Тбилисский Государственный педагогический институт имени А. С. Пушкина

На правах рукописи

Г. Н. Джапаридзе

Методика преподавания элементов математического анализа в средней школе

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук
по методике математики

19 ТБИЛИСИ 64

Тбилисский Государственный педагогический институт имени А. С. Пушкина

На правах рукописи

Г. Н. Джапаридзе

Методика преподавания элементов математического анализа в средней школе

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата педагогических наук по методике математики

19 ТБИЛИСИ 64

Защита диссертации состоится в ТГПИ им. А. С. Пушкина ______ 1964 г.
гор. Тбилиси, пр. И. Чавчавадзе,
№ 32
Автореферат разослан ________ 1964 г.

Коммунистическая партия Советского Союза уделяет повседневное внимание воспитанию и образованию подрастающего поколения — строителей нового коммунистического общества, что нашло свое отражение в великом документе нашей эпохи — в новой Программе Коммунистической партии Советского Союза. В программе говорится: «Переход к коммунизму предполагает воспитание и подготовку коммунистически сознательных и высокообразованных людей, способных как к физическому, так и умственному труду, к активной деятельности в различных областях общественной и государственной жизни, в области науки и техники».

Среди множества проблем, стоящих перед деятелями народного просвещения в связи с перестройкой среднего и высшего образования в нашей стране, определенных «Законом об укреплении связи школы с жизнью и дальнейшем развитии системы народного образования СССР»,—стал вопрос о разумной организации математического образования.

Никогда еще вопрос о необходимости повышения математической культуры не стоял так остро, как в настоящее время. Математическая подготовка, которую получает молодежь в школе, должна соответствовать духу и требованиям времени.

Сейчас происходит перестройка методов управления хозяйством и экономикой на основе применения вычислительных машин, и квалифицированному рабочему со средним образованием, работающему на таких машинах, необходимо знать такие понятия высшей математики, как функция, предел, производная и т. д.

Констатируя значение знаний элементов математического анализа, Ф. Энгельс писал. «Из всех теоретических успехов знания, вряд ли какой-нибудь считается столь высоким успехом человеческого духа, как изобретение исчисления бесконечно малых во второй половине XVIII века»[1].

Неправильно утверждение некоторых преподавателей математики будто восприятие элементов математического анализа, предусмотренное новой программой математики для X—XI классов средней школы, представляет для учащихся особое затруднение.

Опыт, приобретенный нами в результате продолжительной работы в средней школе, показал, что усвоение элементов математического анализа для учащихся намного легче, чем, например, усвоение многих вопросов стереометрии, не говоря уже о решении головоломных геометрических и алгебраических задач. Не считаем также правильным мнение будто и без того перегруженная программа средней школы не может вместить элементов математического анализа.

Действительно, программа школы перегружена, но в программе имеются такие вопросы, которые не имеют ни идейного веса, ни практического значения. Таким вопросам надо уделять как можно меньше места. Например, какое идейно-воспитательное и практическое значение имеют разделы: «Тригонометрические уравнения», «Показательные уравнения» или же «Нахождение геометрической прогрессии, обладающей тем свойством, что после вычитания из ее членов заданных чисел она превращается в арифметическую» или «Нахождение того члена бинома Ньютона, который не содержит x, если сумма первого и третьего коэффициентов равна заданному числу» и многие другие.

Изучение элементов математического анализа, предусмотренных в новой программе, будет более полезно и, вместе с тем, будет иметь больше образовательного значения, чем все вышеуказанные головоломные упражнения.

Например, решение таких вопросов, как определение скорости и ускорения прямолинейного движения, угловой скорости вращения твердого тела, скорости химической реакции, плотности проволоки, силы переменного тока в любой заданный момент времени, решение задач на максимум и минимум, применение производной при исследовании функции и т. д., необходимо для описания физических явлений и точной формулировки законов природы.

