

рин линий $H\gamma$, $H\delta$ с целью определения абсолютных величин звезд классов B, A по снимкам, полученным с объективной призмой. Аналогичные измерения проведенные с помощью микрофотографа [5] и механического планиметра требуют гораздо больше времени при меньшей точности.

Дополнительное устройство к микрофотометру МФ-4 в настоящее время используется в Абастуманской астрофизической обсерватории для целей спектрофотометрии.

Август, 1956.

ЛИТЕРАТУРА

1. Minnaert M., Houtgast J. Zs f Apr., 15, 354, 1938.
2. Williams R. C., Hiltner W. A. Publ. Obs. Univ. Michig., 8, 45, 1940.
3. Гурзадян Г. А. Сообщ. Бюраканской астрофиз. обс., вып. 14, 1955.
4. Наверт K. Physikalische Zs., 36, 59, 1935.
5. Перепелкин Е. Я. ДАН АН СССР, 15, 25, 1937.
6. Nemtendinger H. Rev. Sci. Instr., 9, 178, 1938.
7. Beals C. S. The Journ. Roy. Astr. Soc. of Canada, 38, № 2, 1944.
8. Гурзадян Г. А. Сообщ. Бюраканской астрофиз. обсерв. вып. 18, 1956.

A SUPPLEMENTARY DEVICE TO THE SELF-RECORDING MICROPHOTOMETER „МФ-4“

M. B. DOLIDZE, L. M. FISHKOVA

(Summary)

An intensitometer and electrophotometric planimeter combined as a supplementary arrangement to the self-recording microphotometer „МФ-4“ are described.

The operating principle of the instrument is same as in [1, 3, 8] save some alterations in details.

The mounting and general aspect scheme are given in figures 1 and 9. The main focusing lens [1, 3, 8] is replaced by a concave spherical mirror being used both in the intensitometer and planimeter simultaneously.

The apparatus makes it possible to perform the fast and highly accurate measurements of areas and the transformation of blackenings to intensities. The methodics of measurement of equivalent widths is likewise worked out.

August, 1956.

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ МАСС В ГАЛАКТИКЕ

Р. И. КИЛАДЗЕ

О распределении масс в звездной системе можно делать некоторые заключения, зная закон вращения данной системы. Именно, знание радиальных ускорений дает возможность вычислить «поверхностную плотность» системы, т. е. плотность масс, спроектированных на экваториальную плоскость системы.

Такая задача была решена Уайзом и Мэйоллом для двух внегалактических туманностей (M 31 и M 33) [1] и Г. Г. Кузминым—для нашей Галактики [2].

Упомянутые авторы исходили из модели «плоского диска», т. е. допускали, что звездная система имеет осевую симметрию и настолько сплюшена, что имеется возможность пренебречь ее толщиной.

В настоящей работе решена аналогичная задача для нашей Галактики. В отличие от труда Кузмина [2], вместе с данными звездной астрономии [3] использованы также и данные радиоастрономии [4], что делает более надежными результаты, полученные для плотности в окрестностях центра Галактики.

Кроме этого, плотности вычислены как для модели «плоского диска», так и для Галактики со сферическим строением, следовательно, для плотности материи получен как верхний, так и нижний предел для каждой точки Галактики.

Характер вращения Галактики. Для определения радиального ускорения в экваториальной плоскости Галактики можно использовать данные о вращении плоской составляющей Галактики, поскольку объекты этой составляющей движутся практически с круговой скоростью, а круговая скорость с радиальным ускорением (с силой F , действующей на единичную массу) связана равенством:

$$V^2 = -FR. \quad (1)$$

Скорости V для различных расстояний R от центра Галактики исследованы П. П. Паренаго по движениям долгопериодических цефеид [3] и группой голландских астрономов—по движению всдородных облаков [4].

В этих исследованиях для расстояния Солнца от центра Галактики R_{\odot} и скорости его движения V_{\odot} одном случае были приняты величины: 7.2 кпс и 234 км/сек, а в другом—8.2 кпс и 216 км/сек. Это дает разницу систематического характера между этими двумя данными, поэтому необходимо выразить их в единой системе.

Рассмотрим, как изменяются значения скоростей вращения, полученные по радиоастрономическим наблюдениям, если изменять величины V_\odot и R_\odot .

В заданной точке C для вычисления круговой скорости применяется формула:

$$V_e = V_r + V_\odot \sin l = V_r + V_\odot \cdot \frac{R_e}{R_\odot}, \quad (2)$$

где l и V_r являются галактической долготой рассматриваемой точки C и ее радиальной скоростью по отношению к Солнцу.

Из формулы (2) видно, что если изображать расстояния в единицах R_\odot , то величина V_e не будет меняться при изменении R_\odot , так как величина l , и следовательно, отношение $\frac{R_e}{R_\odot}$ не зависит от того, какую именно величину допускать для R_\odot .

С другой стороны, если изменять значение V_\odot на величину ΔV_\odot , то изменение V_e соответственно будет равно:

$$\Delta V_e = \Delta V_\odot \frac{R_e}{R_\odot}. \quad (3)$$

Следовательно, для согласования данных радиоастрономии с данными звездной астрономии следует выражать расстояния в единицах R_\odot и изменять значения V_e на величины ΔV_e по формуле (3).

Истинное значение величин V_\odot и R_\odot нам не известно, поэтому все вычисления проведены, допуская значения как $V_\odot = 234$ км/сек, так и $R_\odot = 216$ км/сек; при $V_\odot = 7.2$ кпс и $R_\odot = 8.2$ кпс. Соответственные величины обозначены индексами 1 и 2.

После такой редукции получим таблицу I для круговых скоростей.

Таблица I

R	V_1	V_2	R	V_1	V_2
0.1	(89)	(87)	0.9	240	224
0.2	(158)	(154)	1.0	234	216
0.3	193	188	1.1	227	207
0.4	208	201	1.2	222	200
0.5	219	210	1.3	218	195
0.6	229	218	1.4	215	190
0.7	236	223	1.5	212	185
0.8	240	226	1.6	(209)	(180)

Данные таблицы в интервале $0 < R < 1$ позаимствованы из радиоастрономических источников [4], а для интервала $0.9 \leq R < 1.6$ — из данных анализа движения звезд [3]. Как видно, эти интервалы частично перекрываются.

