

полученные этим методом, остаются вполне справедливыми только при сделанных предположениях. При отличных от этих предположений условиях, метод следует, очевидно, применять с соответствующими модификациями. Впрочем, это относится и к некоторым результатам работы [4], где при принятых в этой статье предположениях особый характер хода

кривых $\frac{\bar{v}_t}{\bar{v}_r}$ по широтам совершенно определенно приводит к наклону оси вертексов к галактическому экватору. При других условиях такой ход кривой быть может найти объяснение какими-нибудь другими причинами. Во всяком случае, этот вопрос требует специального рассмотрения, что мы и намерены сделать в ближайшем будущем.

Июль, 1957 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Колхидашвили М. Г., Астрон. Ж. 1952, 29, № 1.
2. Smart W. M., Stellar Dynamics, 1938.
3. Киселев А. А., Вестник Ленингр. гос. уннв. 1956, № 19, вып. 4.
4. Колхидашвили М. Г., Бюлл. Абастуманской астрофиз. обсерватории 1956, № 20.
5. Эйнасто Я. Э., Публикация Тартуской астрон. обсерватории, 1955, № 1.
6. Фихтенгольц Г. М., Основы математического анализа, III, 343.
7. Moore A., Publ. Lick. obs., 1932, 18.

ON THE DETERMINATION OF ELEMENTS OF THE ELLIPSOID EXPRESSING THE DISTRIBUTION OF THE v_r AND v_t COMPONENTS OF STAR VELOCITIES

M. G. KOLKHIDASHVILI

(Summary)

The expression of the mean peculiar radial velocity referred to in [2] is applied.

On an assumption of an equal velocity distribution in all directions and of a uniform stellar distribution in the sky, mean v_r and v_t values are obtained. The value of the moment of radial velocities derived in the paper is additionally involved in order to determine H and K. As observational data the radial velocities of 2225 stars from the Moore catalogue are taken.

July, 1957.

БЮЛЛЕТЕНЬ АБАСТУМАНСКОЙ АСТРОФИЗИЧЕСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ № 23, 1958

К ВОПРОСУ ОБ ИЗУЧЕНИИ ГАЛАКТИЧЕСКИХ ОРБИТ ЗВЕЗД

Р. М. ДЗИГВАШВИЛИ

В нашей работе [1] мы изучали элементы галактических орбит, на основе применения потенциала, и некоторые закономерности движения звезд. При этом за исходное выражение был взят потенциал П. П. Паренаго [2], который, по нашему мнению, достаточно хорошо представляет реальную картину распределения масс в Галактике. Аналитическое выражение потенциала П. П. Паренаго получено на основе наблюдательных данных о кинематике звезд, находящихся около Солнца. Поэтому, естественно было предположить, что для применения этого потенциала для изучения движений звезд в внутренних и периферийных областях Галактики, нет полных оснований. В. А. Амбарцумян высказал мысль о целесообразности применения другого выражения потенциала и сравнения полученных при этом результатов с выводами, вытекающими из потенциала П. П. Паренаго.

Задачей этой работы, именно и является исследование некоторых характеристик движения звезд в Галактике на основе применения другого выражения потенциала.

За такое выражение мы решили взять потенциал Г. Г. Кузмина [3]:

$$\phi = \frac{\Phi_0}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{\zeta_0^2}}} \quad (1)$$

Здесь Φ_0 — значение потенциала в центре Галактики, R — расстояние от звезды до оси симметрии Галактики, а ζ_0 — некоторая постоянная. Этот потенциал получен, в основном, по тем же наблюдательным данным как и потенциал Паренаго, но подход и постановка вопроса здесь другие. Мы поставили себе целью выяснить, насколько изменяются элементы орбит и другие характеристики движений звезд с изменением выражения потенциала (если параметры этих потенциалов определены на основе одних и тех же наблюдательных данных).

Интересно так же выяснить, насколько справедливо применение этих потенциалов для изучения движений во внутренних и периферийных областях Галактики, для которых наблюдательные данные почти отсутствуют.

Для того, чтобы полученные на основе потенциала Кузмина результаты сравнить с результатами [1], мы решили изучить закономерности движений звезд методами, примененными в работах [1] и [2].