[1] Ф. Энгельс. Диалектика природы, М, 1950, стр. 214.

На наш взгляд, в методику преподавания математики необходимо внести некоторые изменения: следует отказаться от того предположения, будто учащиеся должны усвоить весь учебный материал на самом уроке. Наоборот, надо стараться в учащихся развить способность к самостоятельной работе над книгой вне школы и поэтому какую-то часть времени в школе надо уделять лекционному методу преподавания.

Разработка методики преподавания элементов математического анализа и ее применение в курсе математики средней школы пока что недостаточно решенная задача. Решение ее для современной школы является актуальным вопросом.

Принимая все это во внимание, мы задались целью основательно разработать методику преподавания элементов математического анализа в средней школе.

В основу диссертационной работы положен многолетний опыт работы автора в средней школе. Исследования по данному вопросу автором велись более 15 лет и заключались в следующем:

1. Изучение опыта преподавания математики в разных школах республики.

2. Систематическая работа автора среди преподавателей математики в Институте повышения квалификации учителей.

3. Выступление с докладами на научно-педагогических конференциях по вопросам, освещенным в диссертационной работе, и обсуждение этих докладов.

4. Практический опыт, полученный автором в результате многолетней работы в школе и во Дворце пионеров и школьников.

Диссертационная работа состоит из введения и пяти глав, снабженных соответствующими графиками, чертежами и таблицами. Введение посвящается обоснованию актуальности выбранной темы диссертационной работы; производится краткий анализ программы преподавания математики в средней школе, учебников по математике и методической литературы.

Первая глава диссертации посвящена методике преподавания элементов теории пределов.

Понятие предела является важным вопросом современной математики. Применение предела дает возможность более полно и содержательно охарактеризовать ряд основных математических понятий. Посредством пределов свободно и просто решаются вопросы, которые школьный курс математики или не в состоянии решать или же решает с большими трудностями, так как в каждом частном случае при решении их применяются сложные и искусственные приемы. Кроме того, в связи с введением политехнического обучения в школе, теория пределов необходима для разрешения многих технических задач.

К сожалению, надо отметить, что некоторые педагоги не считают нужным ознакомить учащихся с теорией пределов. Они предполагают, что теория пределов абстрактна и трудна для усвоения.

На наш же взгляд, учащимися трудно усваивается теория пределов не по предполагаемой приведенной выше причине, а потому, что методически не оправдана последовательность изложения этой теории, обычно встречающаяся в существующих учебниках.

В изложении теории пределов как в учебниках, так и в методической литературе сложились два направления.

С точки зрения первого направелния вначале определяется понятие переменной и предела; после устанавливается понятие бесконечно малой величины как переменной, стремящейся к нулю; излагаются простейшие свойства бесконечно малой. Затем свойства предела закрепляются на основании свойства бесконечно малой величины.

С точки зрения второго направления сперва излагается понятие переменной и бесконечно малой величины, изучаются простейшие свойства бесконечно малой, а затем вводится понятие предела; предел определяется посредством бесконечно малой величины.

Здесь следует отметить, что имеются понятия, тесно связанные с понятием предела, предварительное изучение которых облегчает усвоение понятия предела.

Например, с понятием предела тесно связано понятие бесконечно малой величины; кроме того, предел переменной определяется на основе бесконечно малой величины. Поэтому бесконечно малая величина должна стать естественным основанием для понимания предела переменной.

Конечно, определение предела может выглядеть так, что в нем не будет явно представлено понятие о бесконечно малой, но игнорирование бесконечно малой в определении предела по существу не может быть оправдано.

Действительно, как можно определить предел переменной, если в этом определении не будет ничего сказано о бесконечно малой величине?

