

## ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТЕЙ ЗВЕЗД НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА СОСТАВЛЯЮЩИХ СОБСТВЕННЫХ ДВИЖЕНИЙ

А. Ф. ТОРОНДЖАДЗЕ

Изучение свойств функции распределения скоростей звезд является одной из основных проблем динамики звездных систем. Для решения ряда проблем динамики Галактики применяется функция Шварцшильда или функции вида

$$\varphi = \varphi(Q + \sigma),$$

где  $Q$ —квадратичная функция составляющих скоростей  $U, V, W$ , координат и времени,  $\sigma$ —функция только координат и времени, хотя существуют соображения, согласно которым функция распределения скоростей не является точно шварцшильдовой или квадратичной относительно составляющих скоростей. Дальнейшее исследование закономерностей распределения скоростей на основе наблюдательных данных является актуальной задачей динамики Галактики.

Согласно общей теории функции распределения, важные сведения о последней может доставить исследование моментов различного порядка. Этому вопросу в последнее время посвящаются многие работы.

Задачей настоящей работы является исследование закономерностей распределения компонент  $Z$  скоростей звезд на основе изучения моментов  $\mu_k$  составляющих собственных движений.

1. Моменты собственных движений и составляющих скоростей. Связь между моментами составляющих собственных движений и соответствующими составляющими скоростей возможно установить на основе основного уравнения звездной статистики:

$$A(x) = \omega \int_0^{\infty} r^2 D(r) \varphi(X) \frac{\partial X}{\partial x} dr, \quad (1)$$

где  $X$  и  $x$ —произвольные характеристики звезд, которые связаны между собой зависимостью  $X = X(x, r)$ ;  $A(x) dx$ —число звезд с характеристикой  $x$  в интервале  $(x, x+dx)$ ;  $\varphi(X) dX$ —относительное число звезд с характеристикой в интервале  $(X, X+dX)$ ;  $D(r)$ —функция пространственной плотности звезд.

Если общее число звезд есть  $N$ , то будем иметь:

$$\int_0^{\infty} \omega r^2 D(r) dr = N \quad \text{и} \quad \frac{\omega r^2 D(r)}{N} dr = W(r) dr,$$

где  $W(r) dr$ —вероятность того, что звезда находится на расстоянии в интервале  $(r, r+dr)$ . Ясно, что

$$\int_0^{\infty} W(r) dr = 1, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} A(x) dx = N, \quad \frac{A(x)}{N} = f(x),$$

где  $f(x)$ —вероятность того, что звезда имеет характеристику в интервале  $(x, x+dx)$ .  $\varphi(X)$ ,  $f(x)$  и  $W(r)$  являются плотностями распределения соответствующих случайных величин:  $X$ ,  $x$  и  $r$ . Между этими функциями согласно (1), существует зависимость:

$$f(x) = \int_0^{\infty} W(r) \varphi(X) \frac{\partial X}{\partial x} dr. \quad (2)$$

Применим уравнения (2) для нашего случая, т. е. для исследования моментов составляющих собственных движений— $\mu_b$  и скоростей— $Z$ . В этом случае следует принять;

$$x = \mu_b, \quad X = Z.$$

Если рассматривать звезды, находящиеся в галактической плоскости, то

$$Z = 4.74 \mu_b r. \quad (3)$$

$Z$ ,  $\mu_b$ ,  $r$  выражены в обычных единицах (км/сек, "/год, парсек).

Так как

$$\frac{\partial X}{\partial x} = \frac{\partial Z}{\partial \mu_b} = kr, \quad k = 4.74,$$

уравнение (2) принимает вид:

$$f(\mu_b) = k \int_0^{\infty} W(r) \varphi(Z) r dr = k \int_0^{\infty} W(r) \varphi(k \mu_b r) r dr. \quad (4)$$

Рассматривая отдельно функции распределения для положительных и отрицательных  $\mu_b$ , мы можем воспользоваться тем обстоятельством, что функция  $f(\mu_b)$  не является симметричной относительно точки  $\mu_b = 0$ , вследствие движения Солнца, и получить два уравнения вида (4) для двух неизвестных функций  $D$  и  $\varphi$ . Функцию  $f$ —получим из непосредственных подсчетов. Совместное решение этих двух уравнений может дать связь между моментами  $\mu_b$  и  $Z$ . Но при таком рассмотрении вопроса в правой стороне уравнения (4) в качестве аргумента функции  $\varphi$  появляются  $Z - Z_{\odot}$  и  $Z + Z_{\odot}$ , где  $Z_{\odot}$ —компонента скорости Солнца, и совместное решение уравнений не удастся, не разложив функцию  $\varphi$  в ряд по степеням  $Z_{\odot}$  с сохранением членов только первой степени  $Z_{\odot}$ . Такой способ был использован Г. А. Гурзядяном [1].