С целью изучения некоторых существенных характеристик движения звезд в Галактике, в работе [1] была применена формула

$$-\frac{h^2}{2R^2} + \Phi + H = 0, \quad (2)$$

где h —угловой момент движения, H —полная энергия, Φ —гравитационный потенциал Галактики, а R —расстояние от звезды до оси симметрии Галактики.

Уравнение (1) имеет два вещественных корня R_1 и R_2 , которые являются минимальными и максимальными значениями R . Ниже, на основе (2), для выражения потенциала (1) выводятся формулы, которые служат для исследования некоторых характеристик движения звезд.

Уравнение (2) для R_1 и R_2 принимает вид:

$$-\frac{h^2}{2R_1^2} + \Phi_1 + H = 0 \quad (3)$$

$$-\frac{h^2}{2R_2^2} + \Phi_2 + H = 0 \quad (4)$$

Определяя из уравнений (3) и (4) H , получим:

$$H = \frac{h^2}{2R_1^2} - \Phi_1 \quad (5)$$

$$H = \frac{h^2}{2R_2^2} - \Phi_2. \quad (6)$$

Если выражение (1) подставим в уравнения (5) и (6), получим:

$$H = \frac{h^2}{2R_1^2} - \frac{\Phi_0}{\sqrt{1 + R_1^2/\zeta_0^2}} \quad (7)$$

$$H = \frac{h^2}{2R_2^2} - \frac{\Phi_0}{\sqrt{1 + R_2^2/\zeta_0^2}}. \quad (8)$$

Приравнивая выражения (7) и (8) одно к другому будем иметь:

$$\frac{h^2}{2R_1^2} - \frac{\Phi_0}{\sqrt{1 + R_1^2/\zeta_0^2}} = \frac{h^2}{2R_2^2} - \frac{\Phi_0}{\sqrt{1 + R_2^2/\zeta_0^2}}$$

Отсюда можем написать:

$$h^2 \left(\frac{1}{2R_1^2} - \frac{1}{2R_2^2} \right) = \Phi_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 + R_1^2/\zeta_0^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + R_2^2/\zeta_0^2}} \right)$$

Наконец, для h^2 получим:

$$h^2 = \frac{\Phi_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 + R_1^2/\zeta_0^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + R_2^2/\zeta_0^2}} \right)}{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{R_2^2} \right)}. \quad (9)$$

Если выражение h^2 из (9) подставим в (8), то

$$H = \frac{\Phi_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 + R_1^2/\zeta_0^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + R_2^2/\zeta_0^2}} \right)}{2 \left(\frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{R_2^2} \right)} \cdot \frac{1}{2R_1^2} - \frac{\Phi_0}{\sqrt{1 + R_1^2/\zeta_0^2}}. \quad (10)$$

Постоянная h является угловым моментом движения и равна

$$h = v_\theta \cdot R, \quad (11)$$

где v_θ есть тангенциальная компонента скорости звезды.

Из (11) можно получить

$$h^2 = v_\theta^2 \cdot R^2. \quad (12)$$

Определим v_θ^2 из (12):

$$v_\theta^2 = \frac{h^2}{R^2}. \quad (13)$$

Для v_θ и R возьмем начальные значения. Тогда выражение (13) можно переписать так:

$$v_{\theta 0}^2 = \frac{h^2}{R_0^2}. \quad (14)$$

Вместо h^2 в выражение (18) подставим его значение из (9).

$$v_{\theta 0}^2 = \frac{1}{2R_0^2} \frac{\Phi_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 + R_1^2/\zeta_0^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + R_2^2/\zeta_0^2}} \right)}{\frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{R_2^2}} \quad (15)$$

H есть полная энергия звезды:

$$2H = v_{\theta 0}^2 + v_{R 0}^2 + \frac{2\Phi_0}{\sqrt{1 + R_0^2/\zeta_0^2}}$$

Отсюда:

$$v_{R 0}^2 = 2H - v_{\theta 0}^2 - \frac{2\Phi_0}{\sqrt{1 + R_0^2/\zeta_0^2}}. \quad (16)$$