В скобки поставлены значения, полученные интерполированием или экстраполированием.

Распределение масс в плоской системе. Разберем случай, когда звездная система имеет осевую симметрию и настолько сплюснута, что можно пренебречь ее толщиной.

Выберем координатную систему с началом в центре звездной системы и проведем ось X через точку, в которой ищем величину гравитационной силы.

В экваториальной плоскости системы гравитационный потенциал будет зависеть только от R и иметь вид:

$$u(R) = 4G \iint_0^{\infty} \frac{D(x^2 + y^2)}{V(x - R)^2 + y^2} dx dy, \quad (4)$$

где $D(x^2 + y^2) = D(r)$ обозначает поверхностную плотность материи на расстоянии r от центра.

Рассмотрим координаты r и t , связанные с x и y равенствами:

$$\left. \begin{aligned} x &= -(\sqrt{r^2 - t^2} + \sqrt{R^2 - t^2}) \sqrt{1 - \frac{t^2}{R^2}} + R, \\ y &= (\sqrt{r^2 - t^2} + \sqrt{R^2 - t^2}) \cdot \frac{t}{R}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Подставляя эти значения координат x и y , равенству (4) можно придать следующий вид:

$$u(R) = 4G \int_0^R \frac{dt}{V R^2 - t^2} \int_t^{\infty} \frac{D(r) r dr}{V r^2 - t^2}. \quad (6)$$

Обозначая:

$$E(t) = \int_t^{\infty} \frac{D(r) r dr}{V r^2 - t^2}, \quad (7)$$

равенству (6) придаем вид:

$$u(R) = 4G \int_0^R \frac{E(t) dt}{V R^2 - t^2} \quad (8)$$

и решаем интегральные уравнения (7) и (8) относительно $D(r)$ и $E(t)$.

Получаем выражения:

$$D(r) = -\frac{2}{\pi R} \cdot \frac{d}{dR} \int_R^{\infty} \frac{E(t) \cdot t dt}{V t^2 - R^2}, \quad (9)$$

$$E(t) = \frac{1}{2\pi G} \cdot \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{u(r) r dr}{V t^2 - r^2}. \quad (10)$$

Подставляя выражение (10) в (9) и принимая во внимание (1), после несложных преобразований получим:

$$\begin{aligned} D(R) &= -\frac{1}{\pi^2 G} \int_R^{\infty} \frac{dt}{V t^2 - R^2} \int_0^t \frac{d(FR)}{dR} \cdot \frac{dR}{V t^2 - R^2} = \\ &= -\frac{1}{\pi^2 G} \int_R^{\infty} \frac{dt}{V t^2 - R^2} \int_0^t \frac{d(v^2)}{dR} \cdot \frac{dR}{V t^2 - R^2}. \end{aligned} \quad (11)$$

Меняя порядок интегрирования и используя равенство:

$$\int_r^{\infty} \frac{dt}{V t^2 - r^2 V t^2 - R^2} = \int_0^R \frac{dt}{V R^2 - t^2 V r^2 - t^2},$$

формулу (11) можно привести к одному из следующих видов:

$$D(R) = \frac{1}{\pi^2 G} \left[\int_0^R \frac{d(v^2)}{dr} dr \int_R^{\infty} \frac{dt}{V t^2 - R^2 V r^2 - t^2} + \right. \\ \left. + \int_R^{\infty} \frac{d(v^2)}{dr} dr \int_r^{\infty} \frac{dt}{V t^2 - r^2 V t^2 - R^2} \right], \quad (12)$$

$$D(R) = \frac{1}{\pi^2 G} \left[\int_0^R \frac{d(v^2)}{dr} dr \int_0^r \frac{dt}{V R^2 - t^2 V r^2 - t^2} + \right. \\ \left. + \int_R^{\infty} \frac{d(v^2)}{dr} dr \int_0^R \frac{dt}{V R^2 - t^2 V r^2 - t^2} \right], \quad (13)$$

$$D(R) = \frac{1}{\pi^2 G} \int_0^R \frac{dt}{V R^2 - t^2} \int_t^{\infty} \frac{d(v^2)}{dr} \cdot \frac{dr}{V r^2 - t^2}. \quad (14)$$

Рабочие формулы. Так как функция задана в виде числовой таблицы, интегрировать приходится численными методами. Формулы (11)–(14) для этой цели мало пригодны из-за наличия в них несобственных интегралов: поэтому правую сторону выражения (12) или (13) разложим на сумму интегралов. Каждое отдельное интегрирование будем выполнять в малом интервале и считать, что член, содержащий $V(R)$, является постоянным в этом интервале.

Легко можно видеть, что:

$$\frac{d(v^2)}{dr} \sim R \quad \text{для малых } R \text{ и}$$

$$\frac{d(v^2)}{dr} \sim \frac{1}{R^2} \quad \text{для больших } R;$$

поэтому является целесообразным умножение и деление подинтегральных выражений на эти величины.

Таким путем получим для плотности выражение:

$$D(R_0) = \frac{1}{\pi^2 G} \sum_{i=0}^{\infty} D_{r_i, r_{i+1}}(R), \quad (15)$$

где $r_i < r_{i+1}$; $r_0 = 0$ и $r_{\infty} = \infty$.