Последнее обстоятельство (необходимость пренебрежения членами 2-го порядка и выше) является существенным недостатком способа, так

как  $Z_{\odot}$  не является малой величиной.  $Z_{\odot}$  имеет такой же порядок величины, как и скорости звезд.

Имея в виду этот недостаток метода, мы решили использовать полное распределение  $\mu_b$  (без разделения на положительные и отрицательные  $\mu_b$ ). В таком случае мы получаем только одну зависимость между тремя моментами.

Выведем соответствующую формулу.

Рассмотрим момент  $n$ -ого порядка  $\mu_b - M_n(\mu_b)$ . Согласно определению

$$M_n(\mu_b) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mu_b^n f(\mu_b) d\mu_b.$$

Умножением (4) на  $\mu_b^n d\mu_b$  и интегрированием получим:

$$M_n(\mu_b) = k \int_{-\infty}^{+\infty} \mu_b^n d\mu_b \int_0^{\infty} W(r) \varphi(kr \mu_b) r dr. \quad (5)$$

Из (5) легко получается следующая зависимость:

$$M_n(\mu_b) = \frac{1}{k^n} M_n(\pi) M_n(Z). \quad (6)$$

Здесь  $\pi$ —параллакс,  $M_n$ —момент  $n$ -ого порядка соответствующих случайных величин.

В других обозначениях (6) имеет вид:

$$\overline{Z^n} = k^n \frac{\overline{\mu_b^n}}{\pi^n}. \quad (7)$$

Если величины  $\pi^n$  каким-то образом известны, то на основе определения  $\mu_b^n$  (7) даст значения  $\overline{Z^n}$ , т. е., возможность суждения о свойствах функции распределения  $Z$ .

Нашей основной задачей является вычисление  $M_n(\mu_b)$  по каталожным данным о собственных движениях звезд.

2. Связь моментов составляющих  $\mu_b$  с моментами экваториальных составляющих собственных движений— $\mu_a$  и  $\mu_b$ . В каталогах даются значения экваториальных компонент собственных движений  $\mu_a$ ,  $\mu_b$ . Галактические компоненты  $\mu_b$  и  $\mu_b$  можно вычислить по формулам:

$$\left. \begin{aligned} \mu_b \cos b &= 15 \mu_a \cos \delta \cos \varphi + \mu_b \sin \varphi, \\ \mu_b &= -15 \mu_a \cos \delta \sin \varphi + \mu_b \cos \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Здесь  $\varphi$ —известный позиционный угол. Вычисление  $M_n(\mu_b)$  возможно осуществить двумя различными путями:

1. По формулам (8) вычислить  $\mu_b$  для достаточно большого количества звезд и в дальнейшем вывести  $M_n(\mu_b)$  обычным способом.
2. Вычислить моменты различного порядка  $\mu_a$ ,  $\mu_b$ , а  $M_n(\mu_b)$  вывести в дальнейшем из этих моментов.

Первый путь требует большой вычислительной работы.

Мы избрали второй способ. Для применения этого способа следует вывести соответствующую формулу, связывающую  $M_n(\mu_b)$  с моментами  $\mu_a, \mu_b$ .

Эту зависимость выведем для звезд, находящихся в галактической плоскости, соответственно целям нашей задачи. При  $b=0^\circ$  (8) примет вид

$$\left. \begin{aligned} \mu_i &= q\mu_a + \mu_b \sin \varphi, \\ \mu_b &= -q\mu_a \operatorname{tg} \varphi + \mu_b \cos \varphi, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где

$$q = 15 \cos j \quad (10),$$

$j$ —угол между экватором и галактической плоскостью.