Если в выражение (16) вместо H и $v_{\theta 0}$ подставим их значения из (10) и (15), получим:

$$v_{R 0}^2 = \frac{2\Phi_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 + R_1^2/\zeta_0^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + R_2^2/\zeta_0^2}} \right)}{2 \left(\frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{R_2^2} \right)} \cdot \frac{1}{2R_0^2} - \frac{2\Phi_0}{\sqrt{1 + R_0^2/\zeta_0^2}} - \frac{1}{2R_0^2} \frac{\Phi_0 \left(1/\sqrt{1 + \frac{R_0^2}{\zeta_0^2}} - 1/\sqrt{1 + \frac{R_0^2}{\zeta_0^2}} \right)}{\frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{R_2^2}} \frac{2\Phi_0}{\sqrt{1 + \frac{R_0^2}{\zeta_0^2}}} \quad (17)$$

Отсюда, путем преобразования, выражение (17) принимает следующий вид:

$$v_{R_0}^2 = \frac{\Phi_0 \left(\sqrt{\frac{1}{1 + \frac{R_1^2}{\zeta_0^2}}} - \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{R_2^2}{\zeta_0^2}}} \right) \left(\frac{1}{2R_1^2} - \frac{1}{2R_2^2} \right)}{\frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{R_2^2}} - 2\Phi_0 \left(\sqrt{\frac{1}{1 + \frac{R_1^2}{\zeta_0^2}}} - \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{R_2^2}{\zeta_0^2}}} \right) \quad (18)$$

Выражения (15) и (18) дают возможность построить кривые одинаковых R_1 и R_2 по начальным скоростям звезд, на различных расстояниях от центра Галактики (рис. 1, 2).