Слагаемые, входящие в выражение (15), должны иметь следующий вид:

$$D_{a,b}(R_0) = \frac{1}{R} \cdot \frac{d(v^2)}{dR} \Big|_{R=\frac{a+b}{2}} \cdot \int_a^b r dr \int_0^r \frac{dt}{V r^2 - t^2 V R_0^2 - t^2} =$$

$$= \frac{1}{R} \cdot \frac{d(v^2)}{dR} \Big|_{R=\frac{a+b}{2}} \cdot R_0 \left[\frac{b^2}{R_0^2} B\left(\frac{b^2}{R_0^2}\right) - \frac{a^2}{R_0^2} B\left(\frac{a^2}{R_0^2}\right) \right]$$

$$D_{a,b}(R_0) = R^2 \cdot \frac{d(v^2)}{dR} \Big|_{R=\frac{a+b}{2}} \cdot \int_a^b \frac{dr}{r^2} \int_{R_0}^{\infty} \frac{dt}{V t^2 - R_0^2 V r^2 - t^2} =$$

$$= R^2 \cdot \frac{d(v^2)}{dR} \Big|_{R=\frac{a+b}{2}} \cdot \frac{1}{R_0^2} \left[\frac{R_0}{a} E\left(\frac{a^2}{R_0^2}\right) - \frac{R_0}{b} E\left(\frac{b^2}{R_0^2}\right) \right]$$

или

$$D_{c,d}(R_0) = R^2 \cdot \frac{d(v^2)}{dR} \Big|_{R=\frac{c+d}{2}} \cdot \int_c^d \frac{dr}{r^2} \int_0^{R_0} \frac{dt}{V r^2 - t^2 V R_0^2 - t^2} =$$

$$= R^2 \cdot \frac{d(v^2)}{dR} \Big|_{R=\frac{c+d}{2}} \cdot \frac{1}{R_0^2} \left[\frac{R_0^2}{c^2} B\left(\frac{R_0^2}{c^2}\right) - \frac{R_0^2}{d^2} B\left(\frac{R_0^2}{d^2}\right) \right]$$

$$D_{c,d}(R_0) = \frac{1}{R} \cdot \frac{d(v^2)}{dR} \Big|_{R=\frac{c+d}{2}} \cdot \int_c^d r dr \int_0^{R_0} \frac{dt}{V r^2 - t^2 V R_0^2 - t^2} =$$

$$= \frac{1}{R} \cdot \frac{d(v^2)}{dR} \Big|_{R=\frac{c+d}{2}} \cdot R_0 \left[\frac{d}{R_0} E\left(\frac{R_0^2}{d^2}\right) - \frac{c}{R_0} E\left(\frac{R_0^2}{c^2}\right) \right],$$

где B и E представляют эллиптические интегралы:

$$B(k^2) = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^2 \varphi d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}},$$

$$E(k^2) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi} d\varphi.$$

Введением единой функции:

$$Q(x) = \begin{cases} x^2 B(x^2), & \text{когда } x < 1, \\ x E\left(\frac{1}{x^2}\right), & \text{когда } x \geq 1, \end{cases}$$

9. აბასთ. ასტროფ. ობს. ბიულ., № 22.

когда
 $a < b < R_0$

когда
 $R_0 < c < d$

формуле (15) можно придать вид:

$$D(R_0) = \frac{1}{\pi^2 G} \left\{ R_0 \sum_{i=0}^n \left. \frac{1}{R} \cdot \frac{d(v^2)}{dR} \right|_{R=r_i+\frac{1}{2}} \cdot \left[Q\left(\frac{r_{i+1}}{R_0}\right) - Q\left(\frac{r_i}{R_0}\right) \right] - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{R_0^2} \sum_{i=n+1}^{\infty} \left. R^2 \frac{d(v^2)}{dR} \right|_{R=r_i+\frac{1}{2}} \cdot \left[Q\left(\frac{R_0}{r_{i+1}}\right) - Q\left(\frac{R_0}{r_i}\right) \right] \right\}.$$

График функции $Q(x)$ дан на рис. 1.