Определение понятия предела должно выглядеть следующим образом: число a есть предел переменной x, если для любого положительного числа ε существует такое значение $x=x_0$, начиная с которого

$$|x-a|<\varepsilon.$$

Здесь для переменной $x-a$ требуется, чтобы для данного числа ε существовал момент, начиная с которого абсолютное значение переменной $x-a$ будет менее ε. Этим уже выражена мысль о том, что переменная $x-a$ есть бесконечно малая. В. В. Репьев писал: „И с научной и с теоретической точки зрения оба пути приемлемы и не вызывают возражения. В нашем изложении применяется первый путь“,[1] т. е. сперва определеиие понятия предела, а затем бесконечно малой, как частного случая предела.

Мы не согласны с изложенным мнением, будто существуют два **равноправных** направления: первое, когда сперва определяется понятие предела, а затем вводится понятие о бесконечно малой, как частного случая предела; второе — когда сперва вводится понятие бесконечно малой, а затем посредством него определяется понятие предела.

Надо решить вопрос, какое из этих направлений правильно и логически и методически.

По нашему мнению, приемлемо второе направление.

Мы считаем правильным, чтобы учащимся средней школы сперва было разъяснено понятие бесконечно малой, а затем на основании разъясненного — определен предел переменной и его свойства.

Еще в 1939 г. известный ученый профессор А. Я. Хинчин в статье «Основные понятия математики в средней школе» убе-

---

[1] В. В. Репьев. Очерки по методике преподавания алгебры, М., 1958, стр. 209.

дительно обосновал необходимость ознакомления учащихся с понятием бесконечно малой величины.

В свое время профессор В. М. Шепелев, В. Матышук, К. Ф. Лебединцев и другие видные методисты также считали целесообразным ввести понятие бесконечно малой в школьное изложение пределов.

С понятием бесконечно малой величины тесно связаны понятия абсолютной величины, переменной величины и числовой последовательности.

В математике часто применяется понятие абсолютной величины. Учебники средней школы по этому вопросу дают далеко не исчерпывающие знания.

Мы предполагаем, что необходимо расширить знания учащегося средней школы в этой области.

Для этой цели в диссертационной работе даются методические рекомендации для лучшей постановки преподавания этого вопроса.

Вводится обычное определение: $|a| = a$, если $a > 0$, и $|a| = -a$, если $a < 0$.

Дается также геометрическая интерпретация абсолютной величины, для чего выбирается числовая ось и выясняется, что $|a| = OA$ есть расстояние точки A от начала отсчета O при выбранной единице длины. Рассматриваются точки, соответствующие числу x при условии, что $|x| < a$, где $a > 0$; выясняется, что точки x лежат в этом случае внутри интервала $(-a, a)$.

Аналогично устанавливается, что точки x, удовлетворяющие условию $|x| > a$, лежат вне интервала $(-a, a)$.

На основе этих неравенств решаются более сложные примеры, примерно такого порядка:

$$|x-3| < 2, \quad |x-3| > 2.$$

Дается геометрическая интерпретация и делается вывод:

$$\text{если } |x-a| \leqslant k, \quad \text{то } a-k \leqslant x \leqslant a+k$$

$$\text{если } |x-a| > k, \quad \text{то } x > a+k, \quad x < a-k.$$

После этого разбирается построение графиков функций, содержащих абсолютные величины.

Самым существенным недостатком в преподавании теории пределов в средней школе является то, что учащимся сразу преподносятся совершенно новые для них понятия, как предел, бесконечно малая величина и др. До разъяснения этих понятий

учащимся дается определение переменной величины, но сама природа и сущность переменной величины не уяснены основательно.

В диссертационной работе приведено много живых примеров, на основании которых иллюстрируется природа переменной величины. Это дает возможность учащемуся лучше уяснить, что из себя представляет переменная величина. Имея отчетливое представление о переменной величине, уже можно усвоить понятие предела.

После того, как учащиеся усвоят понятие переменной величины, необходимо углубить их знание о функциях. На основании удачно подобранных примеров разъясняется понятие функций натурального аргумента — понятие последовательности.