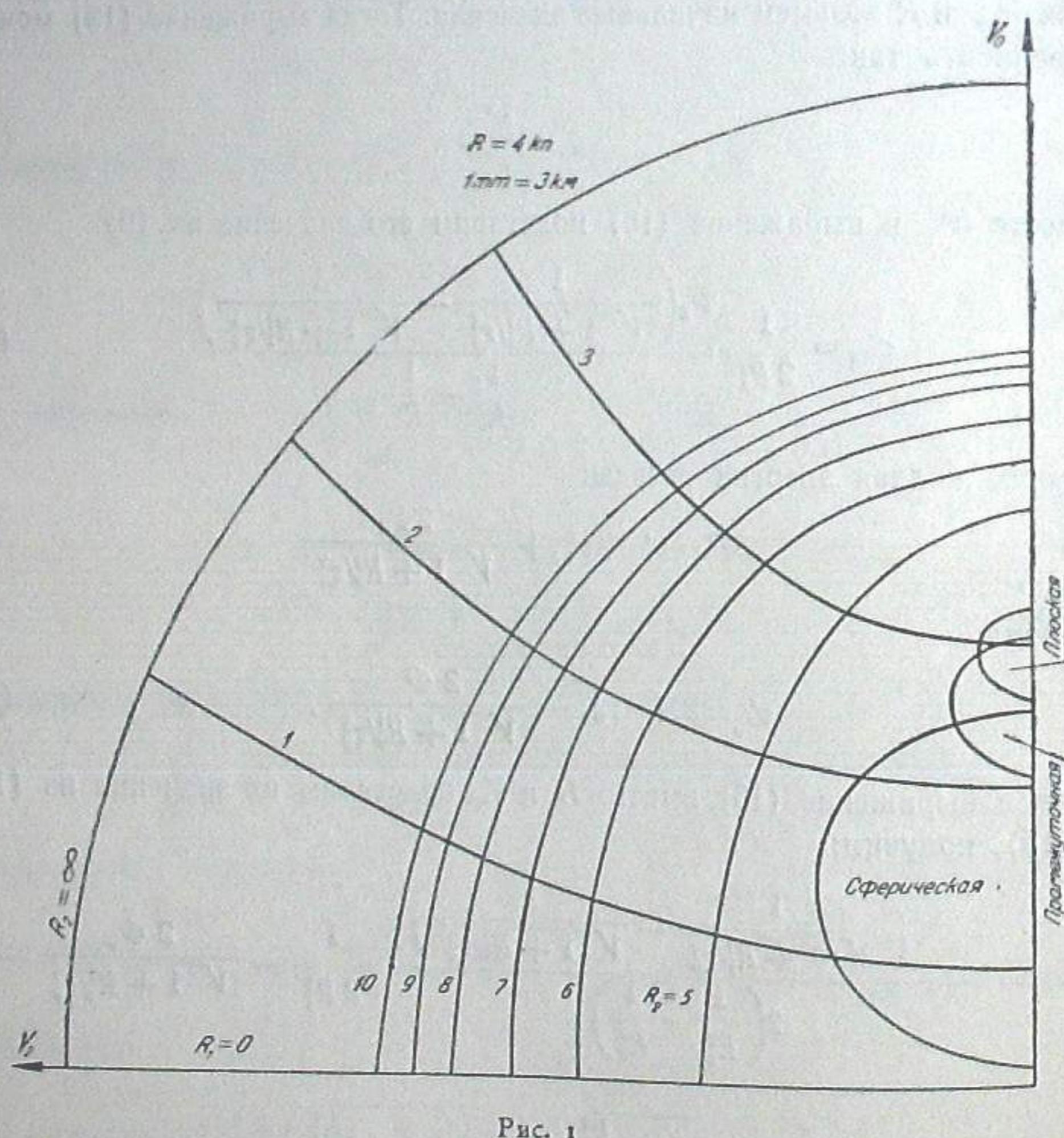


Рис. 1

Методы построения диаграмм подробно описаны в работах [1] и [2].

Теперь рассмотрим вопрос об определении аномалистического периода обращения звезды вокруг центра Галактики.

