

	1	2	3	4	5
R , мом	100	2	10	50	100
C , мф	0,01	0,01	$5 \cdot 10^{-3}$	$2,4 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$
RC , сек	1,0	0,02	0,05	0,12	0,12

Фиксированные скорости вращения поляриода и соответствующие электрические частоты:

n , об/мин	44,5	29	8,96	5,82
f , гц	1,483	0,966	0,299	0,194

Вычисленные для разных f и RC коэффициенты K приведены ниже в таблице

RC , сек	f , гц	0,1	0,02	0,05	0,12
1,483		9,38	1,015	1,10	1,50
0,966		6,15	1,01	1,045	1,24
0,299		2,13	1,00	1,00	1,025
0,194		1,58	1,00	1,00	1,01

Таким образом, погрешность в важнейших случаях недопустимо велика. Для получения результатов, согласующихся с опубликованными данными, поправку следует вводить при каждом измерении.

Приведенный анализ показывает, что реактивностью цепей в подобных устройствах, вопреки распространенному мнению, нельзя пренебрегать даже при весьма низких частотах.

Июль, 1959

SYSTEMATIC ERRORS OF ELECTRIC INSTRUMENT FOR MEASURE OF LIGHT POLARIZATION

by L. XANFOMALITY, ENGINEER

Usually polarization is measured as ratio of the a. c. voltage to the d. c. voltage at plate load of the photomultiplier. To prevent the appearance of the plate current rapid fluctuations many authors recommend to connect the condenser across the plate load resistance. When frequency of modulation of the light beam is made low enough and RC is also low errors of the ratio of the a. c. voltage to the d. c. voltage are often neglected.

Nevertheless these errors may become of importance even at very low RC and frequency.

For example use $f=0,966$ cps and $RC=0,12$ sec (100,0 mΩ and 1200 pF) distorts the ratio at 1,24 times. The measured volume of ratio may be corrected according to the following equation:

$$F_p = F_{mas} \sqrt{1 + 39,5 f^2 (RC)^2}$$

July, 1959

12. აბსტ. ასტროფ. თბს. ბიულ., № 24

ЛИТЕРАТУРА

1. Мюхкюря В. И. Дифференциальный самопишущий электрофотометр для измерения яркости, цвета и поляризации небесных объектов (автореферат кандидатской диссертации), Л., 1954.
2. Чечик Н. О., Файнштейн С. М., Лифшиц С. М. Электронные умножители, изд. второе, М., 1957.
3. Шаронов В. В. Природа планет, М., 1958.