Последовательностью называется функция, аргумент которой принимает значения натуральных чисел.

Если аргумент примет значения до какого-нибудь натурального числа, то последовательность будет конечной. Если же аргумент примет все значения из натурального ряда, то последовательность будет бесконечной.

Рассматриваются два способа графического изображения последовательностей и виды последовательностей — ограниченные и неограниченные.

После подобной предварительной подготовки, а также с помощью многих конкретных примеров в диссертации определяется понятие бесконечно малой.

Переменная x называется бесконечно малой, если для каждого положительного числа ε в процессе изменения x настанет момент, после чего абсолютная величина ее будет постоянно оставаться меньше ε.

С помощью бесконечно малой определяется более общее понятие предела. Учащиеся предварительно знакомятся с примерами, которые ясно представят переменную, стремящуюся к пределу.

На основании конкретно проработанного материала и связанных с ним прочных представлений дается определение предела переменной.

Число a есть предел переменной x, если разность $x-a$ бесконечно малая. В частности, число a есть предел последовательности x_n, если разность $x_n - a$ бесконечно малая.

Например, предел переменной $\frac{n+2}{n+1}$ будет 1, так как разность между указанной переменной и единицей представлена переменной $\frac{1}{n+1}$, которая со своей стороны является бесконечно малой.

Если возьмем переменную $\frac{n}{n+1}$, то пределом этой переменной также будет единица, так как разность между переменной и единицей будет переменная $-\frac{1}{n+1}$, которая и есть бесконечно малая величина.

В диссертационной работе рекомендовано понятие предела в расширенном виде сформулировать следующим образом: число a есть предел переменной x, если для каждого положительного числа ε, в процессе изменения x, существует определенный момент, начиная с которого будет иметь место неравенство:

$$|x-a|<\varepsilon.$$

Неравенство $|x-a|<\varepsilon$ будет равносильно неравенствам $-\varepsilon<x-a<\varepsilon$, что можно выразить следующим образом: число a есть предел переменной x, если для всякого числа $\varepsilon>0$, в процессе изменения x, существует момент, начиная с которого значения переменной будут находиться между $a-\varepsilon$ и $a+\varepsilon$.

Конечно, вообще для разных промежутков разным будет момент, начиная с которого x окажется в этом промежутке. Чем меньше промежуток, тем, может быть, больше времени понадобится для установления соответствующего момента. Но существенно все же то, что для всякого промежутка имеется такой момент.

Подобное объяснение понятия предела дает представление о том, какую геометрическую картину будем иметь в случае, если переменная x_n имеет предел a.

В таком случае для всякого положительного числа ε существует такое натуральное число N, что для каждого значения x_n справедливо неравенство $|x_n-a|<\varepsilon$, когда $n>N$.

Ясно, что x_n представляет дискретную переменную. Вышеприведенное определение предела применимо как для дискретной, так и для непрерывной переменной. Но для последней вместо натурального числа N имеется момент, начиная с которого имеет место неравенство

$$|x_n-a|<\varepsilon.$$

Итак, после того, как учащиеся поймут и усвоят понятие бесконечно малой величины, им можно разъяснить свойства этих величин, причем имеются ввиду свойства их суммы, произведения и частного. Затем следует перейти к разъяснению предела переменной и его свойств.

Вторая глава диссертации посвящается методике применения теории пределов в геометрии.

При наличии у учащегося ясного представления о пределе переменной, он сможет сознательно и правильно определить и вычислить длину окружности, площадь круга, поверхность и объем круглых тел и т. д. В некоторых школах эти вопросы разрабатываются недостаточно хорошо. Кроме того, в некоторых стабильных учебниках и методических руководствах по разному излагается вопрос о преподавании этого материала.

В данной главе мы задались целью оказать содействие преподавателям математики в правильной, на наш взгляд, разработке указанного материала.

В третьей главе диссертации рассматривается методика преподавания предела функции.