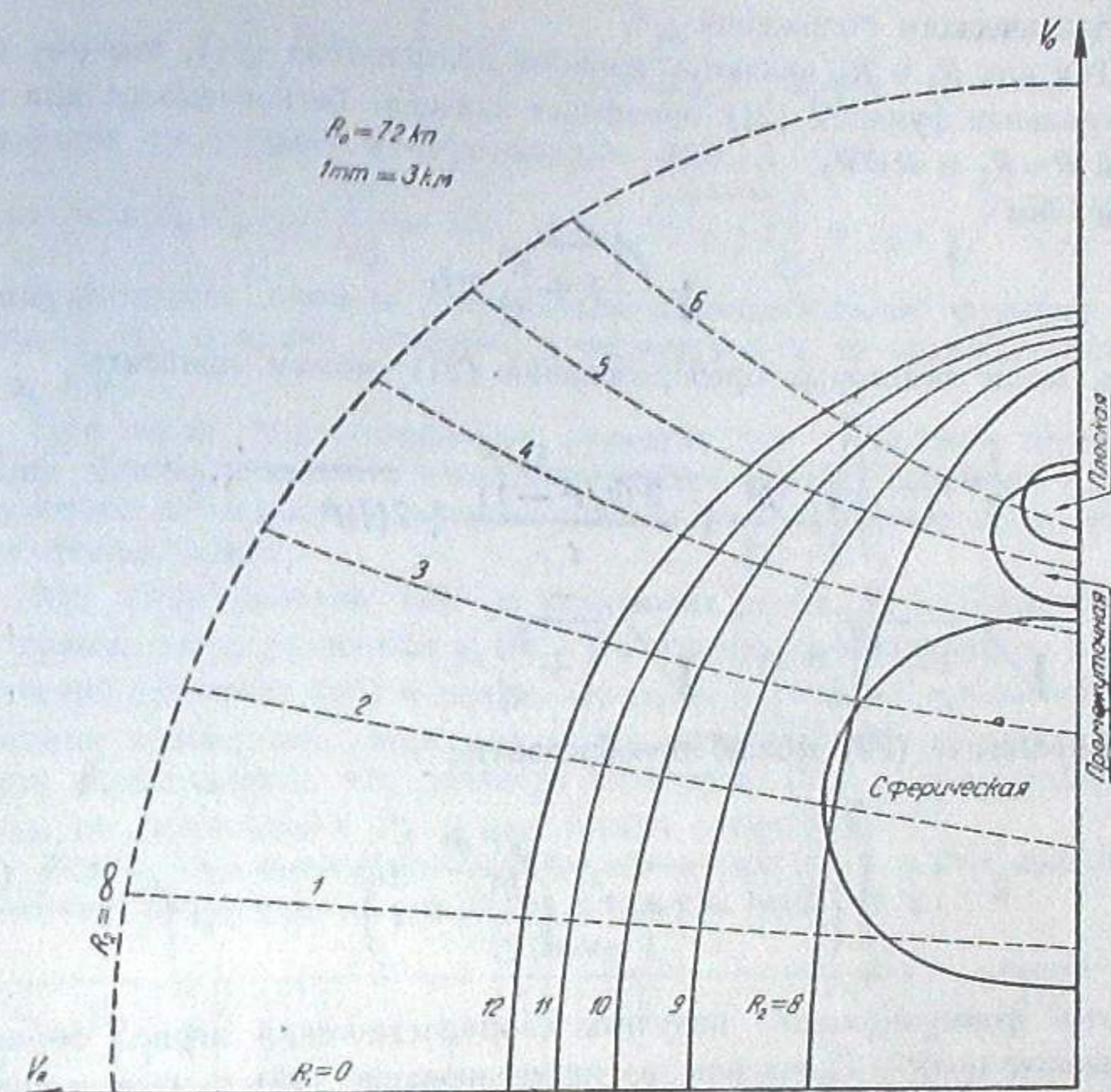


Рис. 2.

В работе [1] было получено соотношение:

$$dt = \frac{dR}{\left\{ -\frac{h^2}{R^2} + \Phi + 2H \right\}^{1/2}} \quad (19)$$

Для потенциала Кузмина это соотношение принимает вид:

$$dt = \frac{dR}{\left\{ -\frac{h^2}{R^2} + \frac{2\Phi_0}{\sqrt{1 + \frac{R_0^2}{\zeta_0^2}}} + 2H \right\}^{1/2}} \quad (20)$$

Аномалистический период можно получить из (20) путем интегрирования:

$$\frac{1}{2} P_a = \int_{R_1}^{R_2} \frac{dR}{\left\{ -\frac{h^2}{R^2} + \frac{2\Phi_0}{\sqrt{1 + \frac{R_0^2}{\zeta_0^2}}} + 2H \right\}^{1/2}} \quad (21)$$

Здесь $\frac{1}{2} P_a$ представляет время, которое нужно для того, чтобы звез-

да, двигаясь по своей траектории, дошла от апогалактического до перигалактического положения.

Так как R_1 и R_2 являются корнями знаменателя (21), поэтому подинтегральная функция (21) принимает значение бесконечности для значений $R=R_1$ и $R=R_2$.

Обозначим

$$\sqrt{1 + \frac{R^2}{\zeta_0^2}} = t,$$

тогда, после некоторых преобразований (21), можем написать:

$$\frac{1}{2} P_a = \int_{a_1}^{a_2} \left\{ -\frac{\zeta_0 t dt}{\zeta_0^2 + \frac{2\Phi_0(t^2-1)}{t} + 2H(t^2-1)} \right\}^{1/2}, \quad (22)$$

где $a_1 = \sqrt{1 + \frac{R_1^2}{\zeta_0^2}}$ и $a_2 = \sqrt{1 + \frac{R_2^2}{\zeta_0^2}}$.

Выражение (22) можно преобразовать:

$$\frac{1}{2} P_a = \int_{a_1}^{a_2} \frac{\zeta_0 t^2 dt}{\left\{ 2Ht^4 + 2\Phi_0 t^3 - \left(\frac{R^2}{\zeta_0^2} + 2H \right) t^2 + 2\Phi_0 t \right\}^{1/2}}. \quad (23)$$

По этой формуле можно получить аномалистический период обращения вокруг центра Галактики, но интегрирование (23) в элементарных функциях невозможно и надо интегрировать его приближенными методами.

Интеграл (23) можно довести путем сложных преобразований до следующей формулы:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} P_a &= \zeta_0 \int_a^b \frac{\alpha^2 dt}{V A(t^2+\lambda)(t^2+\mu)} + A_1 \int_{b_1}^{b_2} \frac{(t^2-1)^{-2} dt}{V A(t^2+\lambda)(t^2+\mu)} + \\ &+ B_1 \int_{b_1}^{b_2} \frac{(t^2-1)^{-1} dt}{V A(t^2+\lambda)(t^2+\mu)} + \int_{b_1}^{b_2} \frac{2(\alpha\beta - 2\alpha^2)t^2 + (2\alpha\beta - 2\beta^2)}{(t^2-1)V A(t^2+\lambda)(t^2+\mu)} dt, \end{aligned} \quad (24)$$

где b_1 и b_2 новые границы интеграла, а $\alpha, \beta, A, B, \mu, \lambda, A_1, B_1$ — определенные постоянные, значения которых здесь не приводятся. Первый член выражения (24) берется в элементарных функциях. Второй, третий и четвертый члены этого выражения являются эллиптическими интегралами Лагранжа первого, второго и третьего рода.