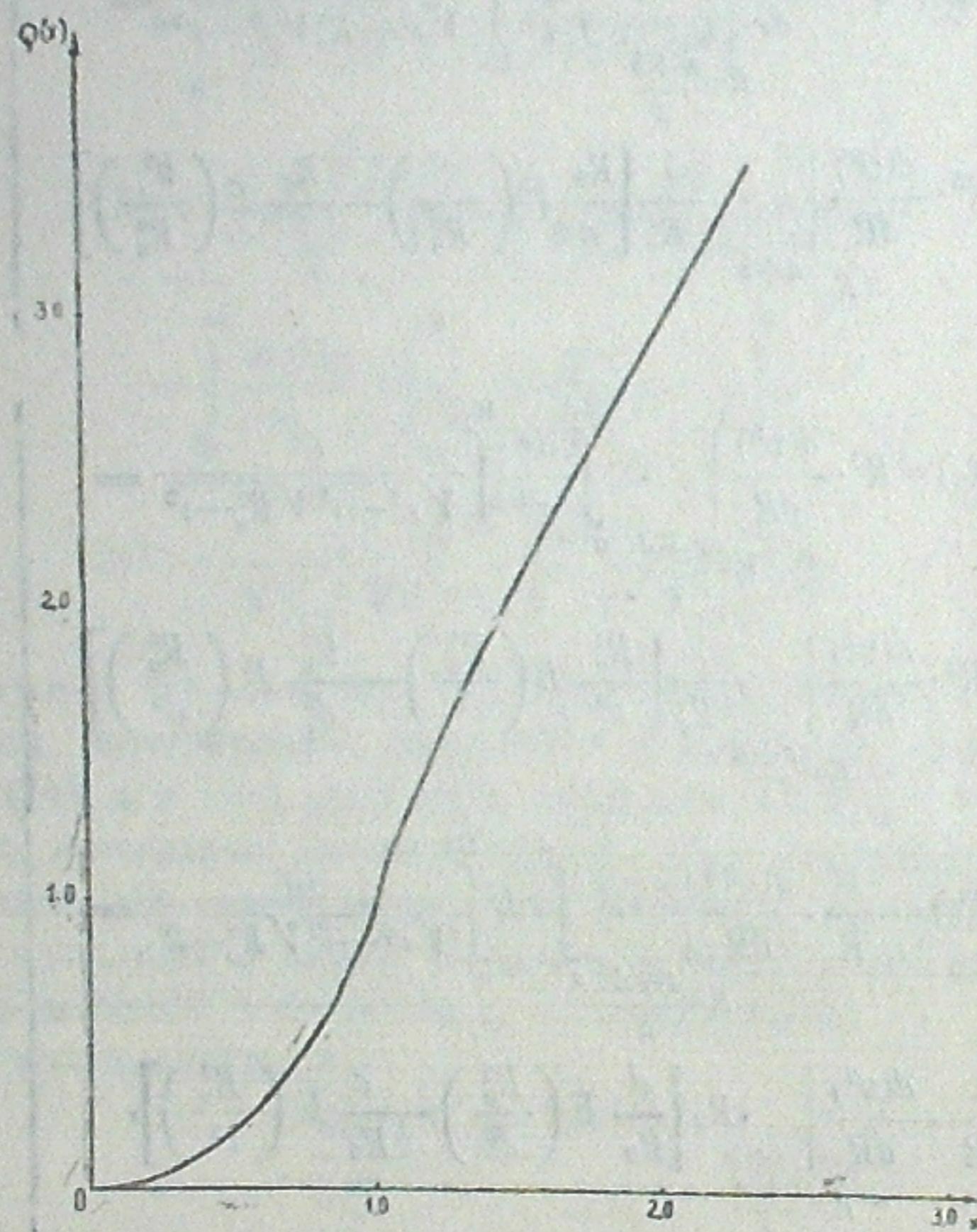


Рис. 1
График функции $Q(x)$

Пользоваться формулой (16) можно, зная значения функции $\frac{d(v^2)}{dR}$ во всем интервале $(0, \infty)$. Однако, вычислить эту функцию из данных таблицы I можно только в ограниченном интервале (в частности от 0 до 1.5); поэтому приходится допускать, что для больших расстояний $R^2 \frac{d(v^2)}{dR} = c$ (для очень больших расстояний это действительно так).

Вычислим плотность для очень больших R_∞ . Принимая во внимание, что далеко от центра системы плотность становится равной нулю, получим:

$$O = D(R_\infty) = \frac{1}{\pi^2 G} \left\{ R_\infty \sum_{i=0}^n \left. \frac{1}{R} \cdot \frac{d(v^2)}{dR} \right|_{R=r_i+\frac{1}{2}} \cdot \left[Q\left(\frac{r_{i+1}}{R_\infty}\right) - Q\left(\frac{r_i}{R_\infty}\right) \right] - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{R_\infty^2} \sum_{i=n+1}^{\infty} C \left[Q\left(\frac{R_\infty}{r_{i+1}}\right) - Q\left(\frac{R_\infty}{r_i}\right) \right] \right\}.$$

Принимая во внимание приближенное равенство $Q\left(\frac{r_i}{R_\infty}\right) \approx \frac{\pi}{4} \cdot \frac{r_i^2}{R_\infty^2}$, —справедливое, когда R_∞ —достаточно большое число,— и сокращая равные члены, получим:

$$O = R_\infty \sum_{i=0}^n \left. \frac{d(v^2)}{dR} \right|_{R=r_i+\frac{1}{2}} \cdot \frac{2}{r_i + r_{i+1}} \cdot \frac{\pi}{4} \left[\frac{r_{i+1}^2 - r_i^2}{R_\infty^2} \right] - \frac{c}{R_\infty^2} \left[Q(O) - Q\left(\frac{R_\infty}{r_{n+1}}\right) \right] =$$

$$= \frac{\pi}{2R_\infty} \sum_{i=0}^n \left. \frac{d(v^2)}{dR} \right|_{R=r_i+\frac{1}{2}} \cdot (r_{i+1} - r_i) + \frac{c}{R_\infty^2} Q\left(\frac{R_\infty}{r_{n+1}}\right). \quad (17)$$

Для того, чтобы общая масса была конечной, необходимо: $\lim_{R \rightarrow \infty} R^2 D(R) = O$; поэтому равенство (17) можно сократить на R_∞ . Используя

при этом приближенное равенство: $Q\left(\frac{R_\infty}{r_{n+1}}\right) = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{R_\infty}{r_{n+1}}$, получим

$$C = - \frac{1}{r_{n+1}} \sum_{i=0}^n \left. \frac{d(v^2)}{dR} \right|_{R=r_i+\frac{1}{2}} \cdot (r_{i+1} - r_i).$$

В дальнейшем мы используем интервалы, равные 0.1 ($r_i = 0.1i$), поэтому будем иметь:

$$C = -0.01(n+1) \sum_{i=0}^n \left. \frac{d(v^2)}{dR} \right|_{R=0.1(i+\frac{1}{2})}. \quad (18)$$

Для контроля можно использовать равенство:

$$C = -V^2 R \quad (18')$$

Когда $R_0 = 0$ (для центра системы), из формулы (11) получаем:

$$D(O) = \frac{1}{\pi^2 G} \int_0^\infty \frac{dt}{t} \int_0^t \frac{d(v^2)}{dR} \cdot \frac{dR}{\sqrt{t^2 - R^2}} = \frac{1}{2\pi G} \int_0^\infty \frac{d(v^2)}{dR} \cdot \frac{dR}{R}. \quad (11')$$

Учитывая все эти замечания, на основе табл. I получаем таблицу II.

При расчетах бралось значение $n=0.8$. Производные вычислены по формуле:

$$\omega\left(\frac{df}{dt}\right)_k = f_k^1 - \frac{1}{6} f_k^0 + \frac{1}{30} f_k^3 - \frac{1}{140} f_k^5 + \dots \quad (19)$$

Как было отмечено выше, вычисления произведены в двух вариантах.