Очевидны следующие выражения:

$$\left. \begin{aligned} \cos \delta \sin \varphi &= \sin j \cos l, \\ \cos \delta \cos \varphi &= \cos j, \\ \operatorname{tg} \varphi &= \operatorname{tg} j \cos l \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Рассмотрим следующие функции:

$f(\mu_b, \varphi) d\mu_b d\varphi$ , относительное число звезд со значениями  $\mu_b, \varphi$  в интервалах  $(\mu_b, \mu_b + d\mu_b)$  и  $(\varphi, \varphi + d\varphi)$ ;  $\Phi(\mu_a, \mu_b, \varphi) d\mu_a d\mu_b d\varphi$ —относительное число звезд со значениями  $\mu_a, \mu_b, \varphi$  в интервалах  $(\mu_a, \mu_a + d\mu_a)$ ,  $(\mu_b, \mu_b + d\mu_b)$  и  $(\varphi, \varphi + d\varphi)$ ;  $n(\varphi) d\varphi$ —число звезд в интервале  $(\varphi, \varphi + d\varphi)$ . Ясно, что  $n(\varphi) f(\mu_b, \varphi) d\mu_b d\varphi$  есть число звезд в интервалах  $(\mu_b, \mu_b + d\mu_b)$  и  $(\varphi, \varphi + d\varphi)$ , а  $n(\varphi) \Phi(\mu_a, \mu_b, \varphi) d\mu_a d\mu_b d\varphi$ —число звезд в интервалах  $(\mu_a, \mu_a + d\mu_a)$ ,  $(\mu_b, \mu_b + d\mu_b)$  и  $(\varphi, \varphi + d\varphi)$ .

Используя известную методику замены переменных в распределениях случайных величин, можно показать, что

$$f(\mu_b, \varphi) = \frac{\cos \varphi}{q} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi \left( \frac{1}{q} \cos^2 \varphi \xi - \frac{1}{q} \sin \varphi \cos \varphi \mu_b, \xi \sin \varphi + \mu_b \cos \varphi, \varphi \right) d\xi. \quad (12)$$

После простых преобразований получаем:

$$M_n(\mu_b, \varphi) = \sum_{i=0}^n (-1)^i \binom{n}{i} q^i \sin^i \varphi \cos^{n-2i} \varphi \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mu_a^i \mu_b^{n-i} \Phi(\mu_a, \mu_b, \varphi) d\mu_a d\mu_b, \quad (13)$$

где  $M_n(\mu_b, \varphi)$ —момент  $n$ -ого порядка  $\mu_b$  в точке  $\varphi$ .

Среднее значение  $M_n(\mu_b, \varphi)$  выразится так:

$$M_n(\mu_b, \varphi) = M_n(\mu_b) = \frac{\int_{\varphi} M_n(\mu_b, \varphi) n(\varphi) d\varphi}{\int_{\varphi} n(\varphi) d\varphi}, \quad (14)$$

где  $\int_{\varphi} n(\varphi) d\varphi = N$ —общее число звезд.

(13) и (14) дают:

$$M_n(\mu_b) = \sum_{i=0}^n (-1)^i \binom{n}{i} q^i \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{1}{N} \int_{\varphi} \sin^i \varphi \cos^{n-2i} \varphi \Phi \times \right. \\ \left. \times (\mu_a, \mu_b, \varphi) n(\varphi) d\varphi \right] \mu_a^i \mu_b^{n-i} d\mu_a d\mu_b.$$

Ясно, что

$d\mu_a d\mu_b \int_{\varphi} \Phi(\mu_a, \mu_b, \varphi) n(\varphi) d\varphi = \Phi(\mu_a, \mu_b) d\mu_a d\mu_b$ —число звезд со значениями

$\mu_a, \mu_b$  в интервалах

$$(\mu_a, \mu_a + d\mu_a) \text{ и } (\mu_b, \mu_b + d\mu_b).$$

Мы принимаем, что

$$\Phi(\mu_a, \mu_b, \varphi) n(\varphi) = \frac{1}{\Delta\varphi} \Phi(\mu_a, \mu_b). \quad (16)$$

Здесь  $\Delta\varphi$ —интервал изменения  $\varphi$ . Это равносильно принятию для  $\Phi(\mu_a, \mu_b, \varphi) n(\varphi)$  среднего значения этой величины.