Вычисления по формуле (24) очень трудны. Трудность заключается, в основном, в необходимости вычисления коэффициентов $\alpha, \beta, A, B, \mu, \lambda, A_1, B_1$, для каждого значения P_a (всего вычисляется 77 значений P_a по R_1 и R_2). Поэтому мы решили отказаться от применения формулы (24)

и решить задачу по формуле

$$\frac{1}{2} P_a = \zeta_0 \int_{a_1}^{a_2} \frac{t^2 dt}{(b_1 t^4 + b_2 t^3 + b_3 t^2 + b_4 t)^{1/2}} \quad (25)$$

методами численного интегрирования. Здесь $b_1 = 2H$

$$b_2 = b_4 = 2\Phi_0, \quad b_3 = -\frac{b^2}{\zeta_0^2} - 2H, \quad a_1 = \sqrt{1 + \frac{R_1^2}{\zeta_0^2}} \text{ и } a_2 = \sqrt{1 + \frac{R_2^2}{\zeta_0^2}}.$$

a_1 и a_2 являются корнями знаменателя подинтегральной функции (25); поэтому эта функция стремится к бесконечности на границах интеграла a_1 и a_2 .

При таких подинтегральных функциях для численного интегрирования можно применить известные методы [4]. Но сущность рассматриваемого нами вопроса допускает некоторое упрощение дела, чем мы и воспользовались.

Мы интегрировали (25) в интервалах $[a_1 + \varepsilon, a_2 - \varepsilon]$ (ε малое число по сравнению с разностью $a_2 - a_1$). Физическое соображение о том, что значения интеграла (25) в интервалах $(a_1, a_1 + \varepsilon)$ и $(a_2 - \varepsilon, a_2)$ соответствуют времени нахождения звезды на малых отрезках орбиты, дает возможность предполагать, что значения интеграла (25) в этих интервалах малы по сравнению с P_a и ими можно пренебречь.

Результаты интегрирования даются в таблице I, в которой даются значения аномалистических периодов по R_1 и R_2 (в кпс).

Таблица I

$R_1 \backslash R_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	24	28	34	42	56	68	80	90	95	100	130	
1	27	33	38	49	65	74	85	95	99	125	154	
2	40		48	54	70	78	90	97	120	150	165	
3			56	60	75	80	93	99	144	155	175	
4				75	80	86	96	105	153	170	180	
5					89	89	98	125	157	175	200	
6						90	102	130	165	178	215	
7							106	135	170	184	225	
8								169	209	222	245	
9									247	251	311	
10									267	311	345	
11												

По формулам (15) и (18) вычислены значения v_θ и v_R (в км/сек) по R_1 и R_2 , на различных расстояниях ($R_0 = 4$ кпс и $R_0 = 7.2$ кпс) от центра Галактики. Значения этих параметров приведены в таблицах II и III.

Таблица II ($R=4$ кпс)

$R_2 \backslash R_1$	5	6	7	8	9	10
	v_R	v_θ	v_R	v_θ	v_R	v_θ
0	172	0	236	0	276	0
1	163	81	235	95	261	105
2	136	168	192	188	221	202
3	92	242	138	265	155	285
4	0	292	0	316	0	337

Таблица III ($R_0=7.2$ кпс)

$R_1 \backslash R_2$	8		9		10		11		12	
	v_θ	v_R								
0	0	116	0	165	0	196	0	222	0	240
1	60	113	63	161	65	193	66	215	67	233
2	113	108	120	148	124	178	138	199	131	215
3	155	96	163	134	168	159	174	178	177	194
4	190	82	200	115	208	137	214	152	221	165
5	220	63	230	92	237	112	244	128	250	140
6	243	96	252	65	260	82	268	95	275	116
7.2	286	0	292	0	299	0	304	0	310	0

В таблице IV даются значения дисперсии скоростей (Σ_θ и Σ_R) и скорости центроидов для различных подсистем на расстоянии $R_0 = 4$ кпс и $R_0 = 7$ кпс.