Соответственно, для величины $\frac{1}{G}$ получаются два разных значения:

Таблица II

R	V_1^2	$\frac{d(v^2)}{dR}$	$\frac{1}{R} \cdot \frac{d(v^2)}{dR}$	$R^2 \cdot \frac{d(v^2)}{dR}$	D_1	V_2^2	$\frac{d(v^2)}{dR}$	$\frac{1}{R} \cdot \frac{d(v^2)}{dR}$	$R^2 \cdot \frac{d(v^2)}{dR}$	D_2	R
0.0	0	(0)	(35)	—	(1800)	0	(3.1)	(35)	—	(1500)	0.0
0.1	(0.144)	(2.7)	(27)	—	(1700)	(0.161)	(3.4)	(31)	—	(1300)	0.1
0.2	(0.456)	(2.9)	(15)	—	(1300)	(0.508)	(3.4)	(17)	—	(1100)	0.2
0.3	0.680	1.55	5.19	0.14	1000	0.757	1.62	4.85	—	750	0.3
0.4	0.791	0.88	2.19	0.22	750	0.866	0.82	2.04	0.13	540	0.4
0.5	0.876	0.86	1.72	0.26	570	0.945	0.81	1.62	0.20	400	0.5
0.6	0.957	0.71	1.19	0.23	460	1.019	0.61	1.01	0.22	320	0.6
0.7	1.017	0.47	0.68	0.14	350	1.066	0.39	0.56	0.19	250	0.7
0.8	1.052	0.23	0.27	0.14	280	1.095	0.11	0.13	0.07	190	0.8
0.9	1.052	-0.29	-0.23	-0.23	210	1.075	-0.52	-0.57	-0.42	130	0.9
1.0	1.000	-0.64	-0.64	-0.64	170	1.000	-0.87	-0.87	-0.87	98	1.0
1.1	0.940	-0.51	-0.46	-0.61	142	0.918	-0.73	-0.66	-0.88	75	1.1
1.2	0.900	-0.35	-0.29	-0.50	118	0.857	-0.49	-0.41	-0.71	63	1.2
1.3	0.867	-0.27	-0.20	-0.46	103	0.815	-0.40	-0.31	-0.68	53	1.3
1.4	0.844	-0.24	-0.17	-0.47	92	0.774	-0.41	-0.29	-0.80	43	1.4
1.5	0.821	-0.24	-0.16	-0.53	(80)	0.733	-0.40	-0.26	(-0.89)	(37)	1.5
1.6	(0.798)	-0.26	-0.16	-0.66	(41)	(0.694)	-0.37	(-0.23)	(-0.94)	(19)	1.6
1.7	(0.772)	-0.26	-0.15	-0.76	(80)	(0.659)	-0.34	(-0.20)	(-0.98)	(19)	1.7
1.8	(0.746)	-0.26	-0.14	-0.86	(41)	(0.626)	-0.31	(-0.17)	(-1.01)	(19)	1.8
1.9	(0.720)	-0.26	-0.13	-0.96	(41)	(0.596)	-0.29	(-0.15)	(-1.04)	(19)	1.9
2.0	(0.694)	-0.25	-0.12	-1.03	(41)	(0.568)	-0.26	(-0.13)	(-1.06)	(19)	2.0
2.1	(0.645)	-0.23	-0.10	-1.13	(41)	(0.520)	-0.22	(-0.10)	(-1.08)	(19)	2.1
2.2	(0.600)	-0.21	-0.09	-1.20	(41)	(0.479)	-0.19	(-0.08)	(-1.10)	(19)	2.2
2.3	(0.559)	-0.21	-0.07	-1.26	(41)	(0.443)	-0.17	(-0.06)	(-1.11)	(19)	2.3
2.4	(0.524)	-0.17	-0.08	-1.30	(41)	(0.411)	-0.15	(-0.05)	(-1.12)	(19)	2.4
2.5	(0.493)	-0.15	-0.05	-1.34	(41)	(0.383)	-0.13	(-0.04)	(-1.13)	(19)	2.5
2.6	(0.427)	-0.11	-0.03	-1.40	(41)	(0.328)	-0.09	(-0.03)	(-1.14)	(19)	2.6
2.7	(0.378)	-0.09	-0.02	-1.43	(41)	(0.288)	-0.07	(-0.02)	(-1.15)	(19)	2.7
2.8	(0.338)	-0.07	-0.02	-1.45	(41)	(0.256)	-0.06	(-0.01)	(-1.15)	(19)	2.8
2.9	(0.305)	-0.05	-0.01	-1.47	(41)	(0.229)	-0.05	(-0.01)	(-1.15)	(19)	2.9
3.0	>5	-1.51	-1.47	-1.47	(5)						3.0

$$\frac{1}{G_1} = 1770 \frac{M_{\odot} R_{\odot}}{V_{\odot}^2 n c^2}; \text{ при допущении } R_{\odot}=7.2 \text{ кпс и } V_{\odot}=234 \text{ км/сек};$$

$$\frac{1}{G_2} = 1320 \frac{M_{\odot} R_{\odot}}{V_{\odot}^2 n c^2}; \text{ при допущении } R_{\odot}=8.2 \text{ кпс и } V_{\odot}=216 \text{ км/сек};$$

Величина $C = \lim_{R \rightarrow \infty} R^2 \frac{d(v^2)}{dR}$ дает для полной массы Галактики следующие значения:

$$M_1 = 1.4 \cdot 10^{11} \text{ солн. масс, или}$$

$M_2 = 1.0 \cdot 10^{11}$ солн. масс,—соответственно двум вариантам, принятым нами.