При этом (15) примет вид:

$$M_n(\mu_b) = \sum_{i=0}^n (-1)^i \binom{n}{i} q^i \frac{1}{N} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mu_a^i \mu_b^{n-i} \Phi(\mu_a, \mu_b) d\mu_a d\mu_b \cdot \\ \cdot \frac{1}{\Delta\varphi} \int_{\varphi} \sin^i \varphi \cos^{n-2i} \varphi d\varphi. \quad (17)$$

(17) можно переписать так:

$$M_n(\mu_b) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^n (-1)^i \binom{n}{i} q^i a_i, n-2i M_i, n-i, \quad (18)$$

где

$$a_i, n-2i = \frac{1}{\Delta\varphi} \int_{\varphi} \sin^i \varphi \cos^{n-2i} \varphi d\varphi; \quad (19)$$

$$M_i, n-i = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mu_a^i \mu_b^{n-i} \Phi(\mu_a, \mu_b) d\mu_a d\mu_b. \quad (20)$$

Последнее есть момент порядка  $i$  относительно  $\mu_a$  и порядка  $n-i$  относительно  $\mu_b$ , соответствующего двумерного распределения  $(\mu_a, \mu_b)$ .

Если ввести еще одно обозначение:

$$C_i, n-i = (-1)^i \binom{n}{i} q^i a_i, n-2i, \quad (21)$$

Получим окончательное выражение:

$$M_n(\mu_b) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^n C_i, n-i M_i, n-i. \quad (22)$$

Коэффициенты  $C_i, n-i$  вычисляются простым интегрированием выражения (19). При этом следует иметь в виду, что  $\varphi$  изменяется в интервале  $(-j, +j)$ , согласно (11). Таблица I дает значения этих коэффициентов для всех моментов до 4-го порядка, включительно.

Таблица I

$C_{00}=1$	$C_{20}=43.8436$	$C_{03}=0.5397$
$C_{01}=0.8160$	$C_{21}=0.6039$	$C_{12}=0$
$C_{10}=0$	$C_{12}=0$	$C_{22}=70.0803$
$C_{02}=0.6184$	$C_{31}=69.5595$	$C_{31}=0$
$C_{11}=0$	$C_{30}=0$	$C_{40}=3224.3623$

3. Вычисление моментов  $M_i, n-i$ . В качестве материала были использованы собственные движения общего каталога (GC) Босса. Из указанного каталога выбраны все звезды в зоне галактических широт  $-5^\circ \leq b \leq +5^\circ$ . Для этих звезд составлен карточный каталог. В карточки внесены следующие данные:  $N:GC, M, SP, \alpha, \delta, \mu_\alpha, \mu_\delta, \Delta\mu_\alpha, \Delta\mu_\delta$  ( $\Delta\mu_\alpha, \Delta\mu_\delta$  — соответствующие ошибки). Карточный каталог охватывает всего 4027 звезд. Дальнейшей обработке подверглись следующие группы звезд:

$sp$	$n$
BO—B5	510
B7—A2	1230
F8—K6	1028

Часть карточек была отброшена по различным соображениям (редкие спектральные классы, переменные звезды и т. д.).

Группирование осуществлено по принципу подобия кинематических характеристик. Подразделение карточек для гигантов и карликов по нашим данным невозможно выполнить.

Для вышеуказанных трех групп выполнены подсчеты и составлены двумерные таблицы распределения величин  $\mu_\alpha, \mu_\delta$ . По этим двумерным таблицам распределения вычислены моменты  $M_i, n-i$ . Для вычисления использовано выражение:

$$M_i, n-i = \sum_p \sum_q \mu_{\alpha p}^i \mu_{\delta q}^{n-i} n_{pq},$$

где  $\mu_{\alpha p}, \mu_{\delta q}$  средние точки соответствующих интервалов подразделения карточек по  $\mu_\alpha$  и  $\mu_\delta$ ,  $n_{pq}$  — числа карточек в соответствующих интервалах. Таким путем получены все моменты до четвертого порядка, включительно, т. е. моменты числом 15:

$$M_{00}, M_{01}, M_{10}, M_{11}, M_{02}, M_{20}, M_{30}, M_{21}, \\ M_{12}, M_{03}, M_{30}, M_{31}, M_{22}, M_{13}, M_{04}.$$

$M_{00}$  — конечное общее число звезд в соответствующих группах. В таблице II приведены значения  $M_i, n-i$ .

Таблица II

	Bo—B5	B7—A2	F8—K6
$M_{00}$	510	1230	1028
$M_{01}$	-4.050	-12.9450	-10.140
$M_{10}$	-0.304	-0.7940	-0.385
$M_{02}$	+0.143	+0.5831	+0.7223
$M_{11}$	+0.2130 $\times 10^{-2}$	+0.7305 $\times 10^{-2}$	+0.4845 $\times 10^{-2}$
$M_{20}$	+0.1626 $\times 10^{-2}$	+0.7787 $\times 10^{-2}$	+0.6631 $\times 10^{-2}$
$M_{03}$	-0.2271 $\times 10^{-2}$	-0.1844 $\times 10^{-1}$	-0.1860 $\times 10^{-1}$
$M_{12}$	-0.6050 $\times 10^{-4}$	-0.3202 $\times 10^{-3}$	-0.1403 $\times 10^{-2}$
$M_{21}$	-0.1675 $\times 10^{-4}$	-0.8713 $\times 10^{-4}$	-0.6746 $\times 10^{-4}$
$M_{30}$	-0.3286 $\times 10^{-5}$	-0.1538 $\times 10^{-4}$	-0.1010 $\times 10^{-4}$
$M_{04}$	+0.1359 $\times 10^{-3}$	+0.8987 $\times 10^{-3}$	+0.1569 $\times 10^{-2}$
$M_{13}$	+0.1095 $\times 10^{-5}$	+0.5592 $\times 10^{-5}$	+0.1228 $\times 10^{-4}$
$M_{22}$	+0.4783 $\times 10^{-6}$	+0.4873 $\times 10^{-5}$	+0.9555 $\times 10^{-5}$
$M_{31}$	+0.3481 $\times 10^{-7}$	+0.1533 $\times 10^{-6}$	+0.1475 $\times 10^{-6}$
$M_{40}$	+0.1923 $\times 10^{-7}$	+0.1849 $\times 10^{-6}$	+0.1393 $\times 10^{-6}$

4. Вычисление моментов  $M_n(\mu_b)$ . Имея значения  $C_i, n-i$  и  $M_i, n-i$ , приведенные в таблицах I и II по формуле (22), легко вычислить  $M_n(\mu_b)$ . Эти значения приведены в таблице III.

Таблица III

	Bo—B5	B7—A2	F8—K6
$M_0(\mu_b)$	1	1	1
$M_1(\mu_b)$	-6.480 $\times 10^{-3}$	-8.588 $\times 10^{-3}$	-8.049 $\times 10^{-3}$
$M_2(\mu_b)$	+3.131 $\times 10^{-4}$	+5.707 $\times 10^{-4}$	+7.173 $\times 10^{-4}$
$M_3(\mu_b)$	+4.039 $\times 10^{-7}$	-4.021 $\times 10^{-6}$	-3.472 $\times 10^{-6}$
$M_4(\mu_b)$	+3.310 $\times 10^{-7}$	+1.157 $\times 10^{-8}$	+1.912 $\times 10^{-8}$

5. Вычисление моментов  $M_n(Z)$ . Заключение. Таким образом, в нашем распоряжении имеются значения 4-х моментов составляющей  $\mu_b$  собственных движений звезд. Для вывода числовых величин моментов  $Z$  — составляющих скоростей  $M_n(Z)$  согласно (7), необходимо иметь значения  $\overline{\pi^n}$ . Вопрос определения различных моментов  $\pi$  гораздо сложнее, чем определение моментов  $\mu_b$  и его можно сделать предметом особого исследования. Если учесть, что мы рассматриваем сравнительно близкие звезды, возможно допустить, что расстояния различных звезд мало отличаются друг от друга. В таком предположении можно принять, что

$$\left. \begin{aligned} \overline{\pi} &= \pi, \\ \overline{\pi^2} &= \pi^2, \\ \overline{\pi^3} &= \pi^3, \\ \overline{\pi^4} &= \pi^4. \end{aligned} \right\} (23)$$

Тогда (7) примет вид:

$$\bar{Z}^n = k^n \frac{\mu_n}{\pi^n} \quad (24)$$

Нетрудно показать, что в этом случае последняя зависимость справедлива и для центральных моментов, т. е.,

$$\mu_n(Z) = k^n \frac{\mu_n(\mu_b)}{\pi^n} \quad (25)$$

где  $\mu_n$  обозначает центральный момент  $n$ -ого порядка соответствующей величины.