Таблица IV

R_0	Плоская подсистема			Промежуточная подсистема			Сферическая подсистема		
	v_θ	Σ_R	Σ_θ	v_θ	Σ_R	Σ_θ	v_θ	Σ_R	Σ_θ
4	221	27	22	195	40	34	102	110	94
7.2	223	17	219	27	114	74			

По этим таблицам в которых v_θ , Σ_R и Σ_θ даются в км/сек-ах, а R_0 , R_1 , R_2 в килопарсеках, построены диаграммы с осями координат v_r и v_θ .

По таблицам I и II построены (на диаграммах) кривые $R_1=\text{const}$ и $R_2=\text{const}$, а по данным таблицы IV вычерчены эллизы распределения скоростей для различных звездных составляющих (подсистем), внутри которых помещаются 70% звезд данной составляющей.

При помощи этих диаграмм можно определить апогалактическое и перигалактическое расстояния звезды (R_1 и R_2) по v_R и v_θ . Интересно сравнить результаты этих диаграмм (построенных на основе гравитационного потенциала Кузмина) с диаграммами нашей предыдущей работы [1], которые построены на основе гравитационного потенциала П. П. Паренаго.

В таблицах V и VI приведены результаты такого сравнения.

В таблицах V и VI приведены апогалактические и перигалактические расстояния R_1 и R_2 по v_R и v_θ . Значения v_R и v_θ выбираются так, чтобы они соответствовали точкам пересечения кривых $R_1=\text{const}$ и $R_2=\text{const}$, на диаграммах, построенных в работе [1].

В таблице VII представлена полоса возможного движения ($R_2 - R_1$) по v_R и v_θ . Значения этой полосы, полученные на основе гравитационного потенциала П. П. Паренаго и Г. Г. Кузмина почти одинаковы (можно сказать, что они одинаковы в границах точности определения R_1 и R_2).

К вопросу об изучении галактических орбит звезд

Таблица V ($R_0=4$ кпс)

Данные из работы [1]				Данные из диаграммы, построенной на основе потенциала Кузмина	
v_R	v_θ	R_1	R_2	R_1	R_2
153	0	0	5	0	4.8
146	76	1	5	1	4.8
125	145	2	5	1.7	4.8
90	206	3	5	2.6	4.8
0	225	4	5	4	4.7
209	0	6	0	5.6	
200	83	1	6	0.9	5.6
172	160	2	6	1.8	5.5
123	227	3	6	2.6	5.3
0	281	4	6	4	5
236	90	1	7	0.9	6.2
202	172	2	7	1.7	6
146	243	3	7	2.7	5.9
0	300	4	7	4	5.5

Таблица VI ($R_0=7.2$ кпс)

Данные из работы [1]				Данные из диаграммы на основе потенциала Кузмина	
v_R	v_θ	R_1	R_2	R_1	R_2
150	0	0	9	0	8.6
147	50	1	9	0.9	8.6
135	104	2	9	1.8	8.6
120	148	3	9	2.7	8.6
100	180	4	9	3.6	8.5
80	208	5	9	4.5	8.4
58	230	6	9	5.4	8.3

Таблица VII

$R_0=4$ кпс				$R_0=7.2$ кпс			
на основе потенциала П. П. Паренаго		на основе пот. Кузмина		на основе потенциала П. П. Паренаго		на основе пот. Кузмина	
v_R	v_θ	R_2-R_1	R_2-R_1	v_R	v_θ	R_2-R_1	R_2-R_1
153	0	5	4.8	150	0	9	8.6
146	76	4	3.8	147	50	8	7.7
125	145	3	3.1	135	104	7	6.8
90	206	2	2.2	120	148	6	5.8
0	225	1	0.7	100	180	5	4.8
209	0	6	5.6	80	208	4	3.7
200	83	5	4.70	58	230	3	2.8
172	160	4	3.7				
123	227	3	2.7				
0	281	2	1				
236	90	6	5.3				
202	172	5	4.3				
146	243	4	3.2				
0	300	3	1.5				

Приведем еще одну таблицу, которая ярче характеризует подобие результатов, получаемых на основе гравитационного потенциала Паренаго и Кузмина.