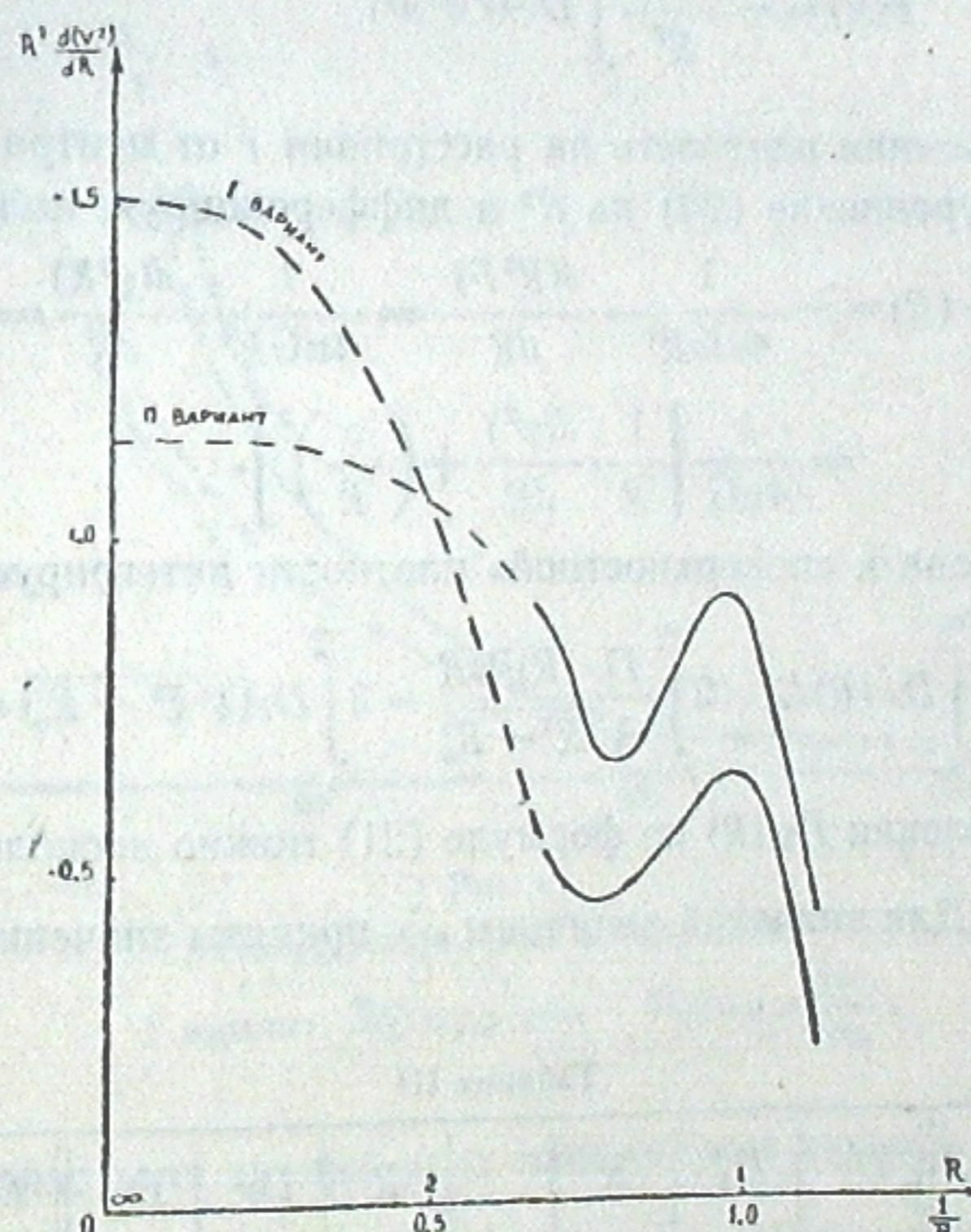


Рис. 2
Экстраполяция величины $R^2 \frac{d(v^2)}{dR}$.

Оба значения хорошо согласуются со значениями, полученными разными авторами ($1.1 \cdot 10^{11}$, $1.3 \cdot 10^{11}$).

Следует отметить, что результат экстраполяции величины $R^2 \frac{d(v^2)}{dR}$

дает возможность выбора лучшего среди возможных значений для скорости V_{\odot} . В частности, из таблицы II видно, что, вычисля величину C на основании формулы (18), мы получаем более плавный ход изменения $R^2 \frac{d(v^2)}{dR}$ во втором варианте, чем в первом. Это наглядно видно на рис.

На рисунке 2 изображены две кривые экстраполяции величины $R^2 \frac{d(v^2)}{dR}$ в зависимости от радиуса R . Одна кривая плавно спадает, другая имеет глубокий минимум при $R \approx 0.8$ и возвращается к нулю при $R \approx 1.2$.

2, где по оси абсцисс даны значения $\frac{1}{R}$. Таким образом, повидимому, значение $V_\odot = 216$ км/сек является более близким к истине, чем значение $V_\odot = 234$ км/сек.

Распределение масс в Галактике со сферической структурой. Рассмотрим теперь случай, когда звездная система имеет сферическое строение, т. е. плотность равномерно изменяется во все стороны от центра.

При таком распределении масс силу притяжения можно выразить следующей формулой:

$$F(R) = -\frac{4\pi G}{R^2} \int_0^R D_V(r) r^2 dr, \quad (20)$$

где $D_V(r)$ — объемная плотность на расстоянии r от центра.

Умножая уравнение (20) на R^2 и дифференцируя, получим:

$$\begin{aligned} D_V(R) &= -\frac{1}{4\pi G R^2} \cdot \frac{d(R^2 F)}{dR} = \frac{1}{4\pi G R^2} \cdot \frac{d(v^2 R)}{dR} = \\ &= \frac{1}{4\pi G} \left[\frac{1}{R} \cdot \frac{d(v^2)}{dR} + \left(\frac{v}{R} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (21)$$

Для перехода к «поверхностной» плотности интегрируем:

$$D(R_0) = \int_{-\infty}^{\infty} D_V(R) dZ = 2 \int_{R_0}^{\infty} \frac{D_V(R) R dR}{\sqrt{R^2 - R_0^2}} = 2 \int_0^{\infty} D_V(\sqrt{\xi^2 + R_0^2}) d\xi. \quad (22)$$

Для вычисления $D_V(R)$ по формуле (21) можно воспользоваться данными табл. II. Для значений величины $\frac{1}{G}$ приняты значения (*).