Введем коэффициенты, обычно применяемые в статистике:

$$\beta_1 = \frac{\mu_3}{\mu_2^2} \quad \text{и} \quad \beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} \quad (26)$$

Они связаны с асимметрией  $S$  и эксцессом  $E$  следующим образом:

$$S = \sqrt{\beta_1},$$

$$E = \beta_2 - 3.$$

Для распределения  $Z$ —компонент скоростей в нашем случае будем иметь:

$$\beta_1 = \frac{\mu_3^2(Z)}{\mu_2^3(Z)} = \frac{\mu_3^2(\mu_b)}{\mu_2^3(\mu_b)}; \quad \beta_2 = \frac{\mu_4(Z)}{\mu_2^2(Z)} = \frac{\mu_4(\mu_b)}{\mu_2^2(\mu_b)}$$

Центральные моменты  $\mu_n(\mu_b)$ , вычисленные по данным таблицы III, даны в таблице IV.

Таблица IV

	$B_0-B_5$	$B_7-A_2$	$F_8-K_6$
$\mu_2(\mu_b)$	$+2.711 \times 10^{-4}$	$+4.969 \times 10^{-4}$	$+6.525 \times 10^{-4}$
$\mu_3(\mu_b)$	$+0.091 \times 10^{-6}$	$+1.582 \times 10^{-6}$	$+1.434 \times 10^{-6}$
$\mu_4(\mu_b)$	$+0.414 \times 10^{-6}$	$+1.256 \times 10^{-6}$	$+2.067 \times 10^{-6}$

На основе этих данных для распределения  $Z$  вычисляются коэффициенты  $\beta_1$  и  $\beta_2$ . Полученные значения приведены в таблице V.

Таблица V

	$\beta_1$	$\beta_2$
$B_0-B_5$	0.0004	5.63
$B_7-A_2$	0.020	5.09
$F_8-K_6$	0.007	4.85

Для нормального распределения  $\beta_1=0$ ,  $\beta_2=3$ , согласно данным таблицы V,—для всех трех групп звезд почти отсутствует асимметрия

кривых распределения ( $\beta_1 \sim 0$ ); но  $\beta_2$  заметно отличается от соответствующего значения для нормального распределения.

Выражаю свою благодарность академику В. А. Амбарцумяну, предложившему эту работу и давшему мне ценные указания. С благодарностью отмечаю также помощь, которую оказали мне Я. И. Кумсишвили и Н. А. Размадзе в выполнении некоторых вычислений.

Декабрь, 1953 г.

ვარსკვლავთ სიჩქარეთა განაწილების ფუნქციის  
გამოკვლევა სპეციალური მოძრაობათა გლბენლების  
ანალიზის საფუძველზე

ა. ტორონჯაძე

(რეზუმე)

ვარსკვლავთ სიჩქარეთა განაწილების ფუნქციის თვისებათა გამოკვლევა ვარსკვლავთ სისტემების დინამიკის ერთი ძირითადი საკითხია. ეს სამუშაო მიზნად ისახავს ვარსკვლავთ სიჩქარეთა  $Z$  — კომპონენტების განაწილების კანონზომიერების შესწავლას საკუთარ მოძრაობათა  $\mu_b$  — მდგენელები მომენტების ანალიზის მიხედვით.

ვარსკვლავთ სტატისტიკის ძირითადი განტოლების (1) ამოხსნის შედეგად მიღებულია (6) — დამოკიდებულება  $\mu_b$ ,  $Z$  და  $\pi$ -ს (პარალაქსი) შორის. (18) ფორმულა ამყარებს კავშირს  $\mu_b$ -ს მომენტებსა და  $(\mu_2, \mu_3)$ -ს მომენტებს შორის.

მეთოდი გამოყენებულია მასალაზე, რომელიც მოიცავს 4027 ვარსკვლავის საკუთარ მოძრაობებს  $GC$  — კატალოგიდან. მასალა დაყოფილია სამ ჯგუფად სპექტრული კლასების მიხედვით.

თითოეული ჯგუფისათვის გამოთვლილია  $(\mu_2, \mu_3)$  ორგანზომილებიანი განაწილების მომენტები მეოთხე რიგამდე ჩათვლით. შედეგები მოცემულია II ცხრილში.

II ცხრილის მონაცემებით გამოთვლილია  $\mu_b$ -ს მომენტები (18) ფორმულით (ცხრილი III). IV ცხრილში მოცემულია  $\mu_b$ -ს ცენტრალური მომენტები მეოთხე რიგამდე.