შენიშვნა—СОДЕРЖАНИЕ

1. Эмиссионные звезды в участке μ Цефея. М. В. Долидзе, В. В. Вязовов . . . 3
The stars with $H\alpha$ -emission in the region around μ Cephei. M. V. Dolidze, V. V. Viazovov (Summary) 5
2. Звезды с яркой линией $H\alpha$ около скопления NGC 7380. М. В. Долидзе
The stars with $H\alpha$ -emission around the cluster NGC 7380. M. V. Dolidze (Summary) 11
3. Электрофотометрия затменных переменных звезд RR Рыси и Υ Лебеда. Н. Л. Магалашвили, Я. И. Кумсисвили 13
Photoelectric observations of the eclipsing variable stars RR Lyn and Υ Cyg. N. L. Magalashvili, J. J. Kumsishvili (Summary) 24
4. Некоторые результаты фотометрии кометарной туманности NGC 2261. Н. А. Размадзе 25
Some results of the photometry of the cometary nebula NGC 2261. N. A. Razmadze (Summary) 28
5. Изофоты планетарной туманности NGC 6853 в излучении $\lambda 3727$ [ОП], Н. А. Размадзе, Р. С. Ирошников, Э. В. Коток 31
Isophotes of the planetary nebula NGC 6853 in the light $\lambda 3727$ [ОП]. N. A. Razmadze, R. S. Iroshnikov, E. W. Kotok (Summary) 33
6. Опыт определения лучевых скоростей звезд с помощью объективной призмы, установленной перед 70-см менисковым телескопом. Р. И. Киладзе 35
On the experimental determinations of stellar radial velocities by means of the objective prism attached to the 70-cm meniscus type telescope. R. I. Kiladze (Summary) 83
7. Замечания к исследованию поглощения света в направлении на галактический центр. Т. А. Кочлашвили 85
On the absorption of light in the direction to the centre of the Galaxy T. A. Kotchlashvili (Summary) 90
8. О зависимости между двумя фотометрическими системами звездных величин М. А. Кочлашвили 91
On the dependence between two photometric systems of star magnitudes T. A. Kotchlashvili (Summary) 96
9. Исследование межзвездного поглощения на основе данных о цветовых избытках долгопериодических цефеид. А. Ф. Торонджадзе, А. Ш. Хатисов 97
An investigation of the interstellar absorption on the base of the color-excess data for the longperiod Cepheids. A. Ph. Toronjadze, A. Sh. Khatisov (Summary) 108
10. Номограммы и счетная линейка для определения величины космического поглощения. А. Ф. Торонджадзе 109
The nomogram and the sliding-rule for the cosmic absorption determination. A. Ph. Toronjadze (Summary) 116
11. Об использовании эмпирического закона распределения плотностей поглощающего вещества перпендикулярно галактической плоскости для учета поглощения. А. Ф. Торонджадзе 117
On the application to the absorption calculation of the empirical Law of the absorbing medium density distribution normally to the galactic plane. A. Ph. Toronjadze (Summary) 122

12. О законе распределения плотностей поглощающего вещества перпендикулярно галактической плоскости. А. Ф. Торонджадзе	123
On the law of absorbing medium density distribution perpendicularly to the galactic plane. A. Ph. Toronjadz e (Summary)	127
13. Определение параметров функции распределения скоростей для шаровых скоплений на основе применения принципа максимума правдоподобия. Р. М. Дзигвашвили	129
The determination of parameters of the velocity distribution function for the globular clusters on the base of the maximum Likelihood principle. R. M. Dzigvashvili (Summary)	142
14. Об ограниченной задаче трех тел, когда притягиваемое тело имеет переменную массу. Н. Г. Магнарадзе	145
On the restricted three-body problem for the case when the attracted body has the variable mass. N. G. Magnaradze	158
15. Некоторые результаты электрофотометрических наблюдений эмиссий <i>OI</i> , <i>Na</i> , <i>OH</i> и непрерывного фона в свечении ночного неба. В. М. Фишкова и Г. В. Маркова	161
Some Results of the electrophotometric observations of the <i>OI</i> , <i>Na</i> , <i>OH</i> emissions and continuum in the airglow. L. M. Fishkova, G. V. Markova (Summary)	172
16. Систематические погрешности электронных приборов для определения степени поляризации света. инж. Л. Ксанфомалити	175
Systematic errors of electric instrument for measure of light polarization. by L. Xanfomality, Engineer.	177

დაბეჭდა საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის
სარედაქციო-საგამომცემო საბჭოს დადგენილებით

რედაქტორი ე. ხარაძე
გამომცემლობის რედაქტორი დ. ბაქრაძე
ტექნიკური ა. თოდუა
კორექტორი გ. ჯაყელი

გადაეცა წარმოებას 20.8.1959; ანაწყოების ზომა 7×12 ;
ხელმოწერილია დასაბეჭდად 24.12.1959; ქაღალდის ზომა $70 \times 108^{1/16}$;
ქაღალდის ფურცელი 5,87; საბეჭდი ფურცელი 16,0;
საბეჭდო ფურცელი 12,88; საალრიცხო-საგამომცემლო ფურცელი 13,21.
შეკვეთა 1378; უე 03867; ტირაჟი 800.
ფასი 10 მან. 30 კაპ.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის გამომცემლობის სტამბა
თბილისი, გ. ტაბიძის ქ. № 3/5



ფანი 10 მან. 20 კაპ.

18/27