Таблица III

R	D_V	D_1	D_V	D_2	R	R	D_V	D_1	D_V	D_2	R
0.0	(7000)	(3600)	(5600)	(2900)	0.0	1.3	43	89	19	25	1.3
0.1	(5900)	(3200)	(5000)	(2600)	0.1	1.4	37	73	11	16	1.4
0.2	(3700)	(2400)	(3200)	(1800)	0.2	1.5	28	57	7	11	1.5
0.3	1800	1500	1400	1100	0.3	1.6	(21)		(4)		1.6
0.4	1050	1060	780	770	0.4	1.7	(17)		(3)		1.7
0.5	740	810	570	570	0.5	1.8	(13)		(2)		1.8
0.6	540	610	400	410	0.6	1.9	(10)		(1)		1.9
0.7	390	450	290	290	0.7	2.0	(7)	(17)	(1)		2.0
0.8	270	300	190	170	0.8	2.2	(4)		(1)		2.2
0.9	140	180	80	80	0.9	2.4	(3)		(0)		2.4
1.0	51	124	24	39	1.0	2.6	(2)				2.6
1.1	45	114	11	32	1.1	2.8	(1)				2.8
1.2	47	105	18	33	1.2	3.0	(0)				3.0

Зависимость «поверхностной» плотности D от расстояния до центра Галактики R , полученная в результате вычислений, дана графически на рис. 3 и 4.

Полученные четыре кривые представляют своеобразные границы для истинного значения плотности.

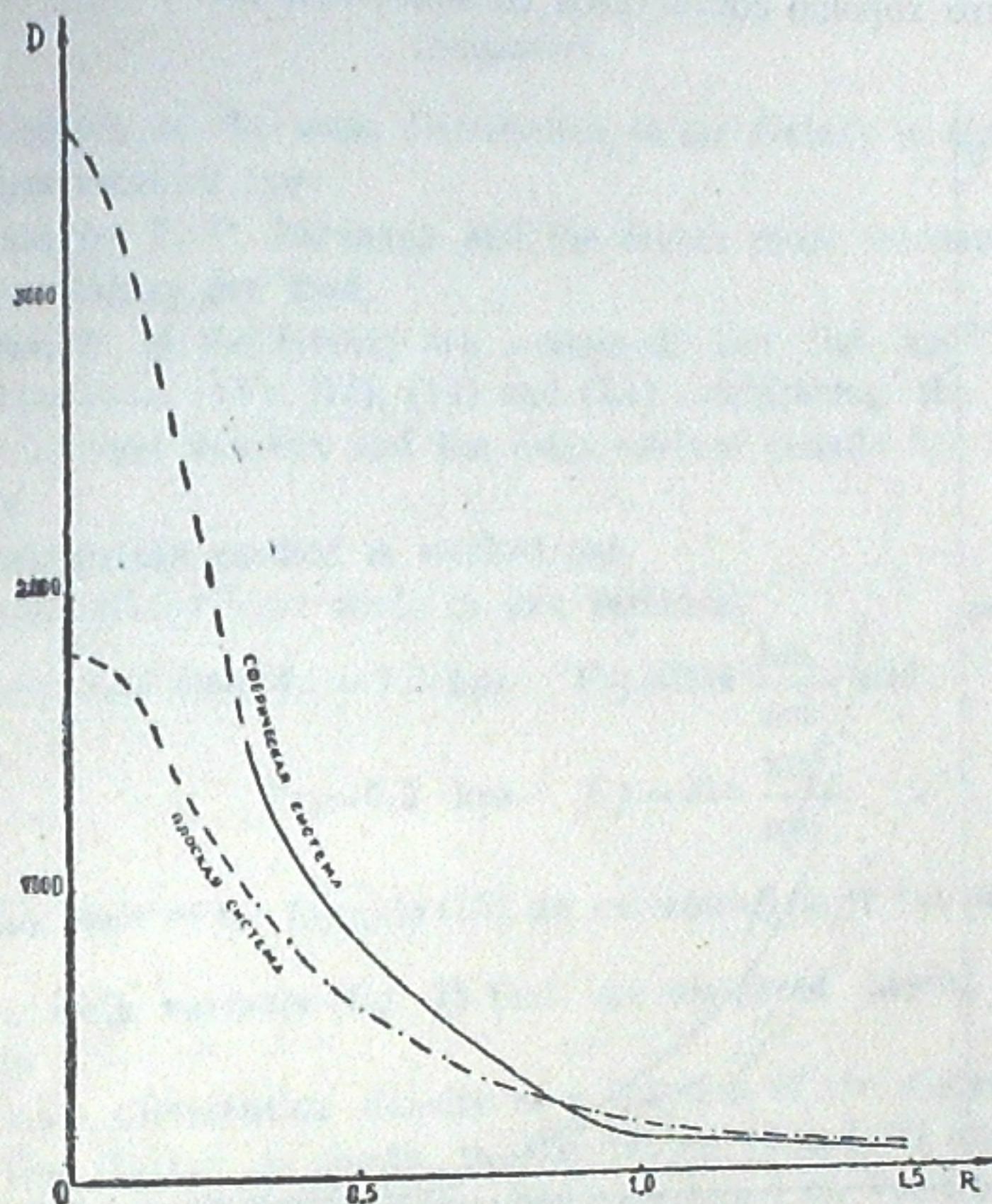


Рис. 3
Распределение масс в Галактике
I вариант: $R_\odot = 7.2$ кпс, $V_\odot = 234$ км/сек.

Рассмотрение этих кривых дает возможность сделать следующие заключения.

1. По всем четырем кривым плотность вещества быстро убывает при удалении от центра Галактики до 7—8 килопарсеков. Для более удаленных точек падение плотности происходит гораздо медленнее. Такой же результат дает карта изоплотностей, составленная Ш. Т. Хабибуллиным с применением методов звездной статистики [5].

2. Такая перемена в законе изменения плотности происходит вблизи Солнца; при этом, такое явление резче выражено в случае гипотезы сферического строения Галактики.

3. В центре Галактики плотность в несколько десятков раз выше, чем в окрестностях Солнца. Рост плотности является особенно быстрым при гипотезе сферического строения.

4. Солнце находится вблизи края Галактики, в ее разреженной области.