В XI классе курс математики начинается с повторения тех сведений о функциях, которые учащимся уже известны. Наряду с повторением этого материала автор предлагает расширить знания о функциональной зависимости следующими понятиями: возрастание и убывание функций, четная и нечетная функция; особое внимание предложено уделить уточнению определения понятия функции.

Внимание учащихся необходимо заострить также и на том, что функция на различных участках области определения может задаваться различными формулами.

В диссертации рассматриваются примеры таких функций.

Большинство учащихся имеет неправильное представление о четной и нечетной функции. В их сознании функция бывает либо четной, либо нечетной. Прежде чем определить четность или нечетность функции, надо удостовериться, — симметрична ли область определения функции относительно начала координат. Вопрос о четности или нечетности функции может быть поставлен лишь в том случае, если область определения функции $f(x)$ будет симметрична относительно начала координат. Но если область определения функции $f(x)$ не симметрична, то ставить подобный вопрос не имеет смысла.

Например, функция $y = \lg x$ не будет ни четной, ни нечетной. так как ее областью определения служит интервал $(0, \infty)$. Функция $y = x^2$ также не будет ни четной, ни нечетной, если за область ее определения возьмем полуоткрытый интервал $[0, \infty)$.

Неправильно утверждение о том, что если областью определения функции является какой-либо симметричный интервал относительно начала координат, то функция обязательно будет или четной или нечетной.

Например, функции $y = x + 1$, $y = a^x$, $y = x^2 + 3x + 5$ не будут ни четными, ни нечетными.

Затем дается понятие обратной функции.

Учащиеся средних школ не имеют четкого представления об обратных функциях. Этому способствует то, что в руководствах и учебно-методической литературе имеются различные точки зрения об обратных функциях:

1. Обратная функция может быть как однозначной, так и многозначной.

2. Обратная функция всегда однозначна.

Автор считает, что в средней школе нет необходимости говорить о многозначной функции.

В диссертационной работе на конкретных примерах показано, что для того чтобы функция $y = f(x)$ имела обратную функцию, достаточно, чтобы различным значениям x соответствовали различные значения y, тогда различным значениям y будут соответствовать различные значения x. Поэтому можно написать $x = \varphi(y)$. Эта функция называется обратной относительно к исходной функции $y = f(x)$. Исходная функция $y = f(x)$ называется прямой относительно к обратной функции.

«Прямая» и «обратная» функции — относительные понятия. Какая-нибудь функция может быть прямой или обратной

не сама по себе, а по отношению к какой-либо другой функции. Прямая функция по отношению к обратной также является обратной функцией.

Если вспомнить определение строго монотонной функции, то можно сказать, что для строго монотонной функции характерным является то, что разным значениям аргумента соответствуют разные значения функции.

Если функция $y = f(x)$ строго монотонна в интервале (a,b), то по отношению к ней существует обратная функция $x = \varphi(y)$, которая определена в интервале (c,d), где $c = f(a)$ и $d = f(b)$, если $f(x)$ возврастает, и $c = f(b)$ и $d = f(a)$, если $f(x)$ убывает.

В диссертационной работе графически показаны случаи обращения функций.

В § 27 рассматриваемой главы излагается понятие предела функции.

Для учащихся недоступно определение предела функции посредством ε и δ. Определение предела функции должно быть упрощено так, чтобы оно было доходчиво для учащихся средней школы.

По нашему мнению, вначале надо дать определение понятия бесконечно малой функции в окрестности точки x_0 и только после этого определение предела функции непрерывной переменной в точке x_0.

Предлагается следующее определение: функция $f(x)$ называется бесконечно малой в окрестности точки x_0, если для любого положительного числа ε существует такая окрестность точки x_0, что в каждой точке x этой окрестности абсолютная величина функции $f(x)$ будет менее ε.