Таблица VIII

Данные, полученные на основе потенциала Паренаго			Данные полученные на основе потенциала Кузмина		
плоская под- система	промежут. подсистема	сферичес. подсистема	плоская под- система	промежут. подсистема	сферическая подсистема
R_0	$R_{2\max} - R_{1\min}$	$R_{2\max} - R_{1\min}$	$R_{2\max} - R_{1\min}$	$R_{2\max} - R_{1\min}$	$R_{2\max} - R_{1\min}$
4	1.3	2.0	4.7	1.4	2.0
7.2	3.0	3.5	7.5	2.3	3.1

В таблице VIII приведены значения $R_{2\max} - R_{1\min}$ для различных составляющих на расстояниях $R_0 = 4$ кпс и $R_0 = 7.2$ кпс, на основе потенциала Паренаго. В таблице IX даются те же величины на основе потенциала Кузмина.

Величина $R_{2\max} - R_{1\min}$ определяет галактические полосы возможного движения данной подсистемы (имеются в виду 68% звезд подсистемы т. е. те звезды, которые на диаграммах помещаются внутри эллипса распределения скоростей этой подсистемы).

Сравнение таблиц VIII и IX показывает, что значения галактической полосы возможного движения $R_{2\max} - R_{1\min}$ полученные на основе потенциалов Кузмина и Паренаго, мало отличаются одно от другого. Рассмотрение таблиц V, VI, VII также показывает, что и другие характерные параметры движения (R_1, R_2) хорошо согласованы между собой как для звезд, находящихся около Солнца, так и для центральных и периферийных областей Галактики. Все это дает возможность сделать следующие выводы.

Основные закономерности движения остаются справедливыми для различных выражений потенциала, если параметры потенциала определены на основе одних и тех же наблюдательных данных. Параметры, характеризующие движения, меняются незначительно с изменением выражения потенциала.

Так как различные потенциалы (параметры которых определены на основе кинематических данных звезд, находящихся около Солнца) дают почти одинаковые значения параметров движения звезд в центральных и периферийных областях Галактики, можно предполагать, что результаты относящиеся к характеру движения в центральных и периферийных областях, полученные на основе применения таких потенциалов, заслуживают доверия.

Июль, 1957 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дзигвашвили Р. М., Изучение галактических орбит и некоторые закономерности в движении звезд, Бюлл. Абастуманской астрофиз. обс., 1955, **20**, 115—179.
2. Паренаго П. П., О гравитационном потенциале Галактики, П, Астрон. журн., 1952, **29**, 245—287.
3. Кузмин Г. Г., Третий интеграл движения звезд и динамика стационарной Галактики, Часть I, Публ. Тартуской астрон. обс., 1953, **32**, 332—368.
4. Канторович Л. В., Математический сборник, 1934, **41**, 235—245.

THE STUDY OF THE GALACTIC ORBITS OF STARS

R. M. DZIGVASHVILI

(Summary)

Some main parameters of the motions of stars are determined on the base of the expression of potential suggested by G. Kusmin (1). The results obtained are compared with those of the paper [I].

By the solution of differential equations of motions the expressions (15) and (18) are obtained where R_0 is the distance from the centre of the Galaxy to the initial position of a star, R_1 and R_2 —the apogalactic and perigalactic distances of a star, V_{R_0} and V_0 —the components of the initial velocity, Φ_0 and Z_0 —certain constants.

Diagrams are constructed for the distances $R_0 = 4$ and 7.2 kps (fig. 1 and 2). The curves $R_1 = \text{constant}$ and $R_2 = \text{constant}$ are plotted according to (15) and (18), and velocity ellipses for the stars of flat, intermediate and spherical components of the Galaxy are traced.

The velocities of the centroid of the components correspond to the centres of these ellipses, and the velocity dispersions of related directions—to semi-axes.

Using these diagrams the orbit elements of stars R_1, R_2 and the value $R_{2\max} - R_{1\min}$ characterizing the width of a possible motion zone are determined for stars of the given population (subsystem of the Galaxy).

Tables V—IX give the parameter values $R_1, R_2, R_2 - R_1, R_{2\max} - R_{1\min}$.

These parameter values determined here and in paper [I] coincide well. It permits to conclude that the elements characterizing the motions vary slightly with the changing of the expression of potential if these potential parameters are estimated on the base of the same observational data.

July, 1957.