5. В окрестностях Солнца, по данным звездных подсчетов [5], «поверхностная» плотность должна быть равна приблизительно 40—50 M_{\odot}/pc^2 , что хорошо согласуется со значением плотности, полученным

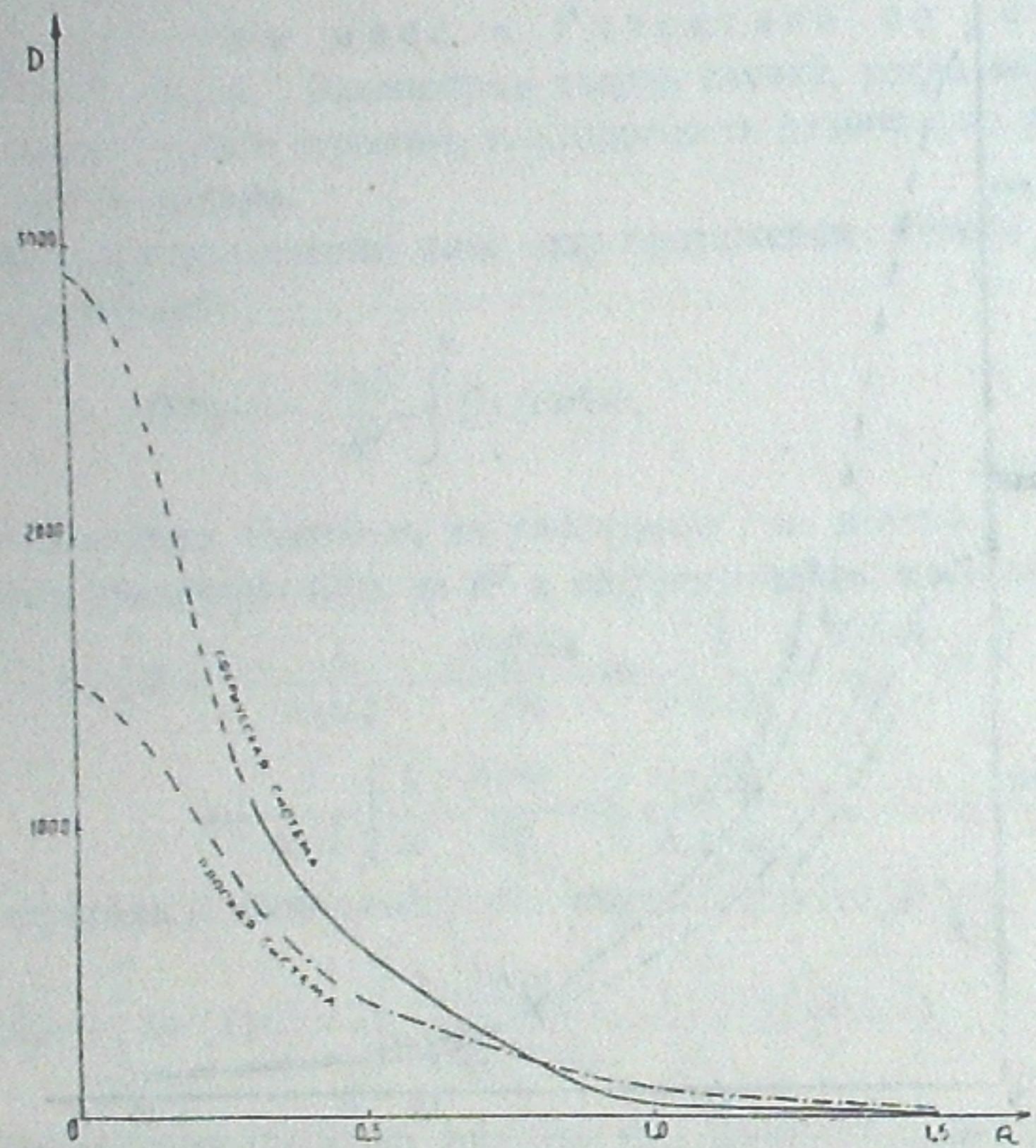


Рис. 4
Распределение масс в Галактике

II вариант: $R_{\odot}=8.2$ кпс, $V_{\odot}=216 \frac{\text{км}}{\text{сек}}$.

при втором варианте ($39 < D_2 < 98$) и не совпадает со значением плотности, вычисленным по первому варианту ($124 < D_1 < 170$).

Сентябрь, 1956 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Wise A. B., Mayall N. U., *Aph J.* 95, 24, 1942.
2. Кузмин, Г. Г. О распределении масс в Галактике. Публикации Тартуской астрон. обс., 32, № 4, 1952.
3. Паренаго П. П. Курс звездной астрономии, М. 1954.
4. Kwee K. K., Muller C. A., Westerhout G., The rotation of the inner parts of the galactic system. *Bull. Astron. Netherl.*, № 458, 211, 1954.
5. Хабибуллин Ш. Т., Распределение звездных плотностей в высоких галактических широтах. Астрон. журн. 26, вып. 5, 1949.

ON THE MASS DISTRIBUTION IN THE GALAXY

R. I. KILADZE

(Summary)

The question of the mass distribution in the Galaxy is studied basing on the system rotation law.

The data by P. P. Parenago and the Dutch radio astronomers on rotation of the Galaxy are used.

Two models of the Galaxy are examined: the flat and the spheric ones. Formulae (11), (12), (13), (14) and (22) establishing the relation between the rotational velocity and the mass surface density are obtained for both models.

The calculation method is worked out.

The estimations were made in two variants:

1. It was assumed that $R_{\odot}=7.2$ kps $V_{\odot}=234 \frac{\text{км}}{\text{сек}}$ and
2. " " " $R_{\odot}=8.2$ kps $V_{\odot}=216 \frac{\text{км}}{\text{сек}}$.

On the base of the formula (18), an extrapolation of the value $R^2 \frac{d(v^2)}{dR}$ is made for both variants (fig. 2) that are compared basing on the obtained results.

The mass distribution density as a function of the distance from the centre of the Galaxy is shown in the tables II and III and graphically represented in fig. 3 and 4. Four functions based on various assumptions made by us are obtained.

The secured results are compared with the stellar astronomy data.

September, 1956