

ექსტრემალური ამოცანები კონცენტრული კვადრიკებისთვის

ცოტნე პავლიაშვილი

სამაგისტრო ნაშრომი წარდგენილია ილიას სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ბიზნესის, ტექნოლოგიისა და განათლების ფაკულტეტზე
მათემატიკის მაგისტრის აკადემიური ხარისხის მინიჭების მოთხოვნების
შესაბამისად

თანამედროვე მათემატიკის ძირითადი პარადიგმები და გამოყენებები

სამეცნიერო ხელმძღვანელი: გიორგი ხიმშიაშვილი, პროფესორი

ილიას სახელმწიფო უნივერსიტეტი

თბილისი, 2024 წელი

განაცხადი

როგორც წარდგენილი სამაგისტრო ნაშრომის ავტორი, ვაცხადებ, რომ ნაშრომი წარმოადგენს ჩემს ორიგინალურ ნამუშევარს და არ შეიცავს სხვა ავტორების მიერ აქამდე გამოქვეყნებულ, გამოსაქვეყნებლად მიღებულ ან დასაცავად წარდგენილ მასალებს, რომლებიც ნაშრომში არ არის მოხსენიებული ან ციტირებული სათანადო წესების შესაბამისად.

ცოტნე პავლიაშვილი

ხელმოწერა 

17.06.2024

აბსტრაქტი

ნაშრომში განხილულია ექსტრემალური ამოცანები კონცენტრული წრეწირებისთვის, კერძოდ ოთხი წრეწირისთვის. პირველ რიგში იწერება ფართობის და პერიმეტრის გამოსათვლელი ფორმულები, როგორც კუთხითი პარამეტრების ფუნქციები. შემდეგ მრავალი ცვლადის ფუნქციის დიფერენციალური აღრიცხვის მიხედვით ნაპოვნია ფუნქციის კერძო წარმოებულები და ვუტოლებთ ნულს. მიღებული სისტემის ამოხსნით ვღებულობთ კრიტიკულ წერტილებს. თითოეული კრიტიკული წერტილი შეიძლება გვამღევდეს ფუნქციის მინიმუმს, მაქსიმუმს ან იყოს უნაგირა წერტილი. იმის გასარკვევად თუ კრიტიკული წერტილი ამ სამი ჯგუფიდან რომელს ეკუთვნის, ვიყენებთ სილვესტრის ალგორითმს მეორე რიგის კერძო წარმოებულებით შედგენილ მატრიცის (ჰესეს მატრიცას) ინდექსის გამოსათვლელად. საბოლოოდ კრიტიკული წერტილების დახმარებით გამოთვლილია ფუნქციების მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები. ასევე აღსანიშნავია, რომ იგივე მეთოდის გამოყენებით ანალოგიური შედეგები მიღებული შეიძლება იქნას კონცენტრული კვადრიკებისთვის, კერძოდ ოთხი კონფოკალური ელიპსისთვის.

Abstract

In this thesis, we are concerned with extremal problems for concentric circles. The main attention is given to the case of four concentric circles. To begin with, we express oriented area and perimeter as functions of angle parameters. Then using multivariable Calculus a system of equations is constructed which expresses the condition of vanishing gradient components. The solutions this system yields all critical points and then we determine the topological of each critical point using the concept of Morse index. To this end we compute the matrix of second derivatives (the Hesse matrix) and find its index using the Sylvester algorithm. In this way, we identify the extremal configurations and compute the extremal values of the functions considered. It is also noted that our method yields analogous for a system of concentric quadrics, in particular, for four confocal ellipses.