Понятие бесконечно малой функции в работе разъясняется на графиках и примерах. После этого возможен переход к определению предела функпии $f(x)$.

Дается следующее определение: некоторое число A есть предел функции $f(x)$ в точке x_0, если разность $f(x) - A$ есть бесконечно малая для всех значений x, достаточно близких к x_0.

В работе приведено определение предела функции и в развернутом виде.

В конце § 27 доказывается, что $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ и решаются несколько примеров с применением данного предела.

В § 28 рассматривается приращение аргумента и функции и решаются примеры по этому вопросу.

Затем формулируется правило нахождения приращения функции. Здесь же показывается геометрическое значение приращения функции. Геометрически иллюстрируется также и то, что приращение функции может быть как положительным, так и отрицательным.

В программе средней школы непрерывность функции не выделена отдельным вопросом, но мы считаем целесообразным, чтобы уже в 10-ом классе дать элементарные сведения о непрерывности функции, хотя бы графически показать, когда функция в данной точке непрерывна и когда она разрывна.

Поскольку учащимся уже будут известны приращение аргумента и приращение функции, то условие непрерывности функции в точке можно будет определить следующим образом: функция называется непрерывной в точке x_0, если она определена в этой точке и если при стремлении приращения аргумента к нулю приращение функции также стремится к нулю:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \Delta y = 0$$

Затем решаются примеры и дается определение непрерывной функции, равносильное предыдущему: если функция $f(x)$ определена в точке x_0 и имеет предел при $x \to x_0$ и этот предел равен значению функции в точке $x = x_0$, т. е. $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$, то функция $f(x)$ непрерывна в точке $x = x_0$.

В конце третьей главы формулируются простейшие свойства непрерывной функции.

Изучение различных материальных процессов, например, механического движения, хода химической реакции, течения электрического тока и т. д., приводит к исследованию функциональной зависимости. При этих исследованиях в ряде случаев применение приемов элементарной математики довольно быстро приводит к цели, но, вместе с тем, легко заметить и основной недостаток исследований функций средствами элементарной математики. В зависимости от вида функции здесь надо применять соответствующий прием исследования, и выбор этого

приема требует значительного опыта и изобретательности. Например, задачи на определение скорости движения в данный момент времени, или нахождение максимума и минимума функции в общем случае и т. д., не могут быть решены средствам элементарной математики. Они решаются применением производной.

Естественно возникает вопрос об ознакомлении учащихся с производной и о разработке методики преподавания производной в школе. Эта методика разработана в **четвертой главе**.

Особое внимание уделено вопросу о том, какой из методов является наиболее эффективным для разъяснения учащимся этой новой для школьного курса темы.

Для того, чтобы выработать у учащихся правильное представление о производной и улучшить качество ее усвоения, автор труда для наглядности разработал таблицы. Из этих таблиц видно, что при стремлении приращения независимой переменной к нулю, значение отношения $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ все меньше и меньше отличается от определенного числа.

После ознакомления с задачами, на основании которых составлена таблица, станет ясно, какой путь должен быть избран для нахождения скорости изменения функции.

Для получения скорости изменения какой-нибудь функции $y = f(x)$ рассматривается предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю, если только такой предел существует.

Таким образом, мы имеем дело с выражением

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

Этот предел называется производной функции в точке x.

Значит, производная функции для взятого значения x есть предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю, если этот предел существует.

Затем рассматривается задача на нахождение углового коэффициента касательной к кривой, после чего переходим к изучению геометрического смысла производной.

Излагается вопрос о вычислении производных: постоянной $y=c$; функции $y=x$; суммы, произведения и частного функции; функции $y=u^n$ (где n—натуральное число, u—функция от x); дальше речь идет о вычислении производных

$$y=\sin mx, \quad y=\cos mx.$$

После этого рассматривается производная второго порядка, дается ее механический смысл и решаются задачи на вычисление ускорения свободно падающего тела и гармонического колебания $\rho=A \sin(\omega t)$.