განხილულია კოეფიციენტები  $\beta_1$  და  $\beta_2$ , რომელთა რიცხვითი მნიშვნელობები მოცემულია V ცხრილში.

თუ ვარსკვლავთ პარალაქსების მიმართ მივიღებთ (23) — დაშვებას, მაშინ  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ , გამოთვლილი  $\mu_b$ -ს მომენტების მიხედვით, დაახასიათებს  $Z$ -ის განაწილებას.

მიღებულია დასკვნა, რომ  $Z$  კომპონენტთა განაწილება სამივე სპექტრულ ჯგუფისათვის სიმეტრიულია ( $\beta_1 \sim 0$ ), მაგრამ ხასიათდება საგრძნობი ექსცესით.

დეკემბერი, 1953 წ.

RESEARCH ON STAR VELOCITIES DISTRIBUTION FUNCTION ON THE  
BASE OF THE ANALYSIS OF PROPER MOTIONS COMPONENTS

A. PH. TORONDJADSE

(Summary)

Aiming to investigate the star velocities distribution function the dependence between the moments of proper motion component in the galactic latitude ( $\mu_b$ ), of the velocity component in  $z$ -coordinate ( $Z$ ), and of the parallax ( $\pi$ ), stated by basic stellar statistics equation,—was used.

Moments  $\mu_b$  up to the 4-th order were calculated using the corresponding moments of two-dimensional distribution of the proper motions equatorial components ( $\mu_2, \mu_3$ ).

The method is applied to the material involving the proper motions of 4027 GC stars.

Calculations are made for three star groups ( $B_0—B_5, B_7—A_2, F_8—K_6$ ).

It was concluded that  $Z$ -components distribution for all three star groups is symmetrical having a considerable excess.

December, 1953.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гурзadian Г. А., Астр. журн. 26, № 3, 1949.

ИССЛЕДОВАНИЕ СРЕДНИХ ЛУЧЕВЫХ И ТАНГЕНЦИАЛЬНЫХ  
СКОРОСТЕЙ ЗВЕЗД И ОПЫТ ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ  
КАТАЛОЖНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПАРАЛЛАКСОВ\*

М. Г. КОЛХИДАШВИЛИ

Введение

Предпринять настоящее исследование нас побудила высказанная членом-корреспондентом АН СССР проф. П. П. Паренаго мысль о возможности применения средних лучевых скоростей ( $\bar{v}_r$ ) и средних тангенциальных скоростей ( $\bar{v}_t$ ) звезд в качестве критерия для оценки каталожной точности параллаксов звезд ([1], стр. 83). В связи с этим мы рассматриваем в работе упомянутые компоненты пространственной скорости, производя над ними определенные вычисления в попытке вывести некоторые характеристики, относящиеся как к галактическим закономерностям, так и к каталогам, содержащим параллаксы звезд.

Вопрос параллаксов давно привлекает к себе пристальное внимание астрономов; параллаксы и сейчас занимают одно из важнейших мест среди величин и данных, используемых при изучении строения и развития Галактики. Наряду с расстояниями, не менее важную роль играют и движения звезд, которые оказались в тесной связи со структурными особенностями нашей Галактики и с физическими характеристиками отдельных звезд и звездных групп.

Исторически, факт обнаружения звездных перемещений сыграл важную роль в формировании и развитии взглядов на явления природы. Он явился мощным толчком к дальнейшему прогрессу. Сразу, после обнаружения Галлеем, в начале XVIII столетия, движений нескольких ярких звезд, изучением звездных движений занялись многие астрономы. В том же столетии были обнаружены и определены собственные движения Тобиасом Мейером еще для нескольких других звезд. Дальнейшие работы в этом направлении велись Бесселем, Аргеландером и др. Достигнутые успехи уже к концу XVIII столетия позволили попытаться определить апекс солнечного движения. Конец XIX и начало XX веков ознаменовались применением фотографического метода определения звездных движений (Вольф, Росс).

Выдающееся место в определении точных звездных положений занимала Пулковская обсерватория, составившая целую эпоху в развитии астрономической науки. Созданная С. К. Костинским пулковская школа астрометристов поныне успешно продолжает работы в области определения точных положений и собственных движений звезд (А. Н. Дейч).

\* Настоящая статья представляет собой основу кандидатской диссертации автора. Работа выполнена в порядке научного сотрудничества Кафедры астрономии Тбилисского государственного университета имени И. В. Сталина и Абастуманской астрофизической обсерватории.