В пятой главе рассматривается методика применения производной при исследовании функции в курсе математики средней школы.

В § 37 этой главы производится геометрическая иллюстрация связи между возрастанием, убыванием функции и знаком ее производной, в частности:

а) если функция возрастает, то производная неотрицательна;

б) если функция убывает, то производная неположительна;

в) если функция постоянна, то производная всюду равна нулю.

Затем формулируется положение, обратное предыдущему, т. е., если производная положительна, то функция возрастает; если же производная отрицательна, то функция убывает. Если производная всюду равна нулю, то функция постоянна.

Дается также геометрическая иллюстрация и этих положений. Наглядно показано применение геометрической иллюстрации при исследовании хода изменения следующих функций:

$$y=ax+b, \qquad y=ax^2, \qquad y=ax^2+x,$$

$$y=ax^2+bx+c, \qquad y=x^3+x, \qquad y=\sin x.$$

Вопрос о максимуме и минимуме функции учащимся средней школы излагается кратко и недостаточно точно. Эти понятия они связывают с наибольшим и наименьшим значениями функции и убеждены в том, что функция имеет не больше одного максимума и одного минимума, что неверно.

Поэтому в данной главе представлен график функции, на котором показано, что в области определения функции может быть несколько максимумов и минимумов, причем значение функции в точке минимума может оказаться большим, чем в точке максимума.

Затем дается определение максимума и минимума функции и графически показывается, что x_0 служит точкой максимума функции $f(x)$ в том случае, если в этой точке происходит переход функции $f(x)$ от возрастания к убыванию, т. е. функция $f'(x)$ должна перейти от положительного знака к отрицательному. Но x_0 будет точкой минимума функции $f(x)$, если в этой точке функция $f(x)$ перейдет от убывания к возрастанию, так как функция $f'(x)$ должна изменить отрицательный знак на положительный (считая $f'(x)$ непрерывной).

Далее посредством разбора геометрических и механических задач устанавливается, что в каждой точке, где функция достигает экстремума, ее производная равна нулю.

В § 39 формулируется правило нахождения максимума и минимума функции с помощью ее производной первого порядка; затем это правило применяется к нахождению максимума следующих функций:

$$y=ax^2+bx+c,$$

$$y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+1.$$

Даются таблицы, показывающие ход изменения этих функций.

В § 40 решаются удачно подобранные, связанные с жизнью задачи творческого характера на максимум и минимум.

Ввиду того, что возрастающие потребности современного производства, комплексная механизация и автоматизация требуют от учащихся соответствующей подготовки к практической деятельности и все большего сближения теоретического обучения с трудовой деятельностью, особое внимание в работе уделяется выработке у учащихся практических навыков и знаний по построению графиков функции.

§ 41 целиком посвящен исследованию элементарных функций с использованием производной и последующим построением графиков на примерах:

$$y = x^4 - 4x^2, \qquad y = x^3 - 3x^2 + 2, \qquad y = 2x^2 - x^4 - 1$$

и других подобных.

В конце диссертационной работы с использованием производной выводится формула бинома Ньютона и его свойства.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Никогда еще вопрос о необходимости повышения математической культуры не стоял так остро, как в настоящее время. Уровень математической подготовки, приобретаемый учащимися в школе, должен соответствовать жизненным требованиям. Школа должна поспевать за быстрым развитием современной науки и производства, поэтому изучение математики должно стать более осмысленным, чем это было до сих пор.

В математике часто применяется понятие абсолютной величины. Знание, усвоенное учащимися по этому вопросу в школе, далеко недостаточно. В методической литературе, особенно на грузинском языке, разработке этого вопроса не уделяется достаточного внимания. Между тем, ясное представление о сущности абсолютной величины способствует искоренению ряда трудностей, связанных с изучением понятия о пределе и доказательств основных теорем о пределах.

В программу средней школы по математике необходимо внести понятие о бесконечно малой величине, усвоение которой должно предшествовать изучению понятия о пределе и это, как обоснованно автором, облегчит усвоение понятия предела,

а также будет способствовать методическому решению других вопросов.

Принимая во внимание сложность усвоения отдельных понятий (бесконечно малая величина, предел, производная и др.), в диссертации на наглядных примерах уясняется смысл этих понятий, способ их применения, их полезность и значение, а затем уже приводится формулировка этих понятий.

В программе по математике не предусмотрено изучение непрерывности функции. Мы же считаем, что уже в десятом классе следует дать понятие о непрерывности функции, хотя бы показав графически, когда в данной точке функция непрерывна и когда она разрывна.

Необходимо ознакомить учащихся с более современным способом исследования функции при помощи производной. Учитывая сложность вопроса, автором подготовлена таблица, наглядно поясняющая тему.

Для того, чтобы добиться положительных результатов в эффективном применении производной, в диссертации много места уделено отбору задач творческого характера, связанных с жизнью, имеющих производственное и бытовое значение. Этим самым повышается идейное и воспитательное значение определенного программой материала.

В методику преподавания математики следует внести дополнение в отношении усиления роли самостоятельной работы учащихся над книгой. Поэтому какую-то часть времени в школе надо уделять лекционному методу преподавания.

Вопросы методики преподавания элементов высшей математики в средней школе даются автором в новой разработке.

Работа написана на основе личного многолетнего опыта автора и проведенных им экспериментальных наблюдений в школе и в кружках математики Тбилисского Дворца пионеров и школьников.

Отдельные части диссертационной работы докладывались:

1. На II Республиканской научно-методической конференции математиков высших учебных заведений Грузинской ССР.

2. На XV научно-педагогической конференции в г. Тбилиси.

3. На выездных сессиях кафедры математики ТГПИ им. А. С. Пушкина, в гор. Рустави и Гори.

4. На специальных семинарах, устраиваемых ТГПИ им. А. С. Пушкина для преподавателей математики.

5. На семинарах преподавателей математики в педагогических кабинетах г. Тбилиси и на семинарах в Тбилисском институте усовершенствования учителей.

6. На курсах преподавателей математики, организованных на общественных началах ТГПИ им. А. С. Пушкина в 1962-63 уч. году.

Основной материал диссертации изложен в следующих опубликованных на грузинском языке работах автора:

1. **Джапаридзе Г. Н.** Максимум и минимум квадратной функции. Журнал «Коммунистическое воспитание», № 3, 1955.
2. **Джапаридзе Г. Н.** Преподавание неравенств, содержащих абсолютные величины. Журнал «Коммунистическое воспитание», № 12, 1956.
3. **Джапаридзе Г. Н.** Понятие о производной и способы нахождения максимума и минимума. Сборник «Вопросы преподавания математики в школе», 1961 г., г. Тбилиси.
4. **Джапаридзе Г. Н.** О преподавании обратных функций. Сборник «Вопросы преподавания математики в школе», 1963 г. гор. Тбилиси.
5. **Джапаридзе Г. Н.** К вопросу о преподавании элементов теории пределов в средней школе. Труды I и II Республиканской научно-методической конференций математиков высших учебных заведений Грузинской ССР, 1964 г.

УЭ 02338 зак. № 952 т. 180

Передано производству 31/VIII. Подписано к печати 11/IX-64.
Размер набора 6×10. Количество печатных листов 1,5,
Количество изд. учет. листов 1,03.

Бесплатно

შრომის წითელი დროშის ორდენის საქართველოს სასოფლო-სამეურნეო ინსტიტუტის სტამბა.
თბილისი, ი. ჭავჭავაძის პროსპექტი, 33.

Типография Грузинского ордена Трудового Красного Знамени сельскохозяйственного института
Тбилиси, просп. И. Чавчавадзе